

УДК 530.12, 531.51

© Манучарян Г. Д., Фомин И. В., 2022

**ПОПРАВКИ К СТАНДАРТНЫМ ИНФЛЯЦИОННЫМ МОДЕЛЯМ,
ИНДУЦИРОВАННЫЕ СКАЛЯРОМ ГАУССА - БОННЕ***Манучарян Г. Д.^{a,b,1}, Фомин И. В.^{a,c,2}^a МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, 105005, Россия.^b ГАИШ МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва, 119234, Россия.^c Ульяновский государственный педагогический университет, г. Ульяновск, 432071, Россия

В данной работе рассматриваются поправки к параметрам стандартных моделей космологической инфляции, индуцированные неминимальной связью скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне. Показано, данная связь оказывает слабое влияние на фоновую динамику, однако может существенно повлиять на характеристики реликтовых гравитационных волн. Также проведена оценка плотности энергии реликтовых гравитационных волн и рассмотрена возможность их детектирования с помощью перспективных космических детекторов.

Ключевые слова: скалярное поле, гравитация Эйнштейна, скаляр Гаусса - Бонне, гравитационные волны.

**CORRECTIONS TO STANDARD INFLATIONARY MODELS INDUCED BY GAUSS
- BONNET SCALAR**Manucharyan G. D.^{a,b,1}, Fomin I. V.^{a,c,2}^a Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia.^b Sternberg Astronomical Institute, Moscow, 119234, Russia.^c Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk, 432071, Russia.

In this paper, we consider corrections to the parameters of standard models of cosmological inflation induced by the non-minimal coupling of the scalar field and the Gauss-Bonnet scalar. It is shown that this relationship has a weak effect on the background dynamics, but can significantly affect the characteristics of relic gravitational waves. The energy density of relic gravitational waves was also estimated and the possibility of their detection by advanced space detectors was considered.

Keywords: scalar field, Einstein gravity, Gauss-Bonnet scalar, gravitational waves.

PACS: 04.50.-h

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2022.3.119-131

Введение

Последние десятилетия отличились особой скоростью развития различных теорий, так или иначе касающихся гравитации. В частности, развитие теоретических и экспериментальных методов исследования физических процессов во Вселенной в рамках различных гравитационных теорий привели, например, к открытию бозона Хиггса [1], геометрической интерпретации квантовых поправок к общей теории относительности [2], оценке анизотропии реликтового гравитационного излучения [3] и так далее. Строго говоря, вышеперечисленные труды - лишь малая часть тех результатов, что демонстрируют ускоренное развитие космологии и физики в целом. Также стоит

*Работа поддержана РФФИ (гранты № 20-02-00280 А и № 19-29-11015 mk).

¹E-mail: gevorgbek.manucharyan@gmail.com

²E-mail: ingvor@inbox.ru

отметить, что наличие имеющейся экспериментальной базы позволяет анализировать различные модели происхождения и эволюции Вселенной, что имеет огромную важность для построения непротиворечащих физических теорий, объясняющих суть пространства, времени и материи.

В настоящей работе будет продемонстрирован новый класс точных решений уравнений космологической динамики, полученный методом выбора одного из инфляционных параметров как известного. Данное решение изначально будет получено в рамках общей теории относительности. Метод решения уравнений космологической динамики, подразумевающий использование одного из инфляционных параметров как известного, имеет довольно широкое распространение [4, 5]. Полученное в рамках общей теории относительности решение далее расширяется на случай модифицированной гравитации Эйнштейна - Гаусса - Бонне, что подразумевает учет взаимодействия скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне, определенного как

$$R_{GB} = R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}, \quad (0.1)$$

что можно интерпретировать как вклад квантовых эффектов в низкоэнергетическом пределе в рамках струнной теории или теории супергравитации [6]. Ключевым отличием между общей теорией относительности и ЭГБ гравитации заключается в том, что скорость распространения космологических возмущений во втором случае является функцией, зависящей от космического времени [7].

Верификация модели, рассматриваемой в рамках настоящей работы, проводится по характеру фоновой динамики, а также по наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений и по наблюдательным ограничениям на значение скорости распространения гравитационных волн.

В работах [8], [9] даются ограничения на значения параметров космологических возмущений в соответствии с наблюдениями анизотропии реликтового излучения спутником PLANCK. В работе [10] определяется ограничение на скорость распространения реликтовых гравитационных волн для величины красного смещения $z < 0.1$ как $|c_g - 1| \leq 5 \times 10^{-16}$, что соответствует с высокой точностью случаю гравитации Эйнштейна $c_g = 1$, а в работе [11] учитывается зависимость этой величины от красного смещения и потому для значений $2 \leq z \leq 1100$ на скорость уже накладываются ограничения следующего вида: $|c_g - 1| \leq 10^{-1} - 10^{-2}$.

Настоящая работа имеет следующую структуру: в разделе 1 производится анализ космологической модели для случая гравитации Эйнштейна на основе точных решений уравнений фоновой динамики. Далее, предложенная инфляционная модель верифицируется по наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений и темпу ускоренного расширения Вселенной. В разделе 2 рассматриваются поправки к данной модели, индуцированные неминимальным взаимодействием скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне. Также, на основе наблюдательных ограничений производится оценка параметра неминимальной связи скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне. В разделе 3 рассматривается влияние скаляра Гаусса-Бонне на спектр реликтовых гравитационных волн и производится оценка возможности их регистрации с помощью перспективных детекторов. В заключении предложено обсуждение полученных результатов.

1. Модели космологической инфляции на основе гравитации Эйнштейна

В качестве источника ускоренного расширения ранней вселенной в стандартных моделях космологической инфляции на основе ОТО рассматривается каноническое скалярное поле ϕ с баротропным уравнением состояния

$$p = -w\rho. \quad (1.1)$$

Действие Эйнштейна - Гильберта в системе единиц $8\pi G = c = \hbar = 1$, соответствующее ин-

фляционным моделям на основе гравитации Эйнштейна, записывается как [12]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} R - g^{\mu\nu} \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right]. \quad (1.2)$$

Для пространственно плоской метрики Фридмана - Робертсона - Уокера

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) (dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (1.3)$$

где $a = a(t)$ – масштабный фактор, уравнения динамики записываются следующим образом [12]

$$3H^2 = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad (1.4)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = -\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad (1.5)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0. \quad (1.6)$$

Исходя из того, что из трех данных уравнений независимыми являются только два [12], данную систему можно представить в следующем виде

$$V(\phi) = 3H^2 + \dot{H}, \quad (1.7)$$

$$\dot{\phi}^2 = -2\dot{H}, \quad (1.8)$$

где $H = \frac{\dot{a}}{a}$ – параметр Хаббла.

Также отметим, что точные решения уравнений (1.7)–(1.8) полностью определяют фоновые параметры инфляционной модели.

В настоящей работе мы рассмотрим новые точные решения уравнений (1.7)–(1.8) на основе априорно заданной эволюции скалярного поля $\phi = \phi(t)$, исходя из необходимости появления стадии повторного ускоренного расширения на больших временах.

1.1. Модель космологической инфляции с повторным ускоренным расширением

Рассмотрим следующий вид эволюции скалярного поля

$$\phi(t) = -2m \left(t - \frac{1}{m} \right) e^{-bt} + \phi_0, \quad (1.9)$$

где ϕ_0 – значение скалярного поля вначале инфляции.

Из уравнений (1.7)–(1.8) определим соответствующий параметр Хаббла

$$H(t) = \frac{e^{-2bt} A(t)}{2b} + \frac{2b^2 + 2bm + m^2}{2b}, \quad (1.10)$$

и потенциал скалярного поля как функцию космического времени

$$V(t) = \frac{3(-e^{-2bt} A(t) + 2b^2 + 2bm + m^2)^2}{4b^2} - 2e^{-2bt} (A(t) - 2bm(mt - 1) + m^2), \quad (1.11)$$

где

$$A(t) = 2b^2(mt - 1)^2 - 2bm(mt - 1) + m^2.$$

На основе обратной зависимости $t = t(\phi)$ из уравнений (1.9), (1.11) определим потенциал скалярного поля

$$V(\phi) = -\frac{1}{4b^2} \frac{4b^4 \varphi^2}{W(p\varphi)} + \frac{2b^4 \varphi^2}{W(p\varphi)^2} + 2b^4 \varphi^2 - 3 \left(\frac{b^2 \varphi^2 (2W(p\varphi) + 1)}{-4W(p\varphi)^2} - \frac{1}{2} b^2 (\varphi^2 - 4) + 2bm + m^2 \right)^2, \quad (1.12)$$

где $p = \frac{be^{b/m}}{2m}$, $\varphi = \phi - \phi_0$, а W обозначает W -функцию Ламберта.

Разложив потенциал (1.12) в ряд, можно записать

$$V(\phi) = V_0 + V_1\phi + V_2\phi^2 + O(\phi^3), \quad (1.13)$$

где константы в разложении определяются следующим образом

$$\begin{aligned} V_0 &= -\frac{b^2\phi_0^2}{2} - \frac{b^2\phi_0^2}{W(-p\phi_0)^2} - \frac{b^2\phi_0^2}{W(-p\phi_0)} + \\ &+ \frac{3}{4} \left(2m + \frac{m^2}{b} - \frac{b(\phi_0^2 - 4)}{2} - \frac{b\phi_0^2(1 + 2W(-p\phi_0))}{4W(-p\phi_0)^2} \right)^2, \\ V_1 &= \frac{1}{8}\phi_0 \left(\frac{4(b^2(10 - 3\phi_0^2) + 6bm + 3m^2)}{W(-p\phi_0)} + \frac{-9b^2\phi_0^2 - 3b^2\phi_0^2}{W(-p\phi_0)^2} + \right. \\ &\quad \left. + b^2(32 - 6\phi_0^2) + 24bm + 12m^2 \right), \\ V_2 &= \frac{1}{16} \left(\frac{b^2(3\phi_0^2 - 40) - 24bm - 12m^2}{W(-p\phi_0) + 1} + \frac{33b^2\phi_0^2}{W(-p\phi_0)} - \right. \\ &\quad \left. - 2b^2(9\phi_0^2 - 16) + 24bm - 12m^2 + \frac{18b^2\phi_0^2}{W(-p\phi_0)^2} \right). \end{aligned}$$

Заметим, что зависимость потенциала (1.12) имеет отрицательный минимум. Поскольку потенциал скалярного поля определяется с точностью до константы [12], в данном случае необходимо дополнить потенциал скалярного поля постоянной V_{add} , значение которой зависит от постоянных параметров модели, т.е. $V_{add} \equiv V_{add}(m, b, \phi_0)$, при чем данная постоянная может быть интерпретирована как ненулевая энергия вакуума.

С учетом постоянной V_{add} , для значений $m = 1, b = 1, \phi_0 = 2/e^2 \approx 0.27, V_{add} = 8.7428$, зависимость потенциала от поля будет выглядеть как представлено на рис. 1.

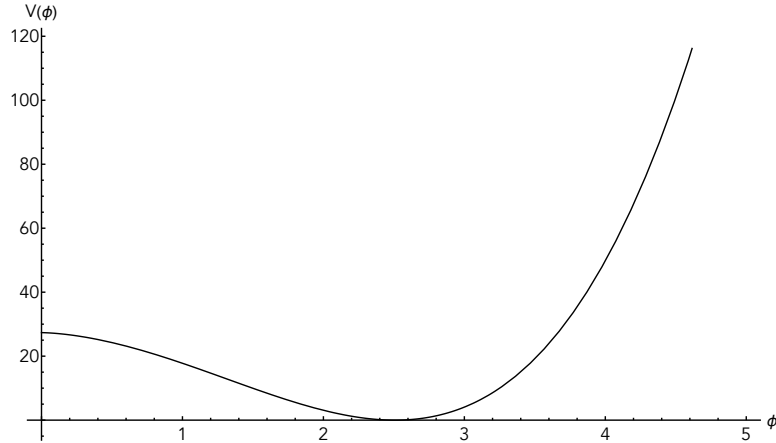


Рис. 1. Зависимость потенциала от поля с нулевым минимальным значением для констант модели $m = 1, b = 1, \phi_0 = 0.27$.

Параметры медленного скатывания, определенные как

$$\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2}, \quad (1.14)$$

$$\delta = -\frac{\ddot{H}}{2H\dot{H}} = \epsilon - \frac{\dot{\epsilon}}{2H\epsilon}, \quad (1.15)$$

для рассматриваемой модели космологической инфляции записываются как

$$\epsilon(t) = \frac{8b^2 e^{2bt} (b(-m)t + b + m)^2}{K^2}, \quad (1.16)$$

$$\delta(t) = \frac{2b^2 e^{2bt} (b(mt - 1) - 2m)}{(m - b(mt - 1))K}, \quad (1.17)$$

где

$$K = 2b^2 (e^{2bt} - (mt - 1)^2) + m^2 (e^{2bt} - 1) + 2bm (e^{2bt} + mt - 1). \quad (1.18)$$

Теперь проанализируем характер динамики вселенной на основе относительного ускорения Q , которое определяется следующим образом [13]

$$Q = \frac{\ddot{a}}{a} = H^2 + \dot{H}. \quad (1.19)$$

Для параметра Хаббла (1.10) относительное ускорение определяется как

$$Q(t) = \frac{(2b^2 + 2bm + m^2)^2}{4b^2} + \frac{e^{-4bt} A(t)^2}{2b^2} - \frac{e^{-2bt}}{2b^2} (A(t) (4b^2 + 2bm + m^2) + (2b^2 m (m + b(2 - 2mt)))). \quad (1.20)$$

Зависимость $Q = Q(t)$ для значений $m = 1$, $b = 1$ представлена на Рис.2, что соответствует двум стадиям ускоренного расширения вселенной на малых и больших временах.

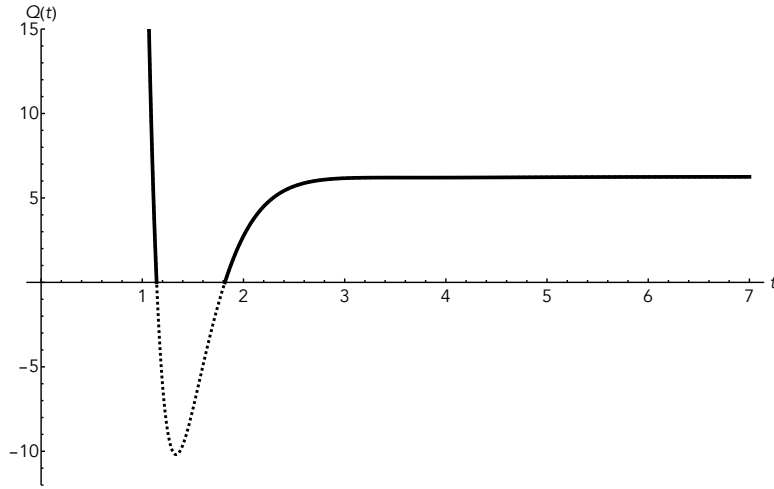


Рис. 2. Зависимость относительного ускорения от времени для констант модели $m = 1$, $b = 1$.

Также, на основе зависимостей (1.16)–(1.17) отметим, что в данной модели на малых временах выполняются условия медленного скатывания $\epsilon \ll 1$ и $\delta \ll 1$. На больших временах из выражения для параметра Хаббла (1.10) получим

$$H(t \rightarrow \infty) = \frac{2b^2 + 2bm + m^2}{2b} = const, \quad (1.21)$$

что соответствует экспоненциальному ускоренному расширению.

Для полученных параметров медленного скатывания можно записать приблизительно $5\delta^2 \approx \epsilon$, для $t \in [0, 1.5]$ в чем можно убедиться, если рассмотреть график зависимости $\delta(\epsilon)$, представленный на рис.3. В этом интервале времени при $t = t_{end} = 1.1418$ выполняется условие выхода из инфляции $\epsilon = 1$ [14].

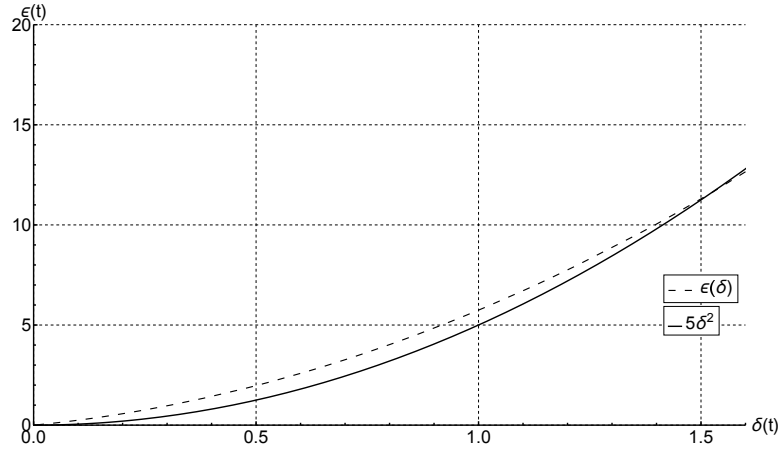


Рис. 3. Зависимость параметров медленного скатывания $\epsilon(\delta)$ для констант модели $m = 1$, $b = 1$ в интервале времени $t \in [0, 1.5]$

К этому моменту времени число е-фолдов равно

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_f(t_{end}) &= \int_0^{t_{end}} H(t) dt = \int_0^{1.1418} H(t) dt = \\ &= -2.5 \left(t + e^{-2t} (25.6678 - 19.1436t + 3.85959t^2) \right) \Big|_0^{1.1418} = 59.0624, \end{aligned} \quad (1.22)$$

что соответствует известным оценкам данного параметра в моделях космологической инфляции [15].

1.2. Параметры космологических возмущений

Космологические возмущения являются источником формирования крупномасштабной структуры вселенной и стохастического гравитационно-волнового фона. В линеаризованной теории космологических возмущений рассматриваются три их типа: скалярные, тензорные и векторные [12]. Однако векторные возмущения в процессе ускоренного расширения ранней вселенной быстро затухают и обычно рассматриваются первые два типа возмущений.

В стандартных моделях космологической инфляции спектр мощности скалярных возмущений \mathcal{P}_S , спектральный индекс скалярных n_S и тензорных n_T возмущений, тензорно - скалярное отношение r на пересечении радиуса Хаббла ($k = aH$) определяются следующим образом [12]

$$\mathcal{P}_S = \frac{1}{2\epsilon} \left(\frac{H}{2\pi} \right)^2, \quad (1.23)$$

$$n_S - 1 = 2(\delta - 2\epsilon), \quad (1.24)$$

$$n_T \simeq -2\epsilon, \quad (1.25)$$

$$r \equiv \frac{P_T}{P_S} = 16\epsilon. \quad (1.26)$$

Согласно современным наблюдательным данным по наблюдению анизотропии и поляризации реликтового излучения [8], [9] наблюдательные ограничения на данные параметры определяются как

$$P_S \simeq 2.1 \times 10^{-9}, \quad (1.27)$$

$$n_S = 0.965 \pm 0.004, \quad (1.28)$$

$$r < 0.032. \quad (1.29)$$

Значение спектра мощности скалярных возмущений на пересечении радиуса Хаббла $t \equiv t_H$ (учитывая, что $t_{end} \sim t_H$) для числа e -фолдов $\mathcal{N}(t_H) \simeq 60$ равно

$$\mathcal{P}_S = \frac{1}{2\epsilon} \left(\frac{H}{2\pi} \right)^2 \Big|_{t=t_H} \simeq 2.1 \times 10^{-9}, \quad (1.30)$$

что соответствует наблюдательным ограничениям.

С учетом соотношения между параметрами медленного скатывания $5\delta^2 \approx \epsilon$, из выражений (1.24) и (1.26) получим следующую связь между тензорно - скалярным отношением и спектральным индексом скалярных возмущений

$$r(n_s) = \frac{2}{5} \left(-\sqrt{21 - 20n_s} - 10n_s + 11 \right). \quad (1.31)$$

Соотношение (1.31) позволяет провести верификацию модели и подтвердить, что она соответствует наблюдательным ограничениям, поскольку тензорно - скалярное отношение меньше 0.032 при $n_s = 0.965$, и далее падает до нуля, что представлено на рис. 4.

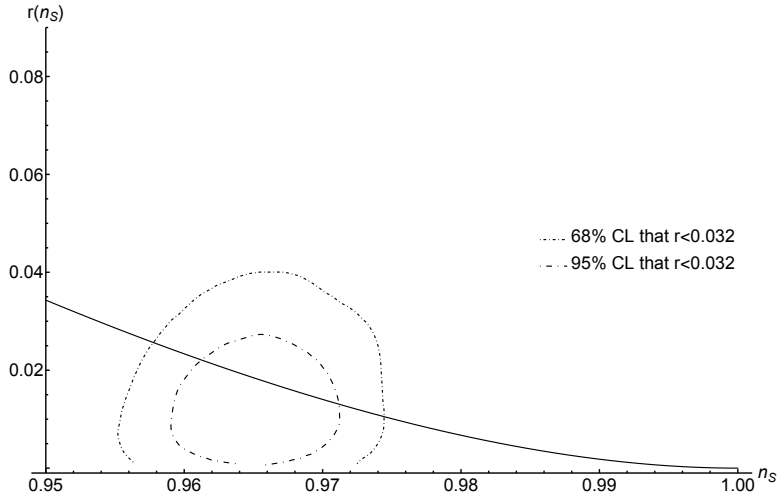


Рис. 4. Зависимость тензорно - скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений для констант модели $m = 1$, $b = 1$, $\phi_0 = 0.27$

Несложно из (1.31) установить, что $r(0.965 - 0.004) \simeq 0.0223334$, $r(0.965) \simeq 0.0184638$, $r(0.965 + 0.004) \simeq 0.0148831$.

2. Поправки, индуцированные неминимальной связью скалярного поля и скаляром Гаусса-Бонне

Скаляр Гаусса - Бонне возникает при рассмотрении эффективного действия в низкоэнергетическом пределе теории гетеротических струн [16, 17] и, таким образом, может рассматриваться в контексте геометрической трактовки эффектов квантовой гравитации. Также отметим, что влияние скаляра Гаусса-Бонне на космологическую динамику в четырехмерном пространстве возможно только при наличии его неминимальной связи со скалярным полем [16, 17].

Действие для модели космологической инфляции с учетом неминимальной связи скаляра Гаусса-Бонне и скалярного поля определяется следующим образом [17]

$$S_{GB} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2}R - \frac{1}{2}g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi_{GB} \partial_\nu \phi_{GB} - V_{GB}(\phi_{GB}) - \frac{1}{2} \xi(\phi_{GB}) R_{GB} \right], \quad (2.1)$$

где $\xi(\phi_{GB})$ - функция, определяющая взаимодействие между скалярным полем ϕ_{GB} и скаляром Гаусса - Бонне R_{GB} .

Уравнения космологической динамики, соответствующие действию (2.1) в пространственно плоской вселенной Фридмана записываются как [17]

$$3H_{\text{GB}}^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}_{\text{GB}}^2 + V_{\text{GB}} + 12\xi H_{\text{GB}}^3 \quad (2.2)$$

$$\dot{\phi}_{\text{GB}}^2 = -2\dot{H}_{\text{GB}} + 4\ddot{H}_{\text{GB}} + 4\dot{\xi}H_{\text{GB}} \left(2\dot{H}_{\text{GB}} - H_{\text{GB}}^2 \right) \quad (2.3)$$

$$\ddot{\phi}_{\text{GB}} + 3H_{\text{GB}}\dot{\phi}_{\text{GB}} + \frac{\partial V_{\text{GB}}(\phi_{\text{GB}})}{\partial \phi_{\text{GB}}} + 12H_{\text{GB}}^2 \left(\dot{H}_{\text{GB}} + H_{\text{GB}}^2 \right) \frac{\partial \xi(\phi_{\text{GB}})}{\partial \phi_{\text{GB}}} = 0, \quad (2.4)$$

В случае минимального взаимодействия $\xi = \text{const}$ уравнения космологической динамики (2.2)-(2.4) сводится к уравнениям (1.4)-(1.6) для космологических моделей на основе гравитации Эйнштейна.

В работе [17] было показано, что условиям медленного скатывания для инфляции на основе гравитации Эйнштейна-Гаусса-Бонне соответствует слабое влияние скаляра Гаусса-Бонне на космологическую динамику и соотношения между фоновыми космологическими параметрами для случая гравитации Эйнштейна и Эйнштейна-Гаусса-Бонне можно определить следующим образом

$$V_{\text{GB}} = V - \alpha_{\text{GB}}\dot{H}, \quad (2.5)$$

$$H_{\text{GB}} = H(1 + \alpha_{\text{GB}}\epsilon), \quad (2.6)$$

$$\phi_{\text{GB}} = \phi\sqrt{1 - \alpha_{\text{GB}}}, \quad (2.7)$$

$$\xi = \frac{\alpha_{\text{GB}}}{4H^2} + \xi_0, \quad (2.8)$$

где $\alpha_{\text{GB}} < 1$ - константа неминимального взаимодействия и ξ_0 - некоторая постоянная.

Таким образом, при соблюдении условий медленного скатывания $\epsilon \ll 1$ получим $H_{\text{GB}} \simeq H$ и $\epsilon_{\text{GB}} \simeq \epsilon$, то есть влияние неминимальной связи скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне на динамику ускоренного расширения ранней вселенной является слабым. Влияние скаляра Гаусса-Бонне на потенциал порядка $\alpha_{\text{GB}}\dot{H}$, то есть при соблюдении условий медленного скатывания $\epsilon \ll 1$ также является незначительным.

Также в работе [17] было показано, что влияние взаимодействия скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне на скалярные возмущения пренебрежимо мало при соблюдении условий медленного скатывания $n_{\text{S}(\text{GB})} \simeq n_{\text{S}}$, однако значение тензорно - скалярного отношения может существенно отличаться от случая гравитации Эйнштейна

$$r_{\text{GB}} = 16(1 - \alpha_{\text{GB}})\epsilon = (1 - \alpha_{\text{GB}})r, \quad (2.9)$$

что позволяет определить константу неминимального взаимодействия α_{GB} , исходя из наблюдательных ограничений на вклад тензорных возмущений в анизотропию и поляризацию реликтового излучения.

На основе выражений (1.31) и (2.9) получим следующую зависимость тензорно - скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений

$$r(n_{\text{S}}) = \frac{2}{5} \left(-\sqrt{21 - 20n_{\text{S}}} - 10n_{\text{S}} + 11 \right) (1 - \alpha_{\text{GB}}). \quad (2.10)$$

Исходя из данной зависимости, представленной на Рис.5, и наблюдательных ограничений (1.28)-(1.28) получим следующие ограничения на значения константы неминимальной связи

$$\alpha_{\text{GB}} \in (-0.73312, 1). \quad (2.11)$$

Из выражений (1.10) и (2.8) определим функцию неминимального взаимодействия

$$\xi(t) = \frac{\alpha_{\text{GB}}}{4} \left[\frac{e^{-2bt}A(t)}{2b} + \frac{2b^2 + 2bm + m^2}{2b} \right]^{-2} + \xi_0. \quad (2.12)$$

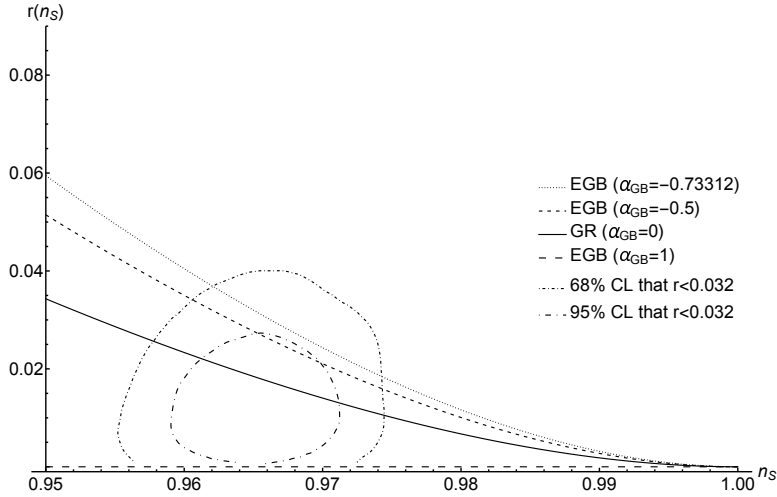


Рис. 5. Зависимость тензорно-скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений для констант модели $m = 1$, $b = 1$ и различных значений константы неминимального взаимодействия α_{GB} .

На больших временах $\xi(t \rightarrow \infty) = const$, то есть скаляр Гаусса-Бонне не оказывает влияния на космологическую динамику, а теория гравитации соответствует случаю ОТО.

Теперь рассмотрим влияние скаляра Гаусса-Бонне на параметр состояния скалярного поля [17]

$$w = -1 + \frac{2}{3}(1 - \alpha_{GB})\epsilon. \quad (2.13)$$

На инфляционной стадии $\epsilon \ll 1$ и $w \simeq -1$ как и в случае гравитации Эйнштейна. Однако, на постинфляционной стадии для случая $\alpha_{GB} = 0$ и $\epsilon = 2$ из выражения (2.13) получим $w = 1/3$, что соответствует стадии преобладания излучения, а для случая $\alpha_{GB} \neq 0$ параметр состояния может принимать различные значения в интервале $\frac{1}{3} \leq w \leq 1$, что соответствует промежуточной стадии преобладания жесткой энергии после завершения инфляции и до начала стадии преобладания излучения [18]. Отметим, что ограничение на значение параметра состояния $w \leq 1$ соответствует случаю предельно жесткого вещества, для которого скорость распространения адиабатических возмущений равна скорости света в вакууме.

На основе выражения (2.13) получим более строгие ограничения на значение константы неминимальной связи

$$-1/2 \leq \alpha_{GB} \leq 0. \quad (2.14)$$

Также отметим, что наличие дополнительной стадии преобладания жесткой энергии оказывает существенное влияние на спектр реликтовых гравитационных волн [18].

Таким образом, неминимальная связь скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне оказывает слабое влияние на фоновые параметры инфляционных моделей, но может существенно изменить характеристики реликтовых гравитационных волн.

3. Спектр реликтовых гравитационных волн

Поскольку реликтовые гравитационные волны не были обнаружены непосредственно, соответствие космологических моделей наблюдательным ограничениям на их вклад в анизотропию и поляризацию реликтового излучения не является способом их непосредственной верификации.

Тем не менее, регистрация реликтовых гравитационных волн является с одной стороны прямым подтверждением справедливости использования инфляционной парадигмы при описании физических процессов в ранней вселенной, с другой – позволит существенно сократить число теоретических моделей.

Плотность энергии реликтовых гравитационных волн характеризуется следующим безразмерным параметром [19]

$$\Omega_{GW}(f) \simeq \Omega_{GW}^0(f) \cdot \begin{cases} 1, & f < f_{RD}, \\ 1.27 \cdot \left(\frac{f}{f_{RD}}\right)^{\alpha_s}, & f > f_{RD}, \end{cases} \quad (3.1)$$

где $\Omega_{GW}^0 = 10^{-15} r/h^2$, $h \simeq 0.69$ - относительная постоянная Хаббла, параметр $\alpha_s = 2 \left(\frac{3w-1}{3w+1}\right)$, f_{RD} - это частота моды, которая соответствует размеру горизонта в начале эпохи преобладания излучения, в настоящей эпохе.

Откуда с условием $\Omega_{GW}(100/Hz) \simeq 10^{-9}$ (ограничение LIGO [20]) несложно получить ограничение на частоту [21]

$$f_{RD} \leq 100 \cdot \left(\frac{h^2 \times \Omega_{GW}(100)}{10^{-15} \cdot r}\right), \quad (3.2)$$

причем необходимо учитывать, что f_{RD} снизу ограничена значением f_{bbn} - частотой, соответствующей моде, пересекающей горизонт Хаббла в момент первичного нуклеосинтеза.

Из интегрального условия на плотность энергии реликтовых гравитационных волн [19, 21]

$$\int_{f_{bbn}}^{f_{cutoff}} \Omega_{GW}(f) \frac{df}{f} \leq 1.3 \times 10^{-6}, \quad (3.3)$$

где $f_{bbn} \approx 1.8 \times 10^{-11}$ Гц, определим частоту обрезания спектра, которая, для случая $w = 1$ и $\alpha_{GB} = -1/2$, равна $f_{cutoff} \approx 91769.2$ Гц.

Для стандартных космологических моделей на основе гравитации Эйнштейна ($\alpha_{GB} = 0$) из выражения (3.1) получим

$$\Omega_{GW}^0 < 3.87 \times 10^{-17}. \quad (3.4)$$

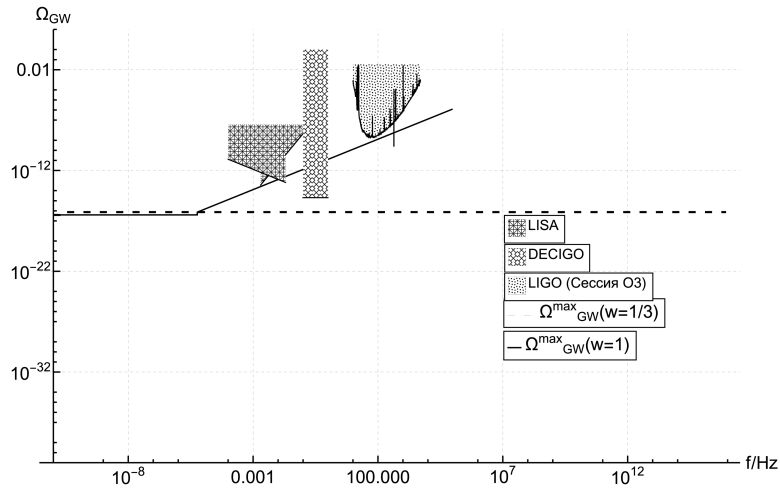


Рис. 6. Плотность энергии реликтовых гравитационных волн для предельных значений параметра состояния и чувствительность гравитационно - волновых антенн LISA [22], DECIGO [23] и LIGO [20].

Таким образом, непосредственная регистрация низкочастотных реликтовых гравитационных волн перспективными космическими детекторами LISA и DECIGO для космологических моделей с учетом неминимальной связи скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне возможна в диапазонах частот (10, 20) мГц и (0.1, 1) Гц соответственно, тогда как для случая стандартных космологических моделей на основе гравитации Эйнштейна для наблюдения реликтовых гравитационных волн требуется улучшить чувствительность гравитационно - волновых детекторов.

Заключение

В работе рассматривалось влияние неминимальной связи скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне на параметры космологических моделей.

Учет поправок к стандартным инфляционным моделям производился на примере модели космологической инфляции, соответствующей наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений и соответствующую двум стадиям ускоренного расширения вселенной на малых и больших временах.

Несмотря на слабое влияние скаляра Гаусса-Бонне на фоновые параметры рассмотренной космологической модели, учет данной модификации теории гравитации Эйнштейна оказывает существенное влияние на характеристики реликтовых гравитационных волн.

Непосредственный анализ спектра реликтовых гравитационных волн в рамках предложенной модели космологической инфляции с поправками, индуцированными скаляром Гаусса-Бонне, соответствует возможности регистрации низкочастотных реликтовых гравитационных волн перспективными космическими детекторами LISA и DECIGO, в отличие от случая аналогичной модели на основе гравитации Эйнштейна.

Таким образом, в силу существенного различия характеристик реликтовых гравитационных волн для стандартных инфляционных моделей на основе гравитации Эйнштейна и моделей на основе гравитации Эйнштейна-Гаусса-Бонне, учет квантовых поправок к классической теории гравитации может оказывать существенное влияние на оценку возможности непосредственной регистрации реликтовых гравитационных волн перспективными детекторами.

Список литературы/References

1. Gibson-Even A., et al. *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*. 2012
2. Bojowald M., Paily G. M., Deformed general relativity and effective actions from loop quantum gravity. *Phys. Rev. D*, 2012, vol. 86, no. 10, p. 204018.
3. Aghanim N., et al. *Planck 2015 results-XI. CMB power spectra, likelihoods, and robustness of parameters*. *Astron. & Astrophys.*, 2016, vol. 594, p. A11.
4. Ellis G.F.R., Madsen M.S. Exact scalar field cosmologies. *Class. Quant. Grav.*, 1991, vol. 8, no. 4, p. 667.
5. Muslimov A.G. On the scalar field dynamics in a spatially flat Friedman universe. *Class. Quant. Grav.*, 1990, vol. 7, no. 2, p. 231.
6. Boulware D. and Stanley D. String-generated gravity models. *Phys. Rev. Lett.*, 1985, vol. 55, no. 24, p. 2656.
7. Koh S., Lee B.-H. and Tumurtushaa G. Reconstruction of the scalar field potential in inflationary models with a Gauss-Bonnet term. *Phys. Rev. D*, 2017, vol. 95, no. 12, p. 123509.
8. Aghanim N., et al. *Planck 2018 results-VI. Cosmological parameters*. *Astron. & Astrophys.*, 2020, vol. 641, p. A6.
9. Tristram, M., et al. Improved limits on the tensor-to-scalar ratio using BICEP and Planck data. *Phys. Rev. D*, 105.8, 2022, p. 083524.
10. Abbot B.P., et al. Multi-messenger observations of a binary neutron star merger. *Astrophys. J. Lett.*, 2017, vol. 848, no. 2, p. L12.
11. Bonilla A., et al. Forecasts on the speed of gravitational waves at high z . *J. Cosm. Astropart. Phys.*, 2020, vol. 2020, no. 03, p.015.
12. S. Chervon, I. Fomin, V. Yurov, A. Yurov, Scalar Field Cosmology. *Ser. Found. Natur. Sci. Tech.*, 2019, vol. 13. (WSP, Singapur). <https://doi.org/10.1142/11405>
13. Fomin I.V., Chervon S.V., Tsyganov A.V. Generalized scalar-tensor theory of gravity reconstruction from physical potentials of a scalar field. *Eur. Phys. J. C.*, 2020, vol. 80, no. 4, p. 1–12.
14. Liddle A. R., Parsons P., Barrow J. D. Formalizing the slow-roll approximation in inflation. *Phys. Rev. D*, 1994, vol. 50, no. 12, p. 7222.

15. Remmen G., Carroll S. How many e-folds should we expect from high-scale inflation? *Phys. Rev. D*, 2014, vol. 90, no. 6, p. 063517.
16. Zwiebach B. Curvature squared terms and string theories. *Phys. Lett. B*, 1985, vol. 156, no. 5–6, p. 315–317.
17. Fomin I. Gauss–Bonnet term corrections in scalar field cosmology. *Eur. Phys. J. C.*, 2020, vol. 80, no. 12, p. 1–16.
18. Boyle, L.A., Buonanno A. Relating gravitational wave constraints from primordial nucleosynthesis, pulsar timing, laser interferometers, and the CMB: Implications for the early Univers. *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 78, no. 4, p. 043531.
19. Tanin E. H., Tankanen T., Gravitational wave constraints on the observable inflation. *J. Cosm. Astropart. Phys.*, 2021, vol. 2021, no. 01, p. 053.
20. Martynov D. V. et al. Sensitivity of the Advanced LIGO detectors at the beginning of gravitational wave astronomy. *Phys. Rev. D.*, 2016, vol. 93, no. 11., p. 112004.
21. Fomin I.V., Chervon S.V., Morozov A.N. and Golyak I.S., Relic gravitational waves in verified inflationary models based on the generalized scalar–tensor gravity. *Eur. Phys. J. C.*, 2022, vol. 82, no.7, p. 642.
22. Amaro-Seoane P., et al. Laser interferometer space antenna. *arXiv preprint*, arXiv:1702.00786, 2017
23. Kawamura S., et al. *The Japanese space gravitational wave antenna—DECIGO*. *Class. Quant. Grav.*, 2006, vol. 23, no. 8, p. S125.

Авторы

Манучарян Геворг Дереникович, ассистент кафедры «Физика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, ул. 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1, г. Москва, 105005, Россия. Старший техник, ГАИШ МГУ им. М.В. Ломоносова, Университетский проспект, д. 13, г. Москва, 119234, Россия.
E-mail: gevorgbek.manucharyan@gmail.com

Фомин Игорь Владимирович, д. ф.-м. н., профессор кафедры физики, Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2-я Бауманская ул., д. 5, г. Москва, 105005, Россия; профессор кафедры физики и технических дисциплин, Ульяновский государственный педагогический университет, пл. Ленина, д. 4/5, г. Ульяновск, 432071, Россия.
E-mail: ingvor@inbox.ru

Пробьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Манучарян Г. Д., Фомин И. В. Поправки к стандартным инфляционным моделям, индуцированные скаляром Гаусса - Бонне. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2022. № 40. С. 119–131.

Authors

Manucharyan Gevorg Derenikovich, assistant of Physics department, Bauman Moscow State Technical University, 2-nd Baumanskaya st., 5/1, Moscow, 105005, Russia. Senior technician, Sternberg Astronomical Institute, Moscow State University, Universitetsky pr., 13, Moscow, 119234, Russia.
E-mail: gevorgbek.manucharyan@gmail.com

Fomin Igor Vladimirovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of Physics Department of Bauman Moscow State Technical University, 2-nd Baumanskaya street, 5, Moscow, 105005, Russia; Professor of Department of Physics and Technical Disciplines, Ulyanovsk State Pedagogical University, Lenin's square, Build. 4/5, Ulyanovsk, 432071, Russia.
E-mail: ingvor@inbox.ru

Please cite this article in English as:

Manucharyan G. D., Fomin I. V. Corrections to standard inflationary models induced by Gauss - Bonnet scalar. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2022, no. 40, pp. 119–131.