

УДК 524.3

© Кичигин И. В., Тегай С. Ф., 2019

МОДЕЛЬ АККРЕЦИОННОГО ДИСКА “ПОЛЬСКИЙ ПОНЧИК” В ПРОСТРАНСТВЕ ГУЦУНАЕВА – МАНЬКО

Кичигин И. В.^{a,1}, Тегай С. Ф.^{a,2}^a Сибирский федеральный университет, пр. Свободный, д. 79, г. Красноярск, 660041, Россия.

Рассматривается модель нейтрального аккреционного диска “польский пончик” в пространстве, описываемом решением Гуцунаева – Манько. Это аксиально симметричное и асимптотически плоское решение уравнений Эйнштейна – Максвелла может быть интерпретировано как поле источника, обладающего магнитным моментом. Вещество аккреционного диска в модели “польский пончик” описывается тензором энергии-импульса идеальной жидкости, а собственная гравитация диска считается пренебрежимо малой. Исходя из релятивистского уравнения Эйлера, для данной модели возможно построить поверхности постоянного давления, не задавая уравнение состояния вещества диска. Полученная таким образом структура диска зависит от распределения его момента импульса. Мы рассматриваем два вида распределений момента: постоянное, типичное для теории аккреции на черные дыры, и распределение, монотонно растущее от нуля на поверхности звезды до кеплеровского момента на больших расстояниях от нее, характерное для аккреции на нейтронные звезды. При реалистичных значениях параметров влияние магнитного поля оказывается крайне малым, тогда как экстремально большие значения магнитного момента или компактности источника могут приводить в том числе и к качественным изменениям структуры аккреционного диска.

Ключевые слова: аккреция, польский пончик, магнитное поле.

POLISH DOUGHNUTS IN GUTSUNAEV–MANKO SPACETIME

Kichigin I. V.^{a,1}, Tegai S. F.^{a,2}^a Siberian Federal University, pr. Svobodny, 79, Krasnoyarsk, 660041, Russia.

We consider the polish doughnut accretion disk model in the Gutsunaev–Manko spacetime. This axially symmetric asymptotically flat solution of the Einstein–Maxwell equations can be viewed as the exterior field of the massive magnetic dipole. The matter of the accretion disk in the polish doughnut model is described by the perfect fluid stress-energy tensor. The disk gravity is considered negligible. By integrating the relativistic Euler equation one can find the equipressure surfaces without defining the equation of state of the disk matter. The structure of the polish doughnut obtained in such a way depends on the disk angular momentum distribution. We consider two types of angular momentum distributions. The first is a constant angular momentum, which is typical for the black hole accretion. The second grows monotonously from zero on the star surface to the keplerian momentum at infinity characteristically for the neutron star accretion. With the realistic values of the star parameters the influence of the magnetic field remains small, however the extremely large magnetic momentum or compactness can lead to the qualitative changes in the structure of the accretion disk.

Keywords: accretion, polish doughnut, magnetic field.

PACS: 95.30.Sf, 97.10.Gz

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2019.3.77-87

¹E-mail: ivan.kichigin.krasnoy.98@mail.ru²E-mail: tegai_s_f@inbox.ru

Введение

Магнитостатические решения уравнений Эйнштейна – Максвелла давно вызывают значительный интерес исследователей в связи с возможными астрофизическими приложениями. Известно большое количество таких решений [1], найденных в основном благодаря теоремам Боннора [2, 3], сопоставляющим каждому стационарному вакуумному или электростатическому решению свое статическое пространство с магнитным полем. Однако физические свойства этих пространств, такие как асимптотическое поведение и движение различных пробных объектов в соответствующих пространствах, остаются малоизученными.

Среди всего множества магнитостатических решений наибольшую для астрофизики значимость имеют те, что одновременно удовлетворяют двум условиям. Во-первых, решение должно переходить в пространство Шварцшильда как в отсутствие магнитного поля, так и при значительном удалении от источника. Во-вторых, магнитное поле на больших расстояниях от центра должно иметь дипольный характер. Только такие решения можно рассматривать в качестве внешних полей массивных источников, обладающих магнитным моментом. Первым решением, для которого выполнение обоих перечисленных выше условий было явно показано, является пространство Гуцунаева – Манько [4]. В нашей работе мы рассматриваем стационарное вращение нейтральной идеальной жидкости в гравитационном поле, описываемом этим решением. Данная модель является простейшим описанием толстого аккреционного диска и носит название “польский пончик” в связи с тем, что первые работы по изучению стационарного течения идеальной жидкости в окрестности черных дыр Шварцшильда и Керра были проделаны польскими авторами [5–8]. Несмотря на относительную простоту, модель не потеряла своей актуальности, и продолжает развиваться [9–12], так как может служить, в том числе, хорошей отправной точкой для численных расчетов [13–15].

Так как мы рассматриваем движение нейтральной жидкости, то магнитное поле, присутствующее в решении Гуцунаева – Манько, не может влиять на ее вращение напрямую, посредством электромагнитного взаимодействия. Все потенциальные отличия от движения в пространстве Шварцшильда могут быть связаны только с изменением гравитации звезды, вызванным энергией магнитного поля. Чтобы оценить ожидаемый порядок величины возможных эффектов, возьмем значение магнитного поля у поверхности $B_{surf} \sim 2 \cdot 10^{15}$ Гс, соответствующее магнетару SGR 1806–20 – объекту с наибольшим известным на сегодняшний день магнитным полем [16]. Предполагая, что магнитное поле имеет дипольный характер, и используя типичные для нейтронных звезд значения радиуса $R = 10$ км и массы $m = 1.4M_{\odot}$, получаем оценки отношения энергии E магнитного поля вне магнетара к его массе m и отношения магнитного момента μ к квадрату массы

$$\frac{E}{m} \sim \frac{B_{surf}^2 R^3}{m} \sim 4 \cdot 10^{-7}, \quad \frac{\mu}{m^2} \sim 1.35 \cdot 10^{-2}. \quad (1)$$

Из-за малости энергии магнитного поля по сравнению с массой звезды движение нейтральной жидкости не должно сильно отличаться от движения аналогичной жидкости в пространстве Шварцшильда для известных астрофизических объектов.

1. Решение Гуцунаева – Манько

Линейный элемент статического аксиально-симметричного пространства в вытянутых эллипсоидальных координатах записывается как

$$ds^2 = f^2 dt^2 - k^2 f^{-2} \left[e^{2\gamma} (x^2 - y^2) \left(\frac{dx^2}{x^2 - 1} + \frac{dy^2}{y^2 - 1} \right) + (x^2 - 1)(1 - y^2) d\varphi^2 \right], \quad (2)$$

где $f(x, y)$ и $\gamma(x, y)$ – некоторые метрические функции, а k – константа. В случае рассматриваемого решения Гуцунаева – Манько [4], эти функции имеют вид

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \left(\frac{n_-}{d_-} + \frac{n_+}{d_+} \right), \quad (3)$$

$$e^{2\gamma} = \frac{x^2 - 1}{x^2 - y^2} \cdot \frac{(n_- d_+ + n_+ d_-)^4}{(1 + \alpha^2)^8 (x^2 - y^2)^8}, \quad (4)$$

где

$$n_{\pm} = x^2 - y^2 \pm 2\alpha y \sqrt{x^2 - 1} + \alpha^2 (x + 1)^2, \quad d_{\pm} = x^2 - y^2 \pm 2\alpha y \sqrt{x^2 - 1} + \alpha^2 (x - 1)^2, \quad (5)$$

и α – параметр, отвечающий за величину магнитного поля. Единственная отличная от нуля компонента 4-потенциала электромагнитного поля $A_{\varphi}(x, y)$ дается выражением

$$A_{\varphi} = \frac{8k\alpha^3 (y^2 - 1) [2(1 + \alpha^2)x^3 + (1 - 3\alpha^2)x^2 + y^2 + \alpha^2]}{(1 + \alpha^2)(n_- d_+ + n_+ d_-)}. \quad (6)$$

Из поведения метрических коэффициентов и 4-потенциала при больших значениях координаты x следует [4], что решение Гуцунаева – Манько асимптотически плоское, а параметры k и α определяют массу центрального объекта m и его дипольный магнитный момент μ с помощью равенств

$$m = k \frac{1 - 3\alpha^2}{1 + \alpha^2}, \quad (7)$$

$$\frac{\mu}{m^2} = \frac{8\alpha^3}{(1 - 3\alpha^2)^2}. \quad (8)$$

При уменьшении параметра α от любого значения $\alpha < 1/\sqrt{3}$ до нуля решение непрерывно переходит во внешнее решение Шварцшильда, причем координаты (x, y) связаны с координатами кривизн (r, θ) соотношениями $x = (r - m)/k$, $y = \cos \theta$.

Так как единственным решением уравнений Эйнштейна – Максвелла, описывающим стационарную аксиально симметричную черную дыру, является решение Керра – Ньюмана, то пространство Гуцунаева – Манько должно каким-то образом нарушать условия теоремы единственности. И действительно, Карас и Вокруглицкий [17] показали, что решение Гуцунаева – Манько не свободно от сингулярностей, лежащих над горизонтом $x = 1$. Метрическая функция $f(x, y)$, как и тензор кривизны Римана расходятся на поверхности, образуемой вращением кривой $d_-(x, y; \alpha) = 0$ вокруг оси симметрии. Две ветви данной кривой начинаются в точках $(x = 1, y = \pm 1)$ и оканчиваются опять при $y = \pm 1$, но при $x > 1$. Для того чтобы иметь возможность интерпретировать решение как внешнее пространство некоторой звезды, обладающей магнитным моментом, будем предполагать, что эта сингулярность целиком лежит внутри звезды.

2. Польский пончик

Рассмотрим простейшую модель аккреционного диска, вращающегося вокруг оси симметрии пространства Гуцунаева – Манько. Гравитацией аккреционного диска пренебрежем, а вещество диска будем считать идеальной жидкостью, движущейся с 4-скоростью

$$u^{\mu} = \frac{(\xi^{\mu} + \Omega \eta^{\mu})}{\sqrt{g_{tt} + \Omega^2 g_{\varphi\varphi}}}, \quad (9)$$

где ξ^{μ} , η^{μ} – векторы Киллинга, касательные к координатным линиям t и φ соответственно, а $\Omega = u^{\varphi}/u^t$ – угловая скорость вращения диска. Удельный момент импульса $L = u_{\varphi}/u_t$ выражается через угловую скорость как

$$L = \frac{k^2 (x^2 - 1) (1 - y^2) \Omega}{f^4}. \quad (10)$$

Распределение вещества в диске находится из закона сохранения $\nabla_{\mu} T_{\nu}^{\mu} = 0$, который для идеальной жидкости в аксиально симметричном пространстве (2) принимает вид

$$\partial_x p = -\frac{p + \rho}{f^3 (g_{tt} + \Omega^2 g_{\varphi\varphi})} [k^2 ((x^2 - 1) \partial_x f - x f) (1 - y^2) \Omega^2 + f^4 \partial_x f], \quad (11)$$

$$\partial_y p = -\frac{p + \rho}{f^3 (g_{tt} + \Omega^2 g_{\varphi\varphi})} [k^2 ((1 - y^2) \partial_y f + yf) (x^2 - 1) \Omega^2 + f^4 \partial_y f], \quad (12)$$

где p и ρ – давление и плотность диска. Отсюда следует, что уравнение, описывающее поверхности постоянного давления не зависит от уравнения состояния вещества диска и имеет вид

$$\frac{dx}{dy} = -\frac{\partial_y p}{\partial_x p} = -\frac{k^2 ((1 - y^2) \partial_y f + yf) (x^2 - 1) \Omega^2 + f^4 \partial_y f}{k^2 ((x^2 - 1) \partial_x f - xf) (1 - y^2) \Omega^2 + f^4 \partial_x f} \quad (13)$$

или

$$\frac{dx}{dy} = -\frac{((1 - y^2) \partial_y f + yf) (x^2 - 1) f^4 L^2 + k^2 (x^2 - 1)^2 (1 - y^2)^2 \partial_y f}{((x^2 - 1) \partial_x f - xf) (1 - y^2) f^4 L^2 + k^2 (x^2 - 1)^2 (1 - y^2)^2 \partial_x f}, \quad (14)$$

если перейти от угловой скорости к удельному моменту импульса с помощью соотношения (10). Для решения этого уравнения необходимо знать распределение момента импульса $L(x, y)$ в аккреционном диске. В реальных дисках распределение момента зависит от сложных и не до конца изученных диссипативных процессов. В связи с этим Пачиньский и Виита [5], а также Ярошинский, Абрамович и Пачиньский [6] в своих пионерских работах по исследованию “польских пончиков” предложили задавать функцию L “руками” (феноменологически). Этот способ расчета подобных моделей до сих пор остается общепринятым [9].

2.1. Постоянный удельный момент импульса

В первую очередь рассмотрим наиболее простой и в то же время важный случай постоянного распределения удельного момента $L(x, y) = Const$. Во-первых, такое распределение момента минимальным образом обеспечивает выполнение условия устойчивости диска $dL/dx \geq 0$. Во-вторых, постоянный момент равен кеплеровскому в двух особых точках, что и создает характерную структуру “польского пончика”.

Правую часть системы, соответствующей уравнению (14), для постоянного углового момента можно привести к полиномиальному виду:

$$\begin{aligned} \dot{x} = & y (x^2 - 1) \left[(x - 1) d_- d_+ \left(\frac{d_- n_+ + d_+ n_-}{2} \right)^5 \frac{L^2}{k^2} + \right. \\ & \left. + 8\alpha^2 x (1 - y^2) \left((x - 1) \left(\frac{d_- n_+ + d_+ n_-}{2} \right)^4 \frac{L^2}{k^2} + (x + 1)^3 (1 - y^2) (d_- d_+)^4 \right) Q \right], \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{y} = & -(1 - y^2) \left[x (x + 1)^3 (1 - y^2) (d_- d_+)^5 \left(\frac{d_- n_+ + d_+ n_-}{2} \right) - \right. \\ & \left. - (x - 1) \left((x - 1) \left(\frac{d_- n_+ + d_+ n_-}{2} \right)^4 \frac{L^2}{k^2} + (x + 1)^3 (1 - y^2) (d_- d_+)^4 \right) P \right], \quad (16) \end{aligned}$$

где $P = P(x, y; \alpha)$ и $Q = Q(x, y; \alpha)$ – многочлены восьмой и четвертой степени относительно пары координат (x, y) соответственно, причем $Q > 0$ при $x > 1$. Траектории этой системы симметричны как относительно оси $y = \pm 1$, так и относительно экваториальной плоскости $y = 0$, поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать только первую четверть фазовой плоскости xy , в которой $0 \leq y \leq 1$. Приравнивая к нулю правую часть первого уравнения системы, видим, что особые точки уравнения (14) при $\alpha > 0$ могут располагаться либо в экваториальной плоскости $y = 0$, либо на горизонте $x = 1$, либо в сингулярной точке $(y = 1, d_- = 0)$. При $\alpha = 0$, то есть в пространстве Шварцшильда, последние две возможности сливаются в одну.

В экваториальной плоскости $y = 0$ координаты x особых точек являются корнями уравнения

$$\frac{x^4 + 2x^2 (x^2 + 2x + 3) \alpha^2 + (x + 3) (x - 1) (x + 1)^2 \alpha^4}{x^4 - 2x^2 (2x^2 - 3) \alpha^2 - 3 (x^2 - 1)^2 \alpha^4} \cdot \frac{(x^2 + (x + 1)^2 \alpha^2)^4}{(x^2 + (x - 1)^2 \alpha^2)^4} \cdot \frac{L^2}{k^2} = \frac{(x + 1)^3}{(x - 1)^2}. \quad (17)$$

При $\alpha = 0$ уравнение переходит в кубическое

$$(x - 1)^2 \frac{L^2}{k^2} = (x + 1)^3, \quad (18)$$

что позволяет определить количество особых точек. Несложный анализ показывает, что корней, больших единицы, при $L < L_{Sch}^* = 3m\sqrt{6}/2$ не существует, тогда как при $L > L_{Sch}^*$ имеется два таких корня. Несмотря на увеличение степени уравнения, при $\alpha > 0$ максимально возможное количество корней уравнения (17) также равно двум. Для того, что убедиться в этом, заметим, что при допустимых значениях параметра α дополнительный множитель перед L^2/k^2 в уравнении (17) всюду больше единицы. При этом он представляет собой монотонно убывающую функцию переменной x . Таким образом, появление этого множителя приводит к тому, что график левой части уравнения всегда выше параболы $L^2/k^2 (x - 1)^2$, но скорость его роста всюду меньше. Это приводит к уменьшению значения отношения L^*/k , выше которого имеется два корня. Но, так как параметр k в соответствии с выражением (7) также зависит от α , значение критического момента L^* растет как изображено на рис. 1. При фиксированном значении момента импульса $L > L^*$ координаты особых точек x_1, x_2 также зависят от параметра α и, следовательно, от магнитного момента. Физическим смыслом, однако, обладают не координаты корней, а расстояния между соответствующими точками и, скажем, горизонтом, вычисляемые по формулам

$$D_{1,2} = \int_1^{x_{1,2}} \sqrt{g_{xx}} dx. \quad (19)$$

Характерная зависимость расположения особых точек в экваториальной плоскости от магнитного момента приведена на рис. 2.

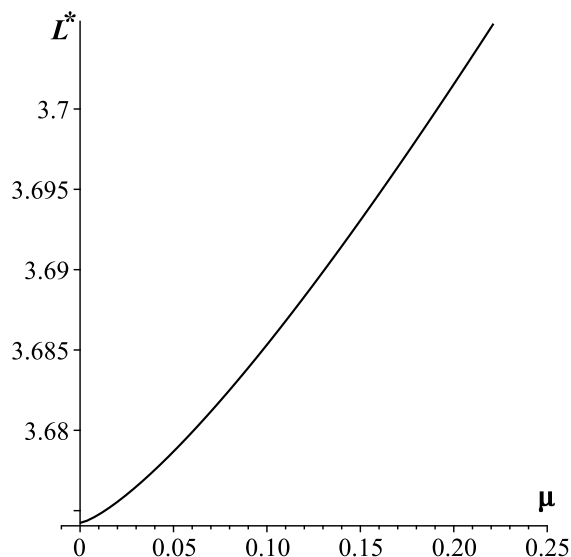


Рис. 1. Зависимость критического значения момента импульса аккреционного диска L^* от магнитного момента звезды μ .

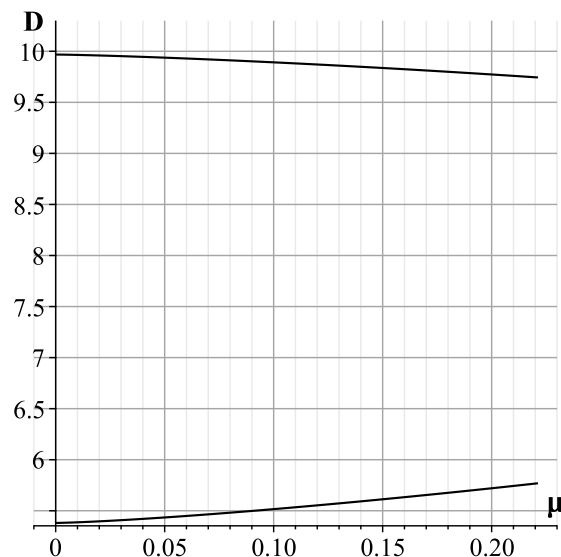


Рис. 2. Расстояние D от горизонта до особых точек в зависимости от магнитного момента звезды μ при значении удельного момента $L = 3.8$.

Характер особых точек в экваториальной плоскости не меняется при появлении магнитного поля. Так же, как и для “польского пончика” в пространстве Шварцшильда, внутренняя особая точка будет седлом, а внешняя – центром.

Две другие особые точки находятся на оси $y = 1$. Их расположение определяется положитель-

ными корнями условия $d_-(x, y = 1) = 0$. Большой из корней находится из кубического уравнения

$$x^3 + \frac{1 - 3\alpha^2}{1 + \alpha^2}x^2 - \frac{1 + 6\alpha^2 - 3\alpha^4}{(1 + \alpha^2)^2}x - 1 = 0, \quad (20)$$

а меньший расположен на горизонте $x = 1$. Первая из этих двух особых точек является седловой. Одна из сепаратрис седла направлена вертикально вверх, а другая совпадает с образующей сингулярности $d_-(x, y) = 0$. Вторая особая точка, расположенная на горизонте, представляет собой сложное положение равновесия. Разложение правой части системы в окрестности этой точки начинается со слагаемых четвертой степени от $\{(x - 1), (1 - y)\}$. Траектории системы выходят из особой точки и возвращаются в нее же, все время находясь под сингулярностью $d_-(x, y) = 0$.

Наряду с положениями равновесия в конечной части пространства у системы (15), (16) имеется особая точка на бесконечности, расположенная на оси симметрии $y = 1$. Эта точка также является сложной и не имеет линейной части в разложении, но поведение траекторий в ее окрестности аналогично седловой точке с сепаратрисами, направленными вдоль $y = 1$ и вдоль бесконечности.

Полный фазовый портрет, траектории которого изображают поверхности постоянного давления аккреционного диска, представлен на рис. 3. Вблизи сингулярности $d_- = 0$ он качественно отличается от аналогичного портрета для пространства Шварцшильда. Однако, так как сингулярность должна быть скрыта под поверхностью звезды, в области, соответствующей внешнему к звезде пространству, отличия только количественные. Чтобы оценить их, рассмотрим углы, под которыми пересекаются траектории системы без магнитного поля с траекториями при отличном от нуля магнитном моменте. Разница между единицей и косинусами углов пересечения траекторий представлена на рис. 4.

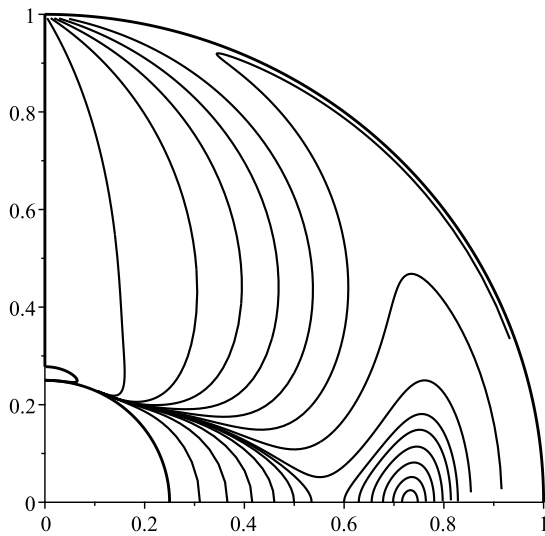


Рис. 3. Поверхности постоянного давления для диска с постоянным удельным моментом импульса $L = 3.8$ при значении параметра $\alpha = 0.26$ ($\mu/m^2 \approx 0.22$). На осях координат отложены величины $\tilde{r}\sqrt{1 - y^2}$ и $\tilde{r}y$, где $\tilde{r} = (2/\pi) \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(\pi/8)x)$. Внешняя окружность на графике изображает бесконечность, а внутренняя – горизонт.

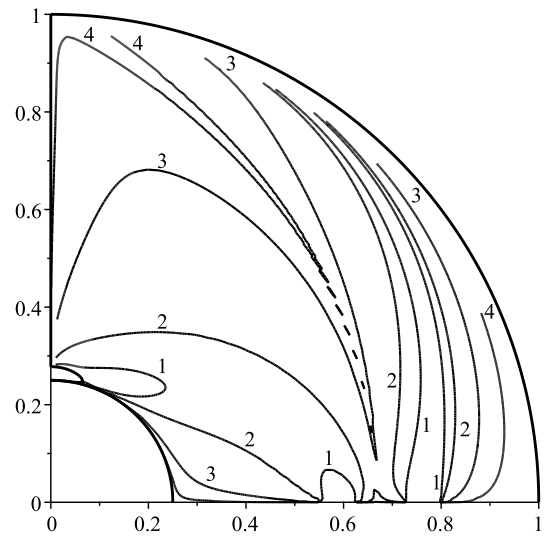


Рис. 4. Отличие от единицы косинусов углов пересечения траекторий фазового портрета, изображенного на рис. 3, с траекториями аналогичного фазового портрета в пространстве Шварцшильда. На осях координат отложены величины $\tilde{r}\sqrt{1 - y^2}$ и $\tilde{r}y$, где $\tilde{r} = (2/\pi) \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(\pi/8)x)$. Внешняя окружность на графике изображает бесконечность, а внутренняя – горизонт.

2.2. Распределение удельного момента импульса, стремящееся от нуля на поверхности к кеплеровскому на бесконечности

Постоянное распределение удельного момента импульса характерно для аккреции на черные дыры [9]. Но, так как черные дыры не обладают собственным магнитным полем, а также из-за наличия сингулярности над горизонтом, решение Гуцунаева – Манько можно интерпретировать только как внешнее решение для некоторой, например нейтронной звезды. Для стандартной теории аккреции на нейтронные звезды [18] характерно кеплеровское распределение момента импульса во всем диске за исключением относительно небольшой области вблизи поверхности звезды. В этой переходной области момент растет от нулевого значения на поверхности до кеплеровского.

Кеплеровский момент $L_K(x)$ для нейтральных частиц в пространстве Гуцунаева – Манько можно найти непосредственно из уравнения (14), приравняв числитель к нулю и разрешив относительно L в экваториальной плоскости $y = 0$. Предположим, что при удалении от экваториальной плоскости момента импульса убывает пропорционально $\sqrt{1-y^2}$, тогда удобно ввести функцию $h(x)$, изменяющуюся в пределах от нуля до единицы, и такую что

$$L(x, y) = h(x)L_K(x)\sqrt{1-y^2}. \quad (21)$$

С этим обозначением система, соответствующая уравнению (14), принимает вид

$$\dot{x} = -(x^2 - 1) \left((1 - y^2) \partial_y f + yf \right) f^4 h^2 L_K^2 - k^2 (x^2 - 1)^2 (1 - y^2) \partial_y f, \quad (22)$$

$$\dot{y} = (1 - y^2) \left((x^2 - 1) \partial_x f - xf \right) f^4 h^2 L_K^2 + k^2 (x^2 - 1)^2 (1 - y^2) \partial_x f. \quad (23)$$

В отсутствие магнитного поля система упрощается до

$$\dot{x} = -y(x+1)h^2, \quad (24)$$

$$\dot{y} = -(1-y^2)(h^2-1). \quad (25)$$

При условии, что функция $h(x)$ равна нулю на поверхности звезды и всюду меньше единицы, единственными особыми точками будут полюса звезды. Эти особые точки представляют собой так называемые седло-узлы [19] с гиперболическими секторами, расположенными под поверхностью звезды, и траекториями, вертикально входящими в полюс (или выходящими из полюса) по касательной к оси симметрии непосредственно над поверхностью.

Поведение системы на бесконечности зависит от конкретного выбора функции $h(x)$. Для того, чтобы смоделировать быстрый рост момента до кеплеровского, будем использовать для численных примеров экспоненциальную функцию

$$h = 1 - \exp\left(\frac{x_s - x}{b}\right), \quad (26)$$

где поверхность звезды задана уравнением $x = x_s$ а параметр b определяет толщину переходного слоя. Последняя может принимать значения от десятых долей размера звезды при малых темпах аккреции и до величин, сравнимых с радиусом звезды, при больших [20]. Для иллюстрации характерного распределения поверхностей постоянного давления в пространстве Шварцшильда, приведенной на рис. 5, мы используем значение b , равное половине x_s . Отметим, однако, что на качественное поведение траекторий выбор b не влияет.

При учете ненулевого магнитного момента никаких дополнительных особых точек во внешнем к звезде пространстве не возникает. При достаточно малой величине собственного магнитного поля звезды качественная картина распределения вещества в диске полностью совпадает с аналогичной картиной в пространстве Шварцшильда. Количественные отличия для реалистичных значений магнитного момента малы и показаны на рис. 6.

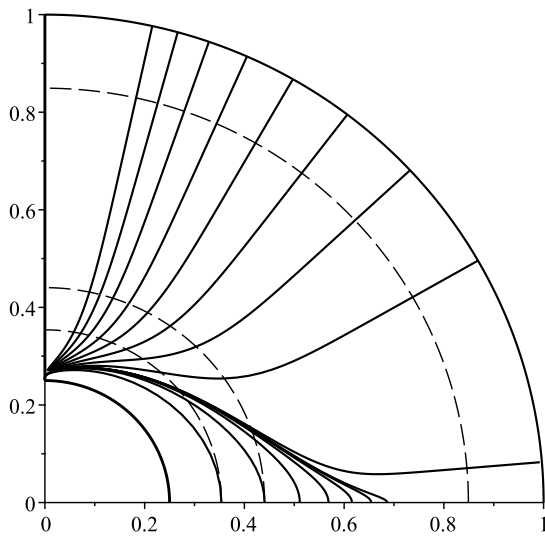


Рис. 5. Поверхности постоянного давления диска с моментом импульса, экспоненциально стремящимся к кеплеровскому, при значении параметров модели $x_s = 20$ и $b = 10$. По координатным осям откладываются величины $\tilde{r}\sqrt{1-y^2}$ и $\tilde{r}y$, где $\tilde{r} = (2/\pi) \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(\pi/8)x/x_s)$. Внешняя окружность на рисунке отвечает бесконечности, а внутренняя – поверхности звезды. Пунктиром изображены поверхности $x = 1.5x_s$, $x = 2x_s$, $x = 10x_s$.

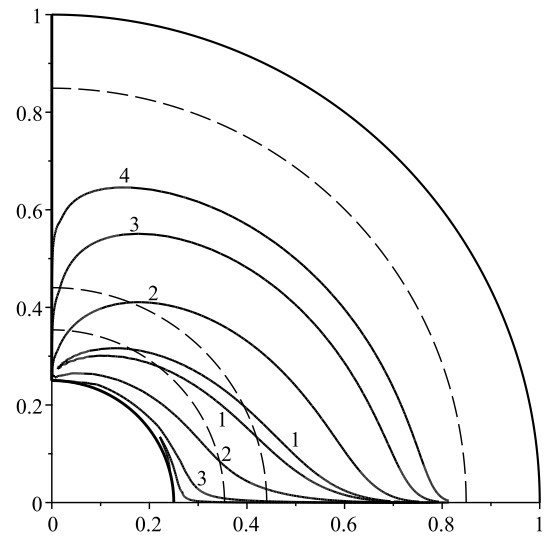


Рис. 6. Отличие от единицы косинусов углов пересечения траекторий фазового портрета для решения Шварцшильда с траекториями аналогичного фазового портрета при значении параметра $\alpha = 0.26$. На осях координат отложены величины $\tilde{r}\sqrt{1-y^2}$ и $\tilde{r}y$, где $\tilde{r} = (2/\pi) \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(\pi/8)x/x_s)$. Внешняя окружность на графике соответствует бесконечности, а внутренняя – поверхности звезды. Пунктиром изображены поверхности $x = 1.5x_s$, $x = 2x_s$, $x = 10x_s$. 1: $1 \cdot 10^{-2}$, 2: $1 \cdot 10^{-3}$, 3: $1 \cdot 10^{-5}$, 4: $1 \cdot 10^{-7}$.

Качественные изменения фазового портрета могут происходить при значительном увеличении либо магнитного момента, либо компактности звезды в связи с изменением характера положений равновесия, находящихся на ее полюсах. При смене знака многочлена

$$(x_s - 1)(x_s + 1)^2 - 2(x_s + 1)(x_s^2 + 2x_s + 3)\alpha^2 - 3(x_s - 1)^3\alpha^4 \quad (27)$$

гиперболические и параболический секторы седло-узлов, расположенных на полюсах, меняются местами. Поверхности постоянного давления приобретают вид, изображенный на рис. 7. Как видно из рис. 8 они существенно отличаются от шварцшильдовских не только вблизи полюсов, но и в других областях.

Заключение

Проведенный анализ модели “польский пончик” в пространстве Гуцунаева – Манько в целом подтверждает предположение о малом влиянии магнитного поля магнетара на нейтральный аккреционный диск основанное на оценке (1) отношения энергии поля к массе звезды в 10^{-7} . В случае постоянного распределения удельного момента диска наличие магнитного поля приводит к незначительному увеличению критического значения момента и сближению особых точек. Этот эффект может иметь большое значение только если момент диска лишь немного больше минимума кеплеровского момента. Тогда даже небольшое увеличение критического момента за счет магнитного поля приведет к исчезновению особых точек и, следовательно, к резкой смене характера поверхностей постоянного давления. Наличие сингулярностей в области полюсов также приводит к качественному изменению фазового портрета по сравнению со шварцшильдовским, однако эти

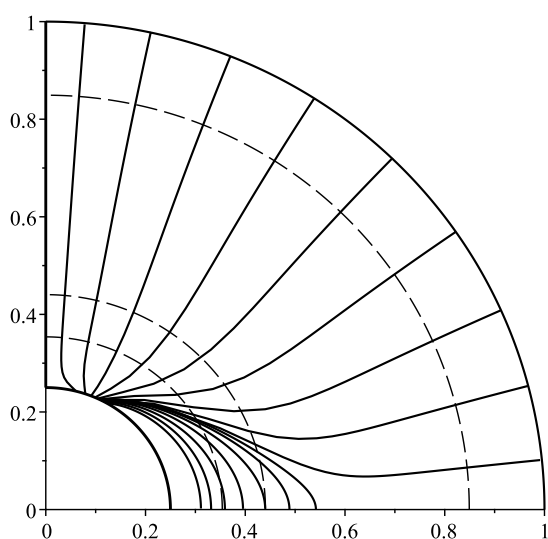


Рис. 7. Поверхности постоянного давления диска с моментом импульса, экспоненциально стремящимся к кеплеровскому, при значении параметров $\alpha = 0.26$, $x_s = 1.2$ и $b = 0.6$. На осях координат отложены величины $\tilde{r}\sqrt{1-y^2}$ и $\tilde{r}y$, где $\tilde{r} = (2/\pi) \arctg(\operatorname{tg}(\pi/8)x/x_s)$. Внутренняя окружность на рисунке соответствует поверхности звезды, а внешняя – бесконечности. Пунктирными линиями изображены поверхности $x = 1.5x_s$, $x = 2x_s$, $x = 10x_s$.

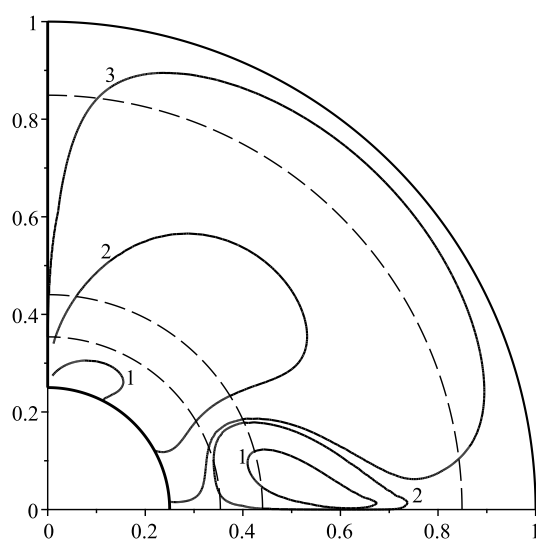


Рис. 8. Отличие от единицы косинусов углов пересечения траекторий фазового портрета, изображенного на рис. 7, с траекториями аналогичного фазового портрета в пространстве Шварцшильда. На осях координат отложены величины $\tilde{r}\sqrt{1-y^2}$ и $\tilde{r}y$, где $\tilde{r} = (2/\pi) \arctg(\operatorname{tg}(\pi/8)x/x_s)$. Внешняя окружность на графике соответствует бесконечности, а внутренняя – поверхности звезды. Пунктиром изображены поверхности $x = 1.5x_s$, $x = 2x_s$, $x = 10x_s$. 1: $2 \cdot 10^{-1}$, 2: $2 \cdot 10^{-3}$, 3: $2 \cdot 10^{-5}$.

изменения во-первых должны быть спрятаны под поверхностью для реалистичных значений параметров звезды, а во-вторых находятся в области, которая не относится непосредственно к самому аккреционному диску.

Для моделей с полностью субкеплеровским моментом влияние магнитного поля также может приводить к качественным изменениям фазового портрета. Однако значения параметров, необходимые для этого, далеки от наблюдаемых. Так, для величины магнитного момента $\mu/m^2 \sim 1.35 \cdot 10^{-2}$ из оценки (1) радиус звезды должен быть меньше $2.9m$. И кроме того, эти изменения не затрагивают область, близкую к экваториальной плоскости.

Тем не менее, несмотря на малость эффектов, связанных с магнитным полем, полученная структура “польского пончика” может рассматриваться как неотъемлемое качество пространства Гуцунаева – Манько, более подробно раскрывающее его внутренние свойства.

Список литературы

- Stephani H., Kramer D., MacCallum M., Hoenselaers C., Herlt E. Exact Solutions of Einstein's Field Equations. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 2003.
- Bonnor W.B. Static magnetic fields in general relativity. *Proc. Phys. Soc. Lond. A*. 1954; vol. 67. № 3. Pp. 225–232. doi: 10.1088/0370-1298/67/3/305.
- Bonnor W.B. Exact solutions of the Einstein–Maxwell equations. *Z. Phys.* 1961; vol. 161. № 4. Pp. 439–444. doi: 10.1007/BF01342458.
- Gutsunaev Ts.I., Manko V.S. On a family of solutions of the Einstein–Maxwell equations. *Gen. Rel. Grav.* 1988; vol. 20, № 4. Pp. 327–335. doi: 10.1007/BF00758957.
- Paczynski B., Wiita P.J. Thick accretion disks and supercritical luminosities. *Astron. Astrophys.* 1980; vol. 88. Pp. 23–31.

6. Jaroszyński M., Abramowicz M.A., Paczyński B. Supercritical accretion disks around black holes. *Acta Astron.* 1980; vol. 30. Pp. 1–34.
7. Sikora M. Superluminous accretion disks. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 1981; vol. 196. Pp. 257–268.
8. Paczyński B. Abramowicz M.A. A model of a thick disk with equatorial accretion. *Astrophys. J.* 1982; vol. 253. Pp. 897–907.
9. Abramowicz M.A., Fragile P.C. Foundations of black hole accretion disk theory. *Living Rev. Relativity.* 2013; vol. 16. Pp. 1–88. doi: 10.12942/lrr-2013-1.
10. Zanotti O. Model for an optically thick torus in local thermodynamic equilibrium around a black hole. *Astron. Astrophys.* 2014; vol. 563. A17. doi: 10.1051/0004-6361/201323334.
11. Pugliese D., Montani G. Relativistic thick accretion disks: morphology and evolutionary parameters. *Phys. Rev. D.* 2015; vol. 91. 083011. doi: 10.1103/PhysRevD.91.083011.
12. Pugliese D., Stuchlík Z. Ringed accretion disks: equilibrium configurations. *APJS*, 2015; vol. 221. № 2. Pp. 25. doi: 10.1088/0067-0049/221/2/25.
13. Hawley J.F., Smarr L.L., Wilson J.R. A numerical study of nonspherical black hole accretion. I. Equations and test problems. *Astrophys. J.* 1984; vol. 277. Pp. 296–311.
14. Hawley J.F., Balbus S.A., Stone J.M. A magnetohydrodynamic nonradiative accretion flow in three dimensions. *ApJ*. 2001; vol. 554. Pp. 49–52. doi: 10.1086/320931.
15. De Villiers J.-P., Hawley, J.F. Global general relativistic magnetohydrodynamic simulations of accretion tori. *ApJ*. 2003; vol. 592. № 2. Pp. 1060–1077. doi: 10.1086/375866.
16. Olausen S.A., Kaspi V.M. The McGill Magnetar Catalog. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 2014; vol. 212. № 1. Pp. 1–22. doi: 10.1088/0067-0049/212/1/6.
17. Karas V., Vokrouhlický D. New exact solutions of the Einstein – Maxwell solutions. *Bull. Astron. Inst. Czechosl.* 1991; vol. 42. Pp. 247–250.
18. Shakura N.I., Sunyaev R.A. Black holes in binary systems. Observational appearance. *Astron. Astrophys.* 1973; vol. 24. Pp. 337–355.
19. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Наука, 1966. 568 с.
20. Гильфанов М.Р., Сюняев Р.А. Радиационно-доминированный пограничный слой между аккреционным диском и поверхностью нейтронной звезды: теория и наблюдения // УФН. 2014. Т. 184. № 4. С. 409–422. doi: 10.3367/UFNr.0184.201404e.0409.

References

1. Stephani H., Kramer D., MacCallum M., Hoenselaers C., Herlt E. *Exact Solutions of Einstein's Field Equations*, Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 2003.
2. Bonnor W.B. Static magnetic fields in general relativity. *Proc. Phys. Soc. Lond. A*, 1954, vol. 67, no. 3, pp. 225–232. doi: 10.1088/0370-1298/67/3/305.
3. Bonnor W.B. Exact solutions of the Einstein–Maxwell equations. *Z. Phys.*, 1961, vol. 161, no. 4. pp. 439–444. doi: 10.1007/BF01342458.
4. Gutsunaev Ts.I., Manko V.S. On a family of solutions of the Einstein–Maxwell equations. *Gen. Rel. Grav.*, 1988, vol. 20, no. 4, pp. 327–335. doi: 10.1007/BF00758957.
5. Paczyński B., Wiita P.J. Thick accretion disks and supercritical luminosities. *Astron. Astrophys.*, 1980, vol. 88, pp. 23–31.
6. Jaroszyński M., Abramowicz M.A., Paczyński B. Supercritical accretion disks around black holes. *Acta Astron.*, 1980, vol. 30, pp. 1–34.
7. Sikora M. Superluminous accretion disks. , *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 1981, vol. 196, pp. 257–268.
8. Paczyński B. Abramowicz M.A. A model of a thick disk with equatorial accretion. *Astrophys. J.*, 1982, vol. 253, pp. 897–907.
9. Abramowicz M.A., Fragile P.C. Foundations of black hole accretion disk theory. *Living Rev. Relativity*, 2013, vol. 16, pp. 1–88. doi: 10.12942/lrr-2013-1.

10. Zanotti O. Model for an optically thick torus in local thermodynamic equilibrium around a black hole, *A&A*, 2014, vol. 563, A17. doi: 10.1051/0004-6361/201323334.
11. Pugliese D., Montani G. Relativistic thick accretion disks: morphology and evolutionary parameters. *Phys. Rev. D*, 2015, vol. 91, 083011. doi: 10.1103/PhysRevD.91.083011.
12. Pugliese D., Stuchlík Ringed accretion disks: equilibrium configurations. *APJS*, 2015, vol. 221, no. 2, 25. doi: 10.1088/0067-0049/221/2/25.
13. Hawley J.F., Smarr L.L., Wilson J.R. A numerical study of nonspherical black hole accretion. I. Equations and test problems. *Astrophys. J.*, 1984, vol. 277, pp. 296–311.
14. Hawley J.F., Balbus S.A., Stone J.M. A magnetohydrodynamic nonradiative accretion flow in three dimensions. *ApJ*, 2001, vol. 554, pp. 49–52. doi: 10.1086/320931.
15. De Villiers J.-P., Hawley, J.F. Global general relativistic magnetohydrodynamic simulations of accretion tori. *ApJ*, 2003, vol. 592, no. 2, pp. 1060–1077. doi: 10.1086/375866.
16. Olausen S.A., Kaspi V.M. The McGill Magnetar Catalog. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 2014, vol. 212, no. 1, pp. 1–22. doi: 10.1088/0067-0049/212/1/6.
17. Karas V., Vokrouhlický D. New exact solutions of the Einstein – Maxwell solutions. *Bull. Astron. Inst. Czechosl.*, 1991, vol. 42, pp. 247–250.
18. Shakura N.I., Sunyaev R.A. Black holes in binary systems. Observational appearance. *Astron. & Astrophys.*, 1973, vol. 24, pp. 337–355.
19. Andronov A.A., Leontovich E.A., Gordon I.I., Maier A.G. *Qualitative theory of second-order dynamical systems*. Moscow: Nauka Publ., 1966, 568 p. (in Russian)
20. Gil’fanov M.R., Syunyaev R.A. Radiation-dominated boundary layer between accretion disc and neutron star surface: theory and observations. *Phys. Usp.*, 2014, vol. 57, pp. 377–388. doi: 10.3367/UFNe.0184.201404e.0409

Авторы

Кичигин Иван Вячеславович, Сибирский федеральный университет, пр. Свободный, д. 79, г. Красноярск, 660041, Россия.

E-mail: ivan.kichigin.krasnoy.98@mail.ru

Тегай Сергей Филиппович, к.ф.-м.н., Сибирский федеральный университет, пр. Свободный, д. 79, г. Красноярск, 660041, Россия.

E-mail: tegai_s_f@inbox.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Кичигин И. В., Тегай С. Ф. Модель аккреционного диска “польский пончик” в пространстве Гуцунаева – Манько // *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2019. № 3. С. 77–87.

Authors

Kichigin Ivan Vyacheslavovich, Siberian Federal University, pr. Svobodny, 79, Krasnoyarsk, 660041, Russia.

E-mail: ivan.kichigin.krasnoy.98@mail.ru

Tegai Sergei Filippovich, Siberian Federal University, pr. Svobodny, 79, Krasnoyarsk, 660041, Russia.

E-mail: tegai_s_f@inbox.ru

Please cite this article in English as:

Kichigin I. V., Tegai S. F. Polish doughnuts in Gutsunaev–Manko spacetime. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2019, no. 3, pp. 77–87.