

Пакеты программ DifEq и Splines
в СКМ Maple автоматизированного
численно - аналитического моделирования
нелинейных динамических систем
// Инструкция по применению

Ю.Г. Игнатьев, А.Р. Самигуллина
([Yurii Ignat'ev](#), [Alsu Samigullina](#))

Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского
Казанский федеральный университет

Казань 15 декабря 2016

Системы уравнений, решаемые с помощью пакета DifEq

Пакет DifEq позволяет решать численными методами любые системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), разрешенных относительно старших производных:

$$y_i^{(n_i)} = F_i(y_1, \dots, y_N, y_1', \dots, y_N', y_1'', \dots, y_N'', \dots, y_1^{(n_1-1)}, \dots, y_1^{(n_N-1)}, t); \quad (i = \overline{1, N}), \quad (1)$$

где $y^{(n)} = d^n y / dt^n$ – обозначение n -той производной функции $y(t)$ по независимой переменной t , – времени, а F_i – непрерывно-дифференцируемые функции своих переменных. Будем в дальнейшем полагать выполненными начальные условия для системы (1):

$$y_i^{(k)}(t) \Big|_{t=t_0} = C_i^k; \quad (k = \overline{1, n_i - 1}; i = \overline{1, N}), \quad (2)$$

соответствующие стандартной задаче Коши, где C_i^k – начальные значения производных k -го порядка функций $y_i(t)$. При этом команды пакета выводят численное решение системы в функциональном виде $y_i(t)$, не требующим дополнительных программных процедур для реализации.

Назначение пакета Splines

Пакет программ Splines предназначен для работы со сплайнами, в том числе для трансформации численного решения в сплайны, позволяющих обращаться с полученными решениями, как с обычными аналитическими функциями, в том числе, например, дифференцировать и интегрировать эти решения простыми командами и результат опять представлять в сплайновой форме. Сплайн есть функция, область определения которой разбита на конечное число n отрезков, на каждом из которых сплайн совпадает с некоторым алгебраическим многочленом (полиномом). Максимальная из степеней использованных полиномов называется степенью сплайна. Если все отрезки имеют одинаковую длину, сплайн называется равномерным.

Загрузка пакетов

Для загрузки пакетов файлы `YuDifEquat.m` и `YuSplines.m` должны быть помещены в ту же папку, в которой находится *сохраненный* рабочий файл `name.mw`, либо указаны абсолютные или относительные ссылки на эти файлы, например,
`D:/Maple/libraries/YuDifEquat.m`.

```
> restart;
read `YuSplines.m`;
read `YuDifEquat.m`;
```

Решение прямым численным интегрированием простой командой

```
> Eq:=(D@@2)(x)(t)=-0.1*D(x)(t)-x(t)-0.01*x(t)^3+sin(t);
Eq:=D(2)(x)(t)=-0.1D(x)(t)-x(t)-0.01x(t)3+sin(t) (1.1)
```

```
> IC:=x(0)=0,D(x)(0)=1;
IC:=x(0)=0,D(x)(0)=1 (1.2)
```

```
> SS1:=(xi)->Splines[ODESplines]([Eq],[IC],45,24*Pi,48,1,1,xi);
SS1:=xi->SplinesODESplines([Eq],[IC],45,24π,48,1,1,xi) (1.3)
```

```
> SS1(1);
0.961626844667055 (1.4)
```

```
> evalf(SS1(xi),3);
```

Рис. 1. Вид окна Maple с загруженными пакетами.

Предупреждение о формате ввода дифференциальных выражениях при работе с пакетом DifEq

Заметим, что во избежании ошибок производные n -го порядка функции $f(x)$ рекомендуется вводить с помощью оператора $(D@@n)(f)(x)$, производная первого порядка тогда записывается в виде $D(f)(x)$!

Простейшая команда автоматизированного решения системы ОДУ

Простейшей командой численного решения системы ОДУ (1) с начальными условиями (2) является трехпараметрическая программная процедура `DifEq[NumDsolve](SystemODE, InitsConditions, Method)`. О пятипараметрической процедуре решения с перезагрузкой см. цитированную литературу. Указанная команда создает процедуру решения системы ОДУ с помощью метода `Method`, встроенного в пакет `Maple`; значение этого параметра 45 соответствует методу Рунге-Кутты 4-5 порядков, 78 – методу Рунге-Кутты 7-8 порядков, `rosenbrock` – методу Розенброка, `stiff` – методу `stiff` интегрирования жестких уравнений, `classic` – классическому методу (по умолчанию методом Эйлера), `taylor` – методом разложения в ряды Тейлора (см., например [17,18]). При этом вывод решений осуществляется в виде упорядоченного списка в вложенными в него M упорядоченными списками числовых функций. При этом первый упорядоченный список содержит численные значения N искоемых функций: $[X[1](t), \dots, X[N](t)]$, порядок записи значений функций в списке совпадает с порядком записи дифференциальных уравнений системы. Второй упорядоченный список содержит значения первых производных тех функций, производные которых не ниже второго порядка содержатся в системе ОДУ. Порядок записи значений первых производных функций в списке совпадает с порядком записи дифференциальных уравнений системы – при этом пропускаются значения производных тех функций, производные выше первого порядка которых не содержатся в системе ОДУ. Третий упорядоченный список содержит значения первых производных тех функций, производные которых не ниже третьего порядка содержатся в системе ОДУ. Порядок записи значений вторых производных функций в списке совпадает с порядком записи дифференциальных уравнений системы – при этом пропускаются значения вторых производных тех функций, производные выше второго порядка которых не содержатся в системе ОДУ, и т.д. [см. maple-файл](#)

Распознавание системы уравнений в пакете DifEq

В пакете существует встроенная программная процедура конвертирования системы ОДУ к нормальной системе, с помощью применения которой можно пронаблюдать систему замены переменных в задаче Коши:

`>DifEq[SysCauchy_ConvNorm]([Eq],[IC]);` Здесь `[Eq]` – упорядоченная система ОДУ, `[IC]` – упорядоченная система начальных условий^a.

^a Подробности [см. maple-файл](#), а также статью [Авторов](#) в No 4 2016 года

Пакеты программ
DifEq и Splines

Юрий Геннадьевич
Игнатьев

Назначение пакетов

Загрузка пакетов

Простейшая
команда

Авторские права и
ссылки

Литература



Игнатьев Ю.Г. Математическое моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому моделированию. // Казань: Казанский университет, 2014. 298 с.



Игнатьев Ю.Г., Абдулла Х.Х. Комплекс программ для математического моделирования нелинейных электродинамических систем в системе компьютерной математики Maple // Вестник Российского университета дружбы народов. Математика. Информатика. Физика. 2010. Вып. 4. С. 65–76.



Игнатьев Ю.Г., Абдулла Х.Х. Математическое моделирование нелинейных обобщенно - механических систем в системе компьютерной математики Maple // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2010. Вып. 2 (14). С. 67–77.



Игнатьев Ю.Г. Программа автоматизированного распознавания системы обыкновенных дифференциальных уравнений произвольного порядка, разрешенных относительно старших производных, автоматизированного управляемого численного интегрирования задачи Коши для нее и выводом решений в функциональной, сплайновой форме в системе компьютерной математики Maple // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2012613751, 20 июня 2012 г. Федеральная служба по интеллектуальной собственности; RU ОБПТ №3(80). 20.09.2012. – с. 606



Игнатьев Ю.Г., Абдулла Х.Х. Программные процедуры численного решения задачи Коши для системы нелинейных дифференциальных уравнений в форме сплайнов // Системы компьютерной математики и их приложения. Материалы 11-й междун. конферен. – Смоленск: изд-во СмолГУ. – 2010. – с. 23-24.