ГРАВИТАЦИЯ, КОСМОЛОГИЯ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПОЛЯ

***

УДК 530.12; 530.51

А. М. Баранов[1]

ФРИДМАНА-ПОДОБНАЯ МОДЕЛЬ С ДАВЛЕНИЕМ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ФРИДМАНА ДЛЯ ОТКРЫТОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Предложен новый метод получения точных решений на основе решения Фридмана для открытой Вселенной в записи Фока. Функция, описывающая это решение, вводится как новая переменная. Для нахождения точного решения применяется метод, разработанный в предыдущих работах и позволяющий свести моделирование открытой Вселенной, описываемой конформно-плоской метрикой, к задаче о механическом движении частицы в заданном силовом поле. Используя линейную силовую функцию с переменным коэффициентом, получен класс решений, зависящий от параметра, пробегающего натуральный ряд чисел. При детальном анализе оказывается, что только при одном значении этого параметра полученное решение имеет физический смысл. Вблизи начала расширения модели уравнение состояния близко к уравнению состояния ультрарелятивистского газа. В этом случае эту космологическую модель можно рассматривать как фридмана-подобную модель с давлением, исчезающем на галилеевой бесконечности, приводя в асимптотике к открытой модели Фридмана для некогерентной пыли.

Ключевые слова: открытые космологические модели, точные космологические решения, конструирование космологических моделей, функция состояния, эволюция Вселенной.

PACS: 04.20.-q; 04.20.Cv

1. Введение

Построению и уточнению космологических моделей и сценариев эволюции Вселенной в последние десятилетия уделяется пристальное внимание. В связи с этим немаловажное значение имеют методы и примеры конструирования космологических моделей как точных решений уравнений тяготения. Это позволяет ввести в математическое описание моделей новые физические свойства Вселенной. Как правило, для моделей открытой Вселенной определенным эталоном является решение Фридмана [1] для открытой Вселенной. В ряде работ ([2]- [21]) были получены и проанализированы космологические модели для открытой Вселенной, как точные решения уравнений тяготения. Эти модели являются обобщением решения Фридмана как на случай наличия равновесного излучения, так с учетом объемной вязкости.

В данной работе будем опираться на модельный подход, заменяющий описание эволюции Вселенной эквивалентной задачей о движении частицы единичной массы в некотором силовом поле ([11]- [12], [16]). Этот подход уже был применен для конструирования точных космологических решений для открытой Вселенной в работах ([17]- [21]).

Кроме того, целью работы является попытка конструирования класса точных космологических решений на основе решения Фридмана для открытой Вселенной, описываемой конформно-плоской метрикой в форме Фока [22] и при выборе эквивалентного потенциала для упругой силы с переменным коэффициентом жесткости специального вида.

[1]E-mail: alex_m_bar@mail.ru

2. Описание модели

Воспользуемся результатами предыдущих работ ([16]- [21]) для записи уравнений тяготения в соответствующем виде для дальнейшей работы.

Прежде всего, $4D$ метрика берется конформной метрике Минковского (также как в [22], [23] и в работах, упомянутых выше)

$$ds^2 = exp(2\sigma(S))\, \delta_{\mu\nu}\, dx^\mu dx^\nu, \tag{1}$$

где конформный множитель $exp(2\sigma(S))$ зависит от переменной S, квадрат которой равен $S^2 = \delta_{\mu\nu} x^\mu x^\nu$ и $\delta_{\mu\nu} = diag(1; -1; -1; -1)$ – метрический тензор Минковского; $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$; скорость света и гравитационная постоянная Ньютона равны единице и эйнштейновская гравитационная постоянная равна $\varkappa = 8\pi$.

В отличие от Фридмана [1] тензор энергии-импульса (ТЭИ) возьмем с отличным от нуля давлением в приближении идеальной паскалевой жидкости

$$T_{\mu\nu} = \varepsilon\, u_\mu u_\nu + p\, b_{\mu\nu}, \tag{2}$$

где $\varepsilon = \varepsilon(S)$ – плотность энерги; $p = p(S)$ – давление; $u_\mu = exp(\sigma) S_{,\mu}$ – 4-скорость, удовлетворяющая условию нормировки $u_\mu u^\mu = 1$; точка с запятой обозначает ковариантную производную; $b_{\mu\nu} = u_\mu u_\nu - g_{\mu\nu}$ – метрический тензор 3-пространства, ортогонального временноподобному направлению, задаваемого 4-скоростью, $b_{\mu\nu} u^\nu = 0$ (проектор на 3-пространство).

Следуя монадному подходу (см., например, ([24]- [26])) произведем (1+3)-расщепление уравнений Эйнштейна

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\varkappa T_{\mu\nu} \tag{3}$$

без космологического члена для метрики (1); $G_{\mu\nu}$ – тензор Эйнштейна; $R_{\mu\nu}$ – тензор Риччи; R – скалярная кривизна.

Расщепление производится путем проецирования этих уравнений как на временноподобное направление ($G_{\mu\nu} u^\mu u^\nu$), задаваемое 4-скоростью u^μ, так и на 3-площадку ($G_{\mu\nu} b^{\mu\rho} b^{\nu\lambda}$), определяемую 3-проектором $b_{\mu\nu}$.

В результате этой процедуры получаем систему дифференциальных уравнений, которая при введении замен $y = exp(\sigma/2)$ и $S = 1/x$ преобразуется к виду

$$y'' = -(1/4) \cdot \varkappa p \cdot y^5 / x^4; \tag{4}$$

$$y'(xy' - y) = (1/12) \cdot \varkappa\varepsilon \cdot y^6 / x^3, \tag{5}$$

где штрихом обозначена производная по x.

Уравнение (5) можно рассматривать как определение плотности энергии ε, а правую часть уравнения (4) определим согласно ([11]- [12], [16]) как некоторую силовую функцию $F^*(x)$. Такой подход позволяет рассматривать уравнение (4) как аналог уравнения второго закона Ньютона для частицы единичной массы при рассмотрении x в качестве новой временной переменной,

$$y'' = F^*(x). \tag{6}$$

Таким образом, основное внимание будет уделено решению этого уравнения, позволяющему заменить основную проблему о нахождении функции $\sigma(S)$ (или $y(S)$) задачей об одномерном движении частицы в некотором силовом поле. Таким образом, удается перейти к решению эквивалентной задачи из механики для нахождения космологической модели для открытой Вселенной.

Такой подход уже был ранее использован для получения точных открытых космологических моделей в упомянутых выше работах. В частности, выбор силовой функции $F^*(x)$ в виде классического закона Гука в [16] приводит к космологической модели открытой Вселенной не только с веществом, но и с излучением.

3. Конструирование класса точных решений

Сначала рассмотрим уравнение (4), положив давление p нулю, то есть вернемся к открытой модели Фридмана, заполненной некогерентной пылью,

$$y'' = 0. \tag{7}$$

Ясно, что решение этого уравнения при учете галилеевости: $y(x) \to 1$, когда $x \to 0$ $(S \to \infty)$, может быть записано как

$$y(x)_F = 1 - A_F\, x, \tag{8}$$

где первая постоянная интегрирования равна единице, A_F – вторая постоянная интегрирования, а индекс F говорит о том, что функция (8) есть решение Фридмана для открытой Вселенной в записи Фока [22].

Введем переменную $\zeta(x)_F = 1 - A_F\, x$, которая позволяет переписать уравнение (7) через эту переменную

$$\frac{d^2 y}{d\zeta_F^2} = 0, \tag{9}$$

при этом постоянный множитель A_F^2 пока был опущен. Совершенно очевидно, что решением этого уравнения является функция (8).

Как и предыдущих работах ограничимся потенциальным подходом в такой эквивалентной задаче, предположив, что

$$F^*(x) = -\frac{\partial U}{\partial y}; \qquad U = k(\zeta)\cdot\frac{y^2}{2}, \tag{10}$$

где U – аналог потенциальной энергии упругой силы с переменным коэффициентом жесткости $k(\zeta) = (a/\zeta)^2$ (классический закон Гука здесь не выполняется); a – некоторая постоянная, а переменная ζ равна

$$\zeta(x) = 1 - A\, x, \tag{11}$$

где теперь постоянная A в общем случае не равна постоянной Фридмана A_F, также как и переменная ζ. При этом $0 \le \zeta \le 1$ для $1/A \le x \le 0$ или $A \le S \le \infty$.

В этом случае уравнение (4) переписывается через переменную ζ как дифференциальное уравнение на функцию $y(\zeta)$ (множитель A^2 теперь необходимо учесть)

$$A^2 \frac{d^2 y}{d\zeta^2} = -\frac{a^2}{\zeta^2}\, y, \tag{12}$$

и как уравнение, определяющее давление с учетом $x = \dfrac{1}{A}(1-\zeta)$,

$$\varkappa p = -\frac{4a^2(1-\zeta)^4}{A^4\zeta^2\, y^4(\zeta)}. \tag{13}$$

Уравнению (12) удовлетворяет функция

$$y(\zeta) = \zeta^{\left(\dfrac{1}{n+1}\right)} \tag{14}$$

для $a^2 = \dfrac{n}{(n+1)^2}A^2$, n – целое натуральное, $n \ge 0$. Другими словами, для каждого возрастающего значения n мы получаем новую космологическую модель открытой Вселенной, являющуюся точным решением гравитационных уравнений (3), и с давлением, асимптотически исчезающем при больших значениях S $(S \to \infty$ или $\zeta \to 1)$. В частности, $y = y_F$ для $n = 0$, то есть получаем решение Фридмана (8) с нулевым давлением, как это будет видно ниже.

Однако, если мы хотим, чтобы наши космологические модели для различных n так или иначе были связаны с моделью Фридмана, необходимо потребовать асимптотического совпадения с фридмановским решением (8), когда давление отсутствует. Для этого разложим в ряд функцию $y(\zeta(x))$ по переменной x и ограничимся первым приближением:

$$y = \zeta(x)^{\left(\dfrac{1}{n+1}\right)} = (1 - A\,x)^{\left(\dfrac{1}{n+1}\right)} \approx 1 - \frac{1}{n+1} A\,x = 1 - A_F\,x,$$

то есть фридмановская постоянная A_F составляет $1/(n+1)$ часть от постоянной A. Следовательно,

$$y \approx 1 - (n+1)A_F\,x. \tag{15}$$

4. Давление, плотность энергии и функция состояния

Теперь соответствующее выражение для давления (8) перепишется как

$$\varkappa p = -\frac{4n}{(n+1)^2 A^2\,\zeta^2} \cdot (1-\zeta)^4 \zeta^{-\left(\dfrac{4}{n+1}\right)}, \tag{16}$$

а выражение (5) для плотности энергии примет вид

$$\varkappa\varepsilon = \frac{12}{(n+1)A^2} \cdot (1-\zeta)^3 \cdot \zeta^{-\left(\dfrac{6}{n+1}\right)} \left(1 + \left(\frac{1-\zeta}{n+1}\right) \zeta^{-\left(\dfrac{2}{n+1}\right)}\right). \tag{17}$$

На основе найденных выражений для давления и плотности энергии нетрудно построить функцию состояния $\beta = p/\varepsilon$, как отношение давления к плотности энергии.[2] В итоге имеем

$$\beta(\zeta) = \frac{p}{\varepsilon} = \frac{1}{3}\left(\frac{n}{n+1}\right)(1-\zeta) \cdot \left(\left(\frac{1-\zeta}{n+1}\right) + \zeta^{\left(\dfrac{2n}{n+1}\right)}\right)^{-1}. \tag{18}$$

Полученное выражение при $n \to \infty$ имеет предел, равный

$$\beta(n=\infty) = \lim_{n\to\infty} \beta = \frac{1}{3}\frac{(1-\zeta)}{\zeta^2} = \frac{1}{3}\frac{A\,x}{(1-A\,x)^2}, \tag{19}$$

а при $n = 0$ функция состояния (18) обращается в нуль, $\beta = 0$ (случай фридмановской открытой модели).

Из выражения (19) для больших значений n можно получить еще два предельных состояния: в сингулярной точке, когда $z = 0$ (или $x = 1/A$ и $S = A$) и при больших временах $S \to \infty$ (или $\zeta \to 1$ и $x \to 0$). В итоге получаем $\beta(n=\infty, \zeta \to 0) \to \infty$, то есть в сингулярной точке материя стремится к сверхплотному состоянию. При больших временах ($x \to 0$) функция состояния исчезает как $\beta \approx \dfrac{1}{3} A\,x \to 0$, что в пределе означает наличие некогерентной пыли.

Соответствующее поведение функции состояния β как функции от безразмерной переменной ζ для различных n приведено на Рис.1. Во всех случаях видно, что максимум функции состояния β возрастает в окрестности сингулярной точки ($\zeta = 0$) при увеличении n и стремится к бесконечности.

5. Обсуждение полученного класса решений

В итоге получен класс решений гравитационных уравнений для открытой модели Вселенной в зависимости от параметра n, пробегающего натуральный ряд значений. Вопрос о реалистичности этих решений связан с тем, насколько они отражают наши знания о свойствах Вселенной.

[2] В каждый момент времени функция состояния представляет собой уравнение состояния.

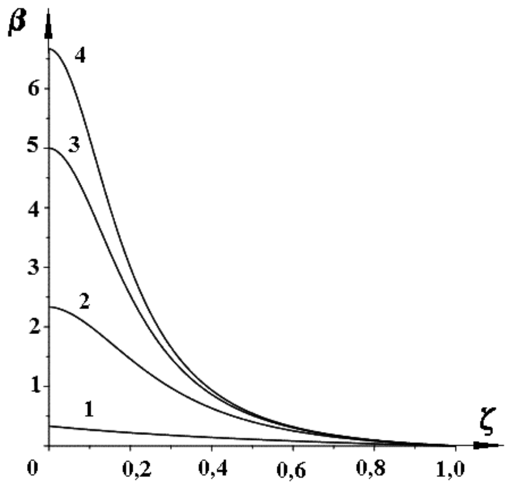

Рис. 1. Семейство графиков поведения функции состояния β как функции от безразмерной переменной $\zeta = 1 - Ax$ для различных n : $\mathbf{1} \leftrightarrow n = 1; \mathbf{2} \leftrightarrow n = 7; \mathbf{3} \leftrightarrow n = 15; \mathbf{4} \leftrightarrow n = 20$. С неограниченным увеличением n максимум распределения функции состояния также растет неограниченно в сингулярной точке $\zeta = 0$.

В частности, в связи с поиском реалистичной модели вынуждены потребовать асимптотического совпадения с моделью Фридмана, то есть при $S \to \infty$ должно выполняться решение Фридмана [1] для открытой Вселенной в форме Фока (см. ([22], [23])). Например, конформный множитель асимптотически равен

$$\exp(2\sigma) = y^4 = \zeta^{4/(n+1)} \to (1 - A_F\, x)^4$$

при условии $A_F = A/(n+1)$.

Рассмотрим далее асимптотику давления и плотности энергии при $\zeta \to 1$ ($S \to \infty$). Для этого разложим в ряд p и ε в окрестности точки $\zeta = 1$ (или $x = 0$) с точностью до $O(5)$ и запишем через все используемые переменные:

$$\varkappa p \approx \frac{4n}{A^2(n+1)^2} \cdot (1-\zeta)^4 = \frac{4n}{(n+1)^2} \cdot A^2\, x^4 = \frac{4n}{(n+1)^2} \cdot \frac{A^2}{S^4}; \tag{20}$$

$$\varkappa\varepsilon \approx \frac{12}{A^2(n+1)^2} \cdot (1-\zeta)^3 + \frac{84}{A^2(n+1)^2} \cdot (1-\zeta)^4 =$$
$$\frac{12}{(n+1)^2} \cdot A\, x^3 + \frac{84}{(n+1)^2} \cdot A^2\, x^4 = \frac{12}{(n+1)^2} \cdot \frac{A}{S^3} + \frac{84}{(n+1)^2} \cdot \frac{A^2}{S^4}. \tag{21}$$

Асимптотическая зависимость давления (20) начинается с $p \propto 1/S^4$, что характерно для равновесного (реликтового) излучения, удовлетворяющего уравнению состояния ультрарелятивистского газа, $\varepsilon_{rad} = 3 \cdot p_{rad}$. С другой стороны, выражение для асимптотического поведения плотности энергии (21) состоит из двух частей: одной, характерной для пылевой материи, $\varepsilon_{dust} \propto 1/S^3$, а другой, отвечающей равновесному (реликтовому) излучению $\varepsilon_{rad} \propto 1/S^4$. Поэтому, чтобы согласовать выражение (20) для давления со вторым слагаемым в (21) для плотности энергии в соответствии с уравнением состояния ультрарелятивистского газа, следует взять $n = 7$. Тогда получим

$$\varkappa p_{rad} \approx \frac{7}{16A^2} \cdot (1-\zeta)^4 = \frac{7}{16} \cdot A^2\, x^4 = \frac{7}{16} \cdot \frac{A^2}{S^4}; \tag{22}$$

$$8\pi\varepsilon \approx 8\pi\varepsilon_{dust} + 8\pi\varepsilon_{rad} = \frac{3}{16A^2} \cdot (1-\zeta)^3 + \frac{21}{16A^2} \cdot (1-\zeta)^4 =$$
$$\frac{3}{16} \cdot A\, x^3 + \frac{21}{16} \cdot A^2\, x^4 = \frac{3}{16} \cdot \frac{A}{S^3} + \frac{21}{16} \cdot \frac{A^2}{S^4}. \tag{23}$$

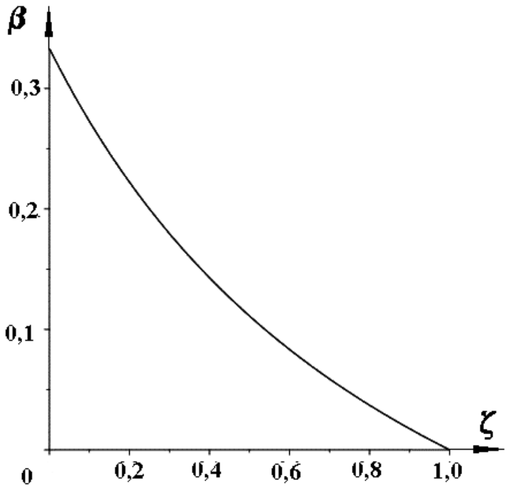

Рис. 2. График поведения функции состояния β как функции от безразмерной переменной ζ для $n = 1$. Максимум распределения функции состояния равен величине 1/3, отвечающей уравнению состояния ультрарелятивистского газа в окрестности сингулярной точки $\zeta = 0$.

Однако, если посмотреть на графики функции состояния на Рис.1, то видно, что для $n = 7$ кривая **2** имеет максимум значительно выше, чем 1/3. Поэтому, решение для такого значения параметра n оказывается нефизичным.

Кроме того, если взять теперь предел функции состояния (18) β при $\zeta = 0$, то получим максимум этой функции, равный

$$\beta_{max} = \frac{n}{3}. \tag{24}$$

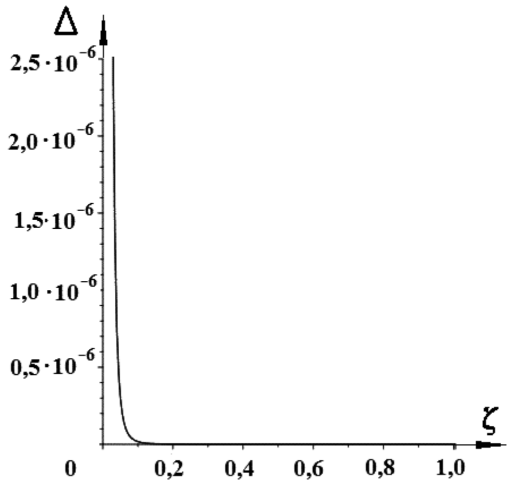

Рис. 3. График поведения разности Δ безразмерных функций плотности энергии E и давления P для модели с $n = 1$.

Таким образом, совершенно ясно, что только для $n = 1$ в окрестности сингулярной точки выполняется уравнение состояния ультрарелятивистского газа (см. Рис.1) с $\beta_{max} = 1/3$. В этом случае приобретает физический смысл решение

$$y(\zeta) = \zeta^{1/2} = (1 - A\,x)^{1/2} = (1 - 2A_F\,x)^{1/2}. \tag{25}$$

Другими словами, данная космологическая модель описывается метрикой в форме Фока с конформным фактором фактически равным корню квадратному из конформного фактора решения Фридмана для открытой Вселенной. Следовательно, для $n = 1$ получаем фридмана-подобную космологическую модель с давлением как обобщение открытой модели Фридмана для некогерентной пыли, которая является асимптотикой для полученного решения.

Что касается поведения обобщенной модели, то начиная с $\zeta = 0$ плотность энергии и давление начинают резко спадать, причем давление уменьшается быстрее, чем плотность энергии (см. Рис.3), что означает быстрое охлаждение. С увеличением ζ кривые этих функций сближаются.

График разности безразмерных плотности энергии и давления, $\Delta = E - P$, показывает насколько значения функций давления и плотности энергии сильно различаются в начале остывания Вселенной (после точки максимума функции состояния) и затем медленно сближаются при эволюционном развитии такой космологической модели, при этом давление исчезает на галилеевой асимптотике быстрее плотности энергии согласно выражениям ((20)-21)), приводя к открытой модели Фридмана для некогерентной пыли.

6. Заключение

В работе предложен новый метод получения точных решений на основе решения Фридмана для открытой Вселенной в записи Фока. Для получения точного решения применяется уже известный метод, разработанный в предыдущих работах и позволяющий свести моделирование открытой Вселенной, описываемой конформно-плоской метрикой в форме Фока, к задаче о механическом движении частицы в заданном силовом поле.

Уравнения Эйнштейна, записанные в данном случае с тензором энергии-импульса в приближении идеальной паскалевой жидкости, сведены к уравнению, аналогичному уравнению второго закона Ньютона, на функцию, которая является корнем четвертой степени от конформного множителя. Аналог «силы» пропорционален давлению. Эта «сила» выбирается в виде линейного закона с переменным коэффициентом, обратно пропорциональным квадрату «смещения». Когда эта «сила» равна нулю, решение уравнения совпадает с решением для открытой космологической фридмановской модели для некогерентной пыли в форме Фока. Это решение выбирается за основу, а постоянная интеграции, вообще говоря, берется не совпадающей с фридмановской постоянной. Такая функция принимается за новую безразмерную переменную.

В результате, получен класс решений, зависящий от параметра, пробегающего натуральный ряд чисел. Детальный анализ показывает, что только при одном значении этого параметра полученное решение имеет физический смысл. Вблизи начала расширения модели уравнение состояния близко к уравнению состояния ультрарелятивистского газа. В этом случае эту космологическую модель можно рассматривать как фридмана-подобную модель с давлением, исчезающем на галилеевой бесконечности, приводя в асимптотике к открытой модели Фридмана для некогерентной пыли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фридман А.А. О возможности мира с постоянной отрицательной кривизной //УФН. 1963. Т. 80. Вып. 3. С.447-452.

2. Баранов А.М., Савельев Е.В. Сферически-симметричное светоподобное излучение и конформно-плоские пространства-времена //Изв.вузов (Физика). 1984. № 7. С. 32-35.

3. Baranov A.M., Saveljev E.V. Spherically symmetric lightlike radiation and conformally flat space-times // Russ. Phys. J. 1984. V. 27. № 7. P.569-572.

4. Баранов А.М., Жабрун И.В., Савельев Е.В. Конформно-плоские открытые космологические модели: описание в классе специальных функций: 1.Функции Бесселя / КрасГУ. Красноярск, 1990. 10 с. Деп. в ВИНИТИ СССР 29.12.1990, № 6483-В90.

5. Баранов А.М., Савельев Е.В. Модель открытой Вселенной с переменным уравнением состояния //Изв.вузов (Физика). 1994. № 1. С.89-94.

6. Baranov A.M., Saveljev E.V. A model of an open universe with a variable equation of state // Russ. Phys. J. 1994. V. 37. № 1. P. 80-84.

7. Баранов А.М., Савельев Е.В. Модели открытых Вселенных с переменным уравнением состояния вблизи сингулярности //Изв.вузов (Физика). 1994. № 7. С.51-55.

8. Baranov A.M., Saveljev E.V. Models of an open universe with a variable equation of state near a singularity // Russ. Phys. J. 1994. V. 37. № 7. P. 640-644.

9. Баранов А.М., Жабрун И.В. Модель открытой Вселенной как осциллятор с диссипацией //Изв.вузов. Физика. 1994. № 9. С. 104-109.

10. Baranov A.M., Zhabrun I.V. A model of an open universe as an oscillator with losses, // Russ. Phys. J. 1994. V. 37. № 9. P. 893-897.

11. Баранов А.М., Савельев Е.В. Об одном обобщении решения Фридмана для открытой Вселенной // Основания теории гравитации и космологии: тез.докл. Международн. шк.-семинара (Одесса-95). М., 1995. С. 10

12. Баранов А.М., Савельев Е.В. Механическое движение материальной точки и эволюция открытой Вселенной //Геометризация физики II: тез. докл. II Международн. конфер. (Казань-95). Казань: КГУ, 1995. С. 11.

13. Баранов А.М., Жабрун И.В., Савельев Е.В. Точное решение для открытой Вселенной с вязкостью //Изв.вузов. Физика. 1995. № 1. С.79-83.

14. Baranov A.M., Zhabrun I.V., Saveljev E.V. Exact solution for an open universe with viscosity // Russian Physics Journal. 1995. V. 38. № 1. P. 68-71.

15. Baranov A.M. Generalization of open universe solution with viscosity //Теоретич. и эксперимент. проблемы гравитации: тез. докл. IX Российской конфер. (Новгород-96). М., 1996. Ч. 2. С. 93.

16. Баранов А.М., Савельев Е.В. Точные решения для конформно-плоской Вселенной.
I. Эволюция модели как задача о движении частицы в силовом поле //Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2014. № 1. С.37-46.

17. Баранов А.М., Савельев Е.В. Точные решения для конформно-плоской Вселенной. II. Линейное уравнение состояния и многомерные пространства-времена //Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2014. № 2. С.19-30.

18. Баранов А.М., Савельев Е.В. Точные решения для конформно-плоской Вселенной. III. «Внутреннее» решение //Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2014. № 4. С.59-70.

19. Баранов А.М., Савельев Е.В. Точные решения для конформно-плоской Вселенной. IV. Космологическая модель для «бутылочного» потенциала //Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2015. № 3. С.61-66.

20. Баранов А.М. Эволюция открытой космологической модели с излучением //Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2017. № 1. С.20-29.

21. Баранов А.М. Одно обобщение открытой космологической модели Фридмана при наличии вязкости //Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2017. № 3. С.5-11.

22. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1961. 563 с.

23. Мицкевич Н.В. Физические поля в общей теории относительности. М.: Наука, 1969. 326 с.

24. Зельманов А.Л. Хронометрические инварианты и сопутствующие координаты в общей теории относительности //ДАН СССР. 1956. Т.107. № 6. С. 815-818.

25. Владимиров Ю.С. Системы отсчета в теории гравитации. М.: Энергоиздат, 1982. 256 с.

26. Mitskievich N.V. Relativistic Physics in Arbitrary Reference Frames. New York: Nova Science Publishers, Inc., 2006.

REFERENCES

1. Friedman A.A. Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes, *Z. Phys.*, 1924, vol. 21, Lief., №1, pp.326-333.

2. Baranov A.M. Saveljev E.V. Spherically symmetric lightlike radiation and conformally flat space-times, *Izv. vuz.(Fizika)*, 1984, №7, pp. 32-35.

3. Baranov A.M., Saveljev E.V. Spherically symmetric lightlike radiation and conformally flat space-times, *Russ. Phys. J.*, 1984, vol.27, №7, pp. 569-572.

4. Baranov A.M., Zhabrun I.V., Saveljev E.V. Conformally flat open cosmological models: description in a class of higher transcendental functions: 1. Bessel functions, KrasSU, Krasnoyarsk, 1990. 10 p. Deposited in VINITI USSR 29.12.1990, №6483-B90.

5. Baranov A.M., Saveljev E.V. A model of an open universe with a variable equation of state, *Izv. vuz.(Fizika)*, 1994, №1, pp. 89-94.

6. Baranov A.M., Saveljev E.V. A model of an open universe with a variable equation of state, *Russ. Phys. J.*, 1994, vol. 37, №1, pp. 80-84.

7. Baranov A.M., Saveljev E.V. Models of an open universe with a variable equation of state near a singularity, *Izv. vuz.(Fizika)*, 1994, №7, pp. 51-55.

8. Baranov A.M., Saveljev E.V. Models of an open universe with a variable equation of state near a singularity, *Russ. Phys. J.*, 1994, V. 37, №7, pp. 640-644.

9. Baranov A.M., Zhabrun I.V. A model of an open universe as an oscillator with dissipation, *Izv. vuz.(Fizika)*, 1994, №9, pp.104-109.

10. Baranov A.M., Zhabrun I.V. A model of an open universe as an oscillator with losses, *Russ. Phys. J.*, 1994, vol. 37, №9, pp. 893-897.

11. Baranov A.M., Saveljev E.V. On one generalisation of the Friedman solution for the open Universe, *Foundation of Theory Gravitation and Cosmology: Abstracts of Int. School-Seminar (Odessa-95)*, Moscow, 1995, p.10.

12. Baranov A.M., Saveljev E.V. Mechanical motion of a mass point and evolution of the open Universe, *Geometrization of Physics II: Abstracts of II Int. Conf. (Kazan-95)*, Kazan: KSU, 1995, p. 11.

13. Baranov A.M., Zhabrun I.V., Saveljev E.V. Exact solution for an open universe with viscosity, *Izv. vuz.(Fizika)*, 1995, №1, pp.79-83.

14. Baranov A.M., Zhabrun I.V., Saveljev E.V. Exact solution for an open universe with viscosity, *Russ. Phys. J.*, 1995, vol. 38, №1, pp. 68-71.

15. Baranov A.M. Generalization of open universe solution with viscosity, *Theoretical and experimental problems of gravitation: Abstracts of 9-th Russian conference (Novgorod-96)* , Moscow, 1996, part 2, p. 93, p.93.

16. Baranov A.M., Saveljev E.V. Exact solutions of the conformally flat Universe. I. The evolution of model as the problem about a particle movement in a force field, *Space, Time and Fundamental Interactions (STFI)*, 2014, №1, pp.37-46.

17. Baranov A.M., Saveljev E.V. Exact solutions of the conformally flat Universe. II. The linear equation of state and multidimensional space-times, *Space, Time and Fundamental Interactions (STFI)*, 2014, №2, pp.19-30.

18. Baranov A.M., Saveljev E.V. Exact solutions of the conformally flat Universe. III. The “interior” solution, *Space, Time and Fundamental Interactions (STFI)*, 2014, №4, pp.59-70.

19. Baranov A.M., Saveljev E.V. Exact solutions of the conformally flat Universe. IV. Cosmological model with the ”bottle” potential, *Space, Time and Fundamental Interactions (STFI)*, 2015, №3, pp.61-66.

20. Baranov A.M. Evolution of the open cosmological model with radiation, *Space, Time and Fundamental Interactions (STFI)*, 2017, №1, pp.20-29.

21. Baranov A.M. An extension of the Friedman open cosmological model in the presence of viscosity, *Space, Time and Fundamental Interactions (STFI)*, 2017, №3, pp.5-11.

22. Fock V.A. *The Theory of Space, Time and Gravitation*, New York: Pergamon, U.S.A., 1964 (2nd edition).

23. Mitskievich N.V. *Physical fields and general relativity*, Moscow: Nauka, 1969, 326 p. (in Russian)

24. Zelmanov A.L. Chronometric Invariants and co-moving coordinates in general relativity, *DAN USSR*, 1956, vol.107, №6, pp. 815-818.

25. Vladimirov Yu.S. *Reference Frames in the Gravitation Theory*, Moscow: Energoizdat, 1982, 256 p.(in Russian)

26. Mitskievich N.V. *Relativistic Physics in Arbitrary Reference Frames*, New York: Nova Science Publishers, Inc., 2006.

Поступила в редакцию 17.10.2017

Баранов Александр Михайлович, д. ф.-м. н., профессор, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева (КГПУ), 660049, Россия, г. Красноярск, ул. Ады Лебедевой, 89 ;
Сибирский государственный университет науки и технологий им. акад. М.Ф. Решетнева (СибГУ), 660037, Россия, г. Красноярск, пр. имени газеты «Красноярский рабочий», 31.
E-mail: alex_m_bar@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:
Баранов А. М. Фридмана-подобная модель с давлением на основе решения Фридмана для открытой Вселенной // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2017. № 4. С. 26—35.

A. M. Baranov

Friedmanlike model with pressure on the Friedman solution basis for the open Universe

Keywords: open cosmological models, exact cosmological solutions, construction of cosmological models, function of state, the open Universe evolution.

PACS: 04.20.-q; 04.20.Cv

In the article a new method of finding of exact solutions on the basis of the Friedman solution for the open Universe in the Fock form is proposed.

The known method developed in the previous articles is applied to deriving of an exact solution. This method reduces the modelling problem of the open Universe with the conformally flat metric in the Fock form to a problem of mechanical moving of a particle in the given force field. In this case the Einstein equations with an energy-momentum tensor in an approximation of a Pascal perfect fluid are transformed to the equation similar to the equation of the Newton second law for function which is a root of the fourth degree from a conformal factor. Analog of "force" is proportional to the pressure. This "force" is chosen in the form of the linear law with a variable "stiffness" coefficient which is inversely proportional to the square of the "displacement". When the "force" equals zero, the equation solution is equal to the solution for the Friedman open cosmological model in the Fock form for an incoherent dust.This solution is chosen for a basis function, and an integration constant, generally speaking, does not coincide with the Friedman constant. Such function is accepted for a new dimensionless variable. In the end, a class of the solutions depending on a parameter, running row of natural numbers, is obtained. The detailed analysis shows that at one only value of this parameter for discovered solution has physical sense. Near by of the origin of cosmological model expansion the equation of state close to equation of state of the ultrarelativistic gas.In this case cosmological model can be viewed as Friedman-like model with the pressure, disappearing on a Galilean asymptotics, leading to the Friedman open model for the incoherent dust.

Received 17.10.2017

Baranov Alexandre Mikhailovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P. Astaf'ev, Ada Lebedeva St., 89, Krasnoyarsk, 660049, Russia ;
Siberian State University of Science and Technologies named after acad. M.F. Reshetnev (SibSAU), Av. named after newspaper ”Krasnoyarsk worker”, 31, Krasnoyarsk, 660037, Russia.
E-mail: alex_m_bar@mail.ru

Please cite this article in English as:
Baranov A. M. Friedmanlike model with pressure on the Friedman solution basis for the open Universe, *Space, Time and Fund. Interact.*, 2017, no. 4, pp. 26–35.