

Пакет программ GravPerturbations
в СКМ Maple автоматизированного
вычисления тензорных объектов во втором
порядке теории возмущений
// Инструкция по применению

Ю.Г. Игнатьев, А.А. Агафонов
(Yurii Ignat'ev and Alexander Agathonov)

Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского
Казанский федеральный университет

Казань 22 декабря 2016

Задачи теории гравитации, решаемые с помощью пакета GravPerturbations

Пакет GravPerturbations позволяет вычислять в аналитической форме основные геометрические объекты релятивистской теории гравитации во втором порядке по возмущениям относительно невозмущенного гравитационного поля: тензор

Эйнштейна, G_{ik} , тензор Риччи, R_{ik} и скалярную кривизну, R . Пусть $g_{ik}^0(x)$ – ковариантный метрический тензор невозмущенного гравитационного поля, где $x = [x^1, x^2, x^3, x^4] \equiv \text{coords}$ – упорядоченный список координат 4-х мерного риманова пространства, а $h_{ik}(x) = g_{ik}(x) - g_{ik}^0(x)$ – малые возмущения гравитационного фона g_{ik}^0 . Тогда соответствующие тензорные величины могут быть записаны в виде:

$$R = R^{(0)} + R^{(1)} + R^{(2)} + \dots, \quad (1)$$

где $R^{(k)}$ – соответствующие тензорные величины, пропорциональные k -ым степеням h_{ik} и их производных.

Вычисление этих величин, особенно во втором порядке теории возмущений, приводит к необходимости производить громоздкие аналитические вычисления, каждый элемент которых элементарен, однако большое количество таких элементов приводит к большим затратам времени, а также нередко – к вычислительным ошибкам.

Авторский пакет GravPerturbations предназначен для автоматизации этих вычислений в системе компьютерной математики Maple на основе ее внутренней библиотеки Physics. Для вычисления указанных геометрических величин необходимо задать координаты, невозмущенную метрику $g_{ik}^0(x)$ и ее ковариантные возмущения $h_{ik}(x)$, а также указать тип выводимой величины, ее валентность и порядок возмущения.

Замечания

1. При этом, как невозмущенный метрический тензор, так и его возмущения можно задавать в виде функциональной зависимости от неизвестных функций.
2. В данном пакете пока реализована программа вычислений возмущений геометрических объектов включительно до второго порядка по малости возмущений. Однако, в ближайшее время Авторы намерены опубликовать соответствующую программу для любого порядка теории возмущений.
3. Отметим, что, данная программа применялась уже одним из Авторы при построении модели макроскопической Вселенной [2].

Загрузка пакета

Для загрузки пакета файл **Perturb.m** должен быть помещен в ту же папку, в которой находится **сохраненный рабочий файл name.mw**, либо указаны абсолютные или относительные ссылки на эти файлы, например, **D:/Maple/libraries/Perturb.m**.

```
> restart;
  read 'Perturb.m';

> with(GravPerturbations);

[Einstein_Comb, RicciScalar, Ricci_Comb, perturb]
```

(1)

Программная процедура GravPerturbations[perturb]

Библиотека **GravPerturbations**, содержащаяся в загружаемом файле **Perturb.m**, содержит многопараметрическую программную процедуру **perturb**:

perturb(coords,g0,h,n)

Обязательные параметры процедуры - приводятся в строгом порядке:

coords - [тип: список] - список координат;

g0 - [тип: symbol] - матрица ковариантных компонент невозмущенной метрики;

h - [тип: symbol] - матрица ковариантных компонент возмущений метрического тензора;

n - [тип: целое] - порядок возмущений (в данной программе эта величина может принимать только значения 0,1,2; в ближайшем будущем мы расширим возможность вычисления возмущений на более высокие порядки);

mode - [тип: symbol] - вычисляемая величина: Einstein - тензор Эйнштейна; Ricci - тензор Риччи; RicciScalar - скаляр Риччи;

Необязательным параметром процедуры является валентность тензора, **char** (для тензора Эйнштейна и Риччи).

Этот параметр задается в формате

char=[e1,e2], где $e_i = \pm 1$:

[-1,-1] - дважды ковариантный тензор;

[-1,1] - тензор со смешанными компонентами;

[1,1] - дважды контравариантный тензор;

по умолчанию **char = [-1,-1]**.

Рис. 1. Вид окна Maple с загруженным пакетом.

Предупреждение о формате вывода тензорных объектов при работе с пакетом GravPerturbations

Заметим, что при выводе вычисленных тензорных объектов сначала появляются комментарии о типах выводимых величин, что является следствием использования пакета **Maple Physics**. В прилагаемом исполняемом файле см. maple-файл показано, как осуществить вывод компонент тензоров.

Пакет программ
GravPerturbations

Юрий Геннадьевич
Игнатьев

Назначение пакета

Загрузка пакетов

Программные
процедуры:
описание

Авторские права и
ссылки

Универсальная команда автоматизированного вывода

Библиотека GravPerturbations, содержащаяся в загружаемом файле Perturb.m, содержит многопараметрическую программную процедуру perturb:

`perturb(coords,g0,h,n,mode)`

Обязательные параметры процедуры - приводятся в строгом порядке:

1. **coords** - [тип:список] - список координат;
 2. **g0** - [тип:symbol] - матрица ковариантных компонент невозмущенной метрики;
 3. **h** - [тип:symbol] - матрица ковариантных компонент возмущений метрического тензора;
 4. **n** - [тип:целое] порядок возмущений (в данной программе эта величина может принимать только значения 0,1,2);^a
 5. **mode** - [тип:symbol] вычисляемая величина: Einstein - тензор Эйнштейна; Ricci - тензор Риччи; RicciScalar - скаляр Риччи;
- Необязательным параметром процедуры является валентность тензора, **char** (для тензора Эйнштейна и Риччи). Этот параметр задается в формате `char=[e1,e2]`, где $e_i = \pm 1$:
- `[-1,-1]` - дважды ковариантный тензор;
 - `[-1,1]` - тензор со смешанными компонентами;
 - `[1,1]` - дважды контравариантный тензор;
- по умолчанию `char= [-1,-1]`.

При исполнении процедуры `perturb(coords,g0,h,n,mode)` искомые компоненты тензора выдаются в виде матрицы, причем вывод сопровождается словесными комментариями. Кроме того, библиотека GravPerturbations содержит три упрощенные программные процедуры, позволяющие в более простом формате выводить вычисленные значения тензорных величин.

^a В ближайшем будущем мы расширим возможность вычисления возмущений на более высокие порядки

Пакет программ
GravPerturbations

Юрий Геннадьевич
Игнатьев

Назначение пакета

Загрузка пакетов

Программные
процедуры:
описание

Авторские права и
ссылки

Литература



Игнатьев Ю.Г. Математическое моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому моделированию. // Казань: Казанский университет, 2014. 298 с.



Игнатьев Ю.Г. Макроскопические уравнения Эйнштейна и космология ранней вселенной. I. Математическая модель для поперечных флуктуаций // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. – Вып. 2 – 2016. – с. 47-61.



Yu. G. Ignat'ev, Macroscopic Einstein Equations for a Cosmological Model with a Λ Term
Gravitation and Cosmology, 2016, Vol. 22, No. 3, pp. 264–269.



Игнатьев Ю.Г., Анафонов А.А. Программа аналитических вычислений в теории возмущений второго порядка уравнений Эйнштейна в прикладном математическом пакете Maple // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016616385. – 09.06.2016. – Федеральная служба по интеллектуальной собственности.