

УДК 539.12,530.2,53.02

© Черницкий А. А., 2025

К ВОПРОСУ О РЕШЕНИИ ПРОБЛЕМЫ ТЁМНОЙ МАТЕРИИ

Черницкий А. А.^{a,b,1}

^a НОЦ Физ.-Мат. Наук и Инф. Технологий, Государственный Химико-Фармацевтический Университет, ул. Проф. Попова 14, Санкт-Петербург, 197376, Россия.

^b Фридмановская Лаборатория Теоретической Физики, Санкт-Петербург, Россия.

Рассматривается гравитационное взаимодействие в рамках теории единого поля пространственно-временной плёнки. В концепции единого поля материальные объекты, от частиц до галактик, должны быть представлены солитными решениями модели. На основе введённого ранее понятия слабого солитона, сопутствующего солитону-частице или солитону-галактике, объясняется возникновение Ньютонова гравитационного потенциала, эффект так называемой тёмной материи и спиральная дисковая структура галактики.

Ключевые слова: пространственно-временная плёнка, теория единого поля, гравитация, тёмная материя, структура галактики.

TO THE QUESTION ON THE SOLUTION TO THE PROBLEM OF DARK MATTER

Chernitskii A. A.^{a,b,1}

^a St. Petersburg State Chemical and Pharmaceutical University, Prof. Popov str. 14, St. Petersburg, 197376, Russia.

^b A. Friedmann Laboratory for Theoretical Physics, St.-Petersburg, Russia.

Gravitational interaction is considered in the framework of unified field theory of space-time film. In the concept of unified field, all material objects, from particles to galaxies, must be presented by soliton solutions of the model. Based on previously introduced concept of weak soliton, associated with soliton-particle or soliton-galaxy, we explain the Newtonian gravitational potential, effect so-called dark matter, and spiral-disk structure of galaxy.

Keywords: space-time film, unified field theory, gravitation, dark matter, structure of galaxy.

PACS: 12.10.Dm, 12.10.-g, 12.60.-i

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2025.2.124-133

Введение

Описание гравитационного взаимодействия в рамках теории единого скалярного поля пространственно-временной плёнки [1] рассматривалось в работе [2]. В работе [3] было предложено решение так называемой проблемы тёмной материи на основе введённого понятия галактического солитона. В настоящей работе содержатся важные дополнения к данной теме. В частности, введено понятие частотно-волнового соотношения для солитона, представлено обоснование Ньютонова гравитационного потенциала и объяснено притяжение к плоскости галактики.

В рамках теории пространственно-временной плёнки естественным образом объединяются электромагнетизм [4] и гравитация [2]. Получен класс точных решений [1] модели в виде солито-

¹E-mail: AACHernitskii@mail.ru

нов, движущихся со скоростью света. Подкласс этих решений имеет свойства, позволяющие рассматривать их как фотоны [1, 5, 6]. Остальные решения указанного класса могут соответствовать различным типам нейтрино.

Таким образом единая полевая модель пространственно-временной плёнки обоснованно претендует на адекватное описание реальности.

1. Единое фундаментальное скалярное поле

Понятие пространственно-временной плёнки является обобщением понятия двумерной тонкой плёнки в трёхмерном пространстве на четырёхмерную пространственно-временную плёнку, вложенную в плоское пятимерное пространство-время. При этом пятая координата, зависящая от четырёх пространственно-временных координат нашего повседневного опыта, представляет собой скалярную полевую функцию плоского четырёхмерного пространства-времени. Вариационный принцип и уравнение модели записываются для полевой функции Φ , имеющей размерность электрического потенциала и связь с пятой координатой посредством размерной константы χ : $x^5 = \chi \Phi$.

Таким образом имеем следующее общеквариантное¹ действие четырёхмерного мирового объёма и соответствующий вариационный принцип [1]:

$$\mathcal{A} = \int_{\bar{V}} \sqrt{|\mathfrak{M}|} (dx)^4 = \int_{\bar{V}} \mathcal{L} d\bar{V}, \quad \delta \mathcal{A} = 0, \quad (1a)$$

где $\mathfrak{M} \doteq \det(\mathfrak{M}_{\mu\nu})$, $(dx)^4 \doteq dx^0 dx^1 dx^2 dx^3$, \bar{V} – пространственно-временной объём, $d\bar{V} \doteq \sqrt{|\mathfrak{m}|} (dx)^4$ – четырёхмерный элемент объёма, $\mathfrak{m} \doteq \det(\mathfrak{m}_{\mu\nu})$,

$$\mathfrak{M}_{\mu\nu} = \mathfrak{m}_{\mu\nu} + \chi^2 \frac{\partial \Phi}{\partial x^\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\nu}, \quad \mathcal{L} \doteq \sqrt{\left| 1 + \chi^2 \mathfrak{m}^{\mu\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\nu} \right|} \quad (1b)$$

$\mathfrak{m}_{\mu\nu}$ – компоненты метрического тензора системы координат плоского пространства-времени с сигнатурой $\{-, +, +, +\}$ ². Греческие индексы принимают значения $\{0, 1, 2, 3\}$. Тензор $\mathfrak{M}_{\mu\nu}$ может быть назван мировым тензором.

Обычным методом получаем следующий канонический тензор энергии-импульса модели в прямоугольных прямолинейных координатах:

$$\bar{\mathcal{F}}^{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\Phi^\mu \Phi^\nu}{\mathcal{L}} - \frac{\mathfrak{m}^{\mu\nu}}{\chi^2} \mathcal{L} \right), \quad \Phi^\alpha \doteq \mathfrak{m}^{\alpha\beta} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\beta}. \quad (2)$$

где $\mathfrak{m}^{\mu\nu}$ – диагональный постоянный метрический тензор плоского пространства. Как видим, канонический тензор симметричен.

Чтобы получить конечные интегральные характеристики солитонов-частиц в бесконечном пространстве-времени, мы вводим регуляризованный тензор энергии-импульса по следующей формуле:

$$\mathcal{F}^{\mu\nu} = \bar{\mathcal{F}}^{\mu\nu} - \tilde{\mathcal{F}}^{\mu\nu}. \quad (3)$$

где $\tilde{\mathcal{F}}^{\mu\nu}$ – регуляризующий симметричный тензор энергии-импульса, для которого, как и для канонического тензора, выполняется дифференциальный закон сохранения:

$$\frac{\partial \bar{\mathcal{F}}^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{\mathcal{F}}^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = 0 \quad \implies \quad \frac{\partial \mathcal{F}^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = 0. \quad (4)$$

¹Здесь имеется ввиду общеквариантность относительно четырёхмерных преобразований пространства-времени. Относительно этих же преобразований функция Φ представляет собой скаляр.

²В первой работе по теории пространственно-временной плёнки [1] рассматривались две сигнатуры метрики $\{+, -, -, -\}$ и $\{-, +, +, +\}$. При более детальном исследовании описания гравитационного взаимодействия в теории ПВП оказалось, что для согласия с экспериментом сигнатура метрики должна иметь второй тип.

Часто используется постоянный регуляризующий тензор:

$$\bar{\mathbb{F}}^{\mu\nu} = -\frac{1}{4\pi\chi^2} \mathbb{m}^{\mu\nu}, \quad (5)$$

но это не всегда обязательно. Специальный выбор этого тензора может обеспечить сходимость интеграла энергии для определённого класса решений.

Вариационный принцип (1) даёт следующее модельное полевое уравнение в декартовых координатах [1]:

$$\left(\mathbb{m}^{\mu\nu} \left(1 + \chi^2 \mathbb{m}_{\sigma\rho} \Phi^\sigma \Phi^\rho \right) - \chi^2 \Phi^\mu \Phi^\nu \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^\mu \partial x^\nu} = 0, \quad (6)$$

Это полевое уравнение может быть записано в следующем примечательном виде [7]:

$$\tilde{\mathbb{m}}^{\mu\nu} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^\mu \partial x^\nu} = 0, \quad \tilde{\mathbb{m}}^{\mu\nu} \doteq -4\pi\chi^2 \bar{\mathbb{F}}^{\mu\nu}. \quad (7)$$

где $\bar{\mathbb{F}}^{\mu\nu}$ – канонический тензор плотности энергии – импульса (2). Здесь введена эффективная метрика $\tilde{\mathbb{m}}^{\mu\nu}$, речь о которой будет идти далее.

Уравнение (7) переходит в обычное линейное волновое уравнение при $\chi = 0$:

$$\mathbb{m}^{\mu\nu} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^\mu \partial x^\nu} = 0. \quad (8)$$

Характеристическое уравнение модели имеет следующий вид, который получается непосредственно из (7):

$$\tilde{\mathbb{m}}^{\mu\nu} \tilde{k}_\mu \tilde{k}_\nu = 0, \quad \tilde{k}_\mu \doteq \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial x^\mu}, \quad (9)$$

Уравнение $\mathcal{S} = 0$ даёт трёхмерную характеристическую гиперповерхность полевой модели в четырёхмерном пространстве-времени.

2. Материальные объекты – солитоны

В концепции единого нелинейного поля все материальные объекты – это солитоны или уединённые волны. Уединённая волна в определённом смысле пространственно локализована. Математически солитоны представлены решениями *нелинейной* полевой модели, в рассматриваемом случае – решениями модели единого поля.

Однако пространственной локализацией могут обладать также решения *линейных* полевых моделей. Такие решения мы называем слабыми солитонами [2, 3]. Поскольку любая нелинейная полевая модель в пределе слабого поля переходит в соответствующую линейную, исследование слабых солитонов представляется важной задачей.

При удалении от области локализации солитона поле пространственно-временной плёнки приближённо подчиняется линейному волновому уравнению (8). Таким образом при удалении от области локализации конфигурация поля солитона приближённо может совпадать с полем некоторого слабого солитона. Поле любого слабого солитона, как решения волнового уравнения, может быть представлено в собственной системе координат в виде суперпозиции известных элементарных волновых решений в сферической системе координат $\{r, \vartheta, \varphi\}$ или сферических волн³. Для периодического по времени решения имеем:

$$\overset{\circ}{\Phi} = \Re \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left(c_{nlm} \mathfrak{h}_l(n\omega r) + \epsilon_{nlm} \mathfrak{h}_l(n\omega r) \right) P_l^m(\cos \vartheta) e^{i(m\varphi - n\omega t^0)} \right], \quad (10a)$$

где \Re означает действительную часть комплексного числа, точка под символом означает принадлежность к собственной системе координат, ω – основная круговая частота, l – зональный индекс,

³Под сферической волной иногда понимается расходящаяся от точечного источника волна. Здесь под сферическими волнами понимаются всевозможные элементарные решения волнового уравнения в сферических координатах, включающие расходящиеся, сходящиеся, стоячие волны, а также вращающиеся сложным образом волны.

m – секториальный индекс, \mathfrak{h}_l и \mathfrak{y}_l – сферические функции Бесселя третьего и четвёртого рода⁴, P_l^m – присоединённые функции Лежандра, в скобках после обозначенных функций стоят их аргументы, c_{nlm} и \mathfrak{c}_{nlm} – комплексные коэффициенты сферических гармоник. Как известно, сферические функции Бесселя третьего и четвёртого рода выражаются через сферические функции Бесселя первого и второго рода следующим образом:

$$\mathfrak{h}_l \doteq \mathfrak{j}_l + i \mathfrak{y}_l \quad , \quad \mathfrak{y}_l \doteq \mathfrak{j}_l - i \mathfrak{y}_l \quad . \quad (10b)$$

В качестве примера слабого солитона типа (10) приведём следующее простое решение линейного волнового уравнения:

$$\overset{\circ}{\Phi} = \overset{\circ}{a} \mathfrak{j}_0(\omega r) \sin(\omega x^0) \doteq \overset{\circ}{a} \frac{\sin(\omega r)}{r} \sin(\omega x^0) \quad , \quad (11)$$

где $\overset{\circ}{a}$ – амплитуда слабого солитона. Это решение представляет собой сферически симметричную стоячую волну.

При помощи пространственно-временного поворота покоящийся как целое солитон преобразуется в движущийся. В этом случае стоячая волна преобразуется в бегущую. Движущийся солитон получается следующей подстановкой для собственных координат солитона:

$$x^\mu = L^\mu_{\nu} x^\nu \quad , \quad (12)$$

где $L^\mu_{\nu} L^{\rho\nu} = L^\mu_{\nu} L^{\nu\rho} = \underline{\mathfrak{m}}^{\mu\rho}$, L^μ_{ν} – общая матрица пространственно-временного поворота, включающая пространственный поворот и преобразование Лоренца, $\{x^\nu\}$ – система координат, в которой солитон движется.

Для компонент волнового четырёхвектора этой бегущей волны будем иметь следующее соотношение:

$$\left| \underline{\mathfrak{m}}^{\mu\nu} k_\mu k_\nu \right| = \omega^2 \quad , \quad \omega \doteq -k_0 \quad , \quad (13)$$

где ω – частота стоячей волны в собственной инерциальной системе координат солитона или собственная частота, $\{\omega, k_i\}$ – частота и компоненты волнового вектора бегущей волны.

Соотношение (13) аналогично дисперсионному соотношению для диспергирующих волн. Диспергирующие плоские волны постоянной амплитуды имеют фазовую скорость, зависящую от частоты, в результате чего соответствующие волновые пакеты расплываются. Решение (10) с преобразованием (12) представляет собой движущийся слабый солитон обычного волнового уравнения, который не расплывается. Его скорость определяется параметром скорости преобразования Лоренца.

Ранее соотношение (13) называлось автором дисперсионным, что можно считать своего рода жаргоном. Целесообразно называть соотношение (13) частотно-волновым. Частотно-волновое соотношение или соотношение, связывающее частоту волны с компонентами волнового вектора, обобщает понятие дисперсионного.

Сферические функции Бесселя \mathfrak{j}_l и \mathfrak{y}_l спадают по амплитуде на бесконечности как r^{-1} . Соответственно все элементарные осциллирующие решения линейного волнового уравнения в сферической системе координат спадают также. Однако характер поведения на пространственной бесконечности суперпозиции таких элементарных решений может быть любым. В частности, можно представить обычную бесконечную плоскую волну в виде разложения по элементарным сферическим волнам⁵.

Как будет показано далее, для описания реальной гравитации точечных масс и гравитационного поля галактик в теории пространственно-временной плёнки необходимо спадание амплитуды

⁴В справочнике [8] эти функции обозначены как $h_l^{(1)}$ и $h_l^{(2)}$.

⁵Такое разложение получено для электромагнитной плоской волны в монографии [9] (формула (4.3.38)).

слабого солитона как $r^{-1/2}$. Таким свойством обладают обычные функции Бесселя и соответственно элементарные волновые решения в цилиндрических координатах, но только в плоскости, перпендикулярной оси z .

Будем исходить из элементарных решений волнового уравнения в цилиндрических координатах $\{\rho, \varphi, z\}$ или элементарных цилиндрических волн вида

$$\mathfrak{H}_m(k_\rho \rho) e^{i(m\varphi + k_z z - \omega x^0)}, \quad \mathfrak{H}_m(k_\rho \rho) e^{i(m\varphi + k_z z - \omega x^0)}, \quad (14a)$$

$$k_\rho^2 + k_z^2 = \omega^2, \quad \mathfrak{H}_m \doteq \mathfrak{J}_m + i\mathfrak{Y}_m, \quad \mathfrak{H}_m \doteq \mathfrak{J}_m - i\mathfrak{Y}_m. \quad (14b)$$

где \mathfrak{J}_m и \mathfrak{Y}_m – функции Бесселя первого и второго рода, \mathfrak{H}_m и \mathfrak{H}_m – функции Ханкеля первого и второго рода⁶. Формально значения непрерывных параметров ω, k_z, k_ρ , удовлетворяющих соотношению (14b), могут быть комплексными. Однако, принятие их действительными исключит из рассмотрения решения с сингулярностями определённого типа. Без ограничения общности можем считать $k_\rho > 0$. Если рассматривать действительные значения параметров ω, k_z, k_ρ , то из (14b) имеем

$$k_\rho = \sqrt{\omega^2 - k_z^2}, \quad k_z^2 \leq \omega^2. \quad (14c)$$

С учётом принятых допущений имеем следующее представление поля слабого солитона в виде суперпозиции цилиндрических волн:

$$\begin{aligned} \Phi = \Re \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\omega}^{\omega} \left(\mathfrak{C}_{nm}(k_z) \mathfrak{H}_m(\sqrt{\omega^2 - k_z^2} \rho) \right. \right. \\ \left. \left. + \mathfrak{C}_{nm}(k_z) \mathfrak{H}_m(\sqrt{\omega^2 - k_z^2} \rho) \right) e^{i(m\varphi + k_z z - n\varphi x^0)} dk_z \right], \quad (15) \end{aligned}$$

где $\mathfrak{C}_{nm}(k_z)$ и $\mathfrak{C}_{nm}(k_z)$ – некоторые комплекснозначные функции, для которых интеграл по продольному волновому числу k_z сходится.

Как известно [8], функции Ханкеля имеют следующие асимптотики на бесконечности:

$$\begin{pmatrix} \mathfrak{H}_m(k_\rho \rho) \\ \mathfrak{H}_m(k_\rho \rho) \end{pmatrix} \sim \sqrt{\frac{2}{\pi k_\rho \rho}} \exp\left(\pm i\left(k_\rho \rho - \frac{m\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\right) \quad \text{при } k_\rho \rho \rightarrow \infty. \quad (16)$$

С учётом (16) и условия $k_\rho > 0$ замечаем, что при $k_z > 0$ первое решение (14a) представляет собой волну, бегущую в положительном направлении оси z и расходящуюся от этой оси, а второе решение (14a) – волну также бегущую в положительном направлении оси z и сходящуюся к этой оси. Ввиду зависимости от угла φ , эти волны также вращаются вокруг оси z .

Полусумма двух волн (14a) представляет собой волну, бегущую в положительном направлении оси z , стоячую в радиальном направлении и вращающуюся вокруг оси z :

$$\Re \left[\mathfrak{J}_m(k_\rho \rho) e^{i(m\varphi + k_z z - \omega x^0)} \right]. \quad (17)$$

Такие волны представляют собой нерасходящиеся волновые пучки, называемые также бесселевыми. Соотношение (14b), рассматриваемое как уравнение относительно ω при заданном значении k_ρ , представляет собой частотно-волновое соотношение для этих волн. Из него следует, что они имеют фазовую скорость вдоль оси z , превышающую скорость света, а групповую – меньшую скорости света⁷.

Далее, полусумма двух волн вида (17), бегущих во взаимно противоположных направлениях, даёт стоячую по оси z и вращающуюся вокруг оси z волну:

$$\Re \left[\mathfrak{J}_m(k_\rho \rho) \cos(k_z z) e^{i(m\varphi - \omega x^0)} \right]. \quad (18)$$

⁶В справочнике [8] эти функции обозначены как $H_l^{(1)}$ и $H_l^{(2)}$.

⁷Бесселевы пучки электромагнитного поля достаточно подробно рассмотрены в монографии [9].

Согласно (16) эта волна спадает по амплитуде в радиальном направлении как $\rho^{-1/2}$ и имеет постоянную амплитуду по оси z . Однако суперпозиция волн вида (18) с различными значениями волнового числа k_z может дать пространственно-локализованную волну или слабый солитон.

Необходимо отметить, что асимптотики спада амплитуды для элементарных сферических и цилиндрических волн, r^{-1} и $\rho^{-1/2}$ соответственно, порождают расходимость интегралов энергии и импульса для этих волн на бесконечности. Однако это не значит, что подобные волны вблизи частицы-солитона не могут существовать. Осцилляции полей всей совокупности солитонов-частиц должны порождать некий волновой фон в пространстве. Естественно предположить, что вблизи каждой частицы-солитона конфигурация поля фона будет близка к полю некоторого слабого солитона. При удалении от частицы-солитона поле его слабого солитона плавно переходит в общий межчастичный волновой фон. Полная энергия этого фона конечна, но очень велика.

Для получения конечных энергий солитонов-частиц, окружённых своими слабыми солитонами, целесообразно выбирать в качестве регуляризующего тензора $\tilde{F}^{\mu\nu}$ в (3) тензор энергии-импульса соответствующего слабого солитона. Поскольку на периферии солитона поле мало, то поле слабого солитона, являющегося решением линейного волнового уравнения, можно подставлять в тензор энергии-импульса линеаризованной модели.

Таким образом мы полагаем, что с каждым солитоном связан некоторый слабый солитон. Можно сказать, что этот слабый солитон принадлежит одновременно и солитону-частице, и межчастичному волновому фону. Между солитоном и его слабым солитоном имеется взаимное влияние. В частности, изменение траектории слабого солитона вследствие модификации фонового поля приводит к соответствующему изменению траектории частицы-солитона.

Естественно допустить, что за квантово-волновое поведение частицы ответственен именно её слабый солитон. Как оказалось, также и описание реальной гравитации требует учёта существования таких слабых солитонов.

3. Гравитация как метрическое взаимодействие солитонов

За гравитационное взаимодействие ответственно метрическое взаимодействие солитонов [10], в основе которого лежит характеристическое уравнение модели (9).

Было показано⁸ [2], что траектория слабого солитона при наличии поля удалённых солитонов определяется уравнением геодезической в эффективном римановом пространстве с метрикой, обусловленной полем удалённых солитонов и усреднённой по пространственно-временной области локализации слабого солитона. Как отмечено выше солитон-частица увлекается своим слабым солитоном и движется по геодезической траектории.

В приближении малых скоростей пробной частицы $\mathfrak{v} \ll 1$ уравнение геодезической имеет вид

$$\frac{d\mathfrak{v}^i}{dx^0} = -\tilde{\Gamma}_{00}^i, \quad \mathfrak{v}^i \doteq \frac{dx^i}{dx^0} \quad (19)$$

где \mathfrak{v}_i – компоненты трёхмерной скорости пробного солитона-частицы, $\tilde{\Gamma}_{00}^i$ – компоненты символов Кристоффеля для эффективной метрики $\tilde{\mathfrak{m}}^{\mu\nu}$. Латинские индексы принимают значения 1, 2, 3.

В приближении слабого поля удалённых солитонов можем представить эффективную метрику в виде ряда по степеням константы нелинейности χ^2 с удержанием только линейных членов:

$$\tilde{\mathfrak{m}}^{\mu\nu} \approx \mathfrak{m}^{\mu\nu} - \chi^2 \left(\Phi^\mu \Phi^\nu - \frac{1}{2} \mathfrak{m}^{\mu\nu} \mathfrak{m}_{\alpha\beta} \Phi^\alpha \Phi^\beta \right), \quad (20a)$$

$$\tilde{\mathfrak{m}}_{\mu\nu} \approx \mathfrak{m}_{\mu\nu} + \chi^2 \left(\Phi_\mu \Phi_\nu - \frac{1}{2} \mathfrak{m}_{\mu\nu} \mathfrak{m}^{\alpha\beta} \Phi_\alpha \Phi_\beta \right). \quad (20b)$$

⁸Эффект метрического взаимодействия для нелинейной электродинамики описан, например, в [9].

В этом приближении имеем следующее выражение для $\tilde{\Gamma}_{00}^i$ через производные фундаментального поля Φ :

$$\tilde{\Gamma}_{00}^i \approx \underline{m}^{ii} \left(\frac{\partial \tilde{m}_{0i}}{\partial x^0} - \frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{m}_{00}}{\partial x^i} \right) \approx -\underline{m}^{ii} 4\pi \chi^2 \left(\frac{\partial \bar{\mathcal{P}}_i}{\partial x^0} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\mathcal{E}}}{\partial x^i} \right) \quad (\Sigma), \quad (21a)$$

$$\bar{\mathcal{E}} \doteq \frac{1}{8\pi} \left((\Phi_0)^2 + (\Phi_1)^2 + (\Phi_2)^2 + (\Phi_3)^2 \right), \quad \bar{\mathcal{P}}_i \doteq -\frac{1}{4\pi} \Phi_0 \Phi_i, \quad (21b)$$

где $\bar{\mathcal{E}}$ и $\bar{\mathcal{P}}$ – плотности энергии и импульса для линеаризованной модели (8).

Как можно заметить из (19) и (21), притяжение пробной частицы-солитона к области с большей плотностью энергии будет происходить, если положить $\underline{m}^{ii} = 1$. Для реализации гравитационного притяжения в исходной формулировке модели (1) взята сигнатура метрики $\{-, +, +, +\}$.

4. Реальная гравитация и решение проблемы тёмной материи

Будем считать, что основной вклад в гравитационное поле массивных тел вносит совокупное гравитационное поле нуклонов. Рассмотрим возможный слабый солитон, сопутствующий солитону нуклона. Поскольку нуклон обладает спином или моментом импульса, естественно рассмотреть вращающийся слабый солитон.

Далее будет также рассмотрена асимптотика поля галактики.

В качестве асимптотики слабого солитона нуклона или галактики при $\rho \rightarrow \infty$ рассмотрим следующее решение линейного волнового уравнения:

$$\Phi = \Re \left[\left(\mathcal{C} \mathfrak{J}_m \left(\sqrt{\lambda^2 + \omega^2} \rho \right) + i \mathcal{C}' \mathfrak{Y}_m \left(\sqrt{\lambda^2 + \omega^2} \rho \right) \right) e^{-\lambda|z| + i(m\varphi - \omega x^0)} \right]. \quad (22)$$

где \mathcal{C} и \mathcal{C}' – действительные константы при функциях Бесселя первого и второго рода.

Решение (22) получается из элементарных цилиндрических решений (14) при комплексных значениях параметра k_z , причём берётся убывающая по оси z ветвь при $z > 0$ и $z < 0$. В результате координата z входит под знаком модуля и решение оказывается сингулярным на плоскости $z = 0$. Можно предположить, что эта сингулярность будет сглажена в реальном солитонном решении нелинейной модели.

Знак произведения $m\omega$ определяет правое ($m\omega > 0$) и левое ($m\omega < 0$) вращение. При $\mathcal{C}' = 0$ имеем стоячую в радиальном направлении волну аналогично (18). При $\mathcal{C}' = \pm \mathcal{C}$ имеем спиральную вращающуюся волну, причём знак произведения $\mathcal{C}\mathcal{C}'m$ определяет направление закрученности спирали.

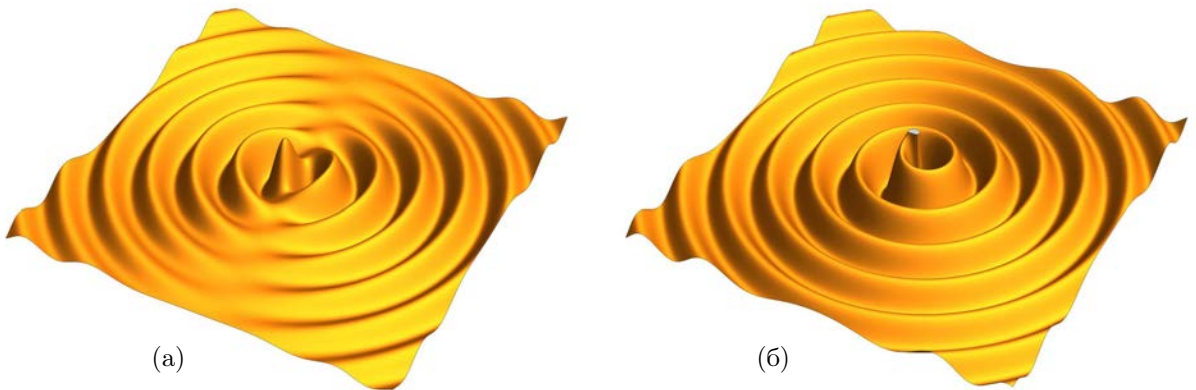


Рис. 1. Полевая функция (22) при $m = 1$, $\mathcal{C}' = 0$ (а), $\mathcal{C}' = \mathcal{C}$ (б).

Подставив выражение для поля (22) при $\mathcal{C}' = \mathcal{C} = 1$ (случай (б) на Рис. 1) в формулу (21), получаем следующую асимптотику при $\rho \rightarrow \infty$ для радиальной компоненты ускорения с обратным

знаком с членами до ρ^{-2} :

$$\hat{\Gamma}_{00}^1 = \frac{\sqrt{\omega^2 + \lambda^2}}{2\pi\rho^2} e^{-2\lambda|z|} \quad (23a)$$

$$+ (-1)^{m+1} \frac{\omega^2}{\pi\rho} e^{-2\lambda|z|} \cos \Lambda \quad (23b)$$

$$+ (-1)^{m+1} \frac{(1 - 4m^2)\omega^2 + 2\lambda^2}{4\pi\sqrt{\omega^2 + \lambda^2}\rho^2} e^{-2\lambda|z|} \sin \Lambda, \quad (23c)$$

$$\Lambda \doteq 2 \left(m\varphi - \omega x^0 + \rho\sqrt{\omega^2 + \lambda^2} \right) \quad (23d)$$

Результирующее гравитационное поле массивного тела получается суммированием полей всех нуклонов. Считая, что зависящие от времени фазы Λ (23d) разных нуклонов не согласованы, приходим к выводу, что соответствующие члены (23b) и (23c) будут скомпенсированы. Оставшийся асимптотический при $\rho \rightarrow \infty$ член (23a), спадающий как ρ^{-2} , не зависит от спиральности решения, то есть имеем ли мы случай (а) или (б) на Рис. (1).

Учитывая спадание силы как ρ^{-2} и считая, что нуклоны в веществе ориентированы хаотично, приходим к выводу, что гравитационная сила макроскопического тела спадает обратно пропорционально квадрату расстояния, что согласуется с законом тяготения Ньютона.

Так называемая проблема тёмной материи появилась из-за несоответствия имеющихся теоретических и экспериментальных кривых скоростей звёзд в галактиках. Кривая скоростей звёзд в галактике – это зависимость скоростей вращения звёзд в галактике от расстояния до её центра. Для круговой орбиты звезды со скоростью v и Ньютонова гравитационного потенциала φ галактики с ядром массы M в центре имеем:

$$\varphi = -G \frac{M}{r}, \quad \frac{v^2}{r} = G \frac{M}{r^2} \implies v = \sqrt{G \frac{M}{r}}. \quad (24)$$

Однако измеренные скорости звёзд в галактиках отличаются от так называемых Кеплеровских скоростей, даваемых формулой (24). Реальные скорости звёзд обнаруживают слабую зависимость от расстояния до центра галактики. На Рис. 2 условно-схематично показаны наблюдаемые и Кеплеровские скорости.

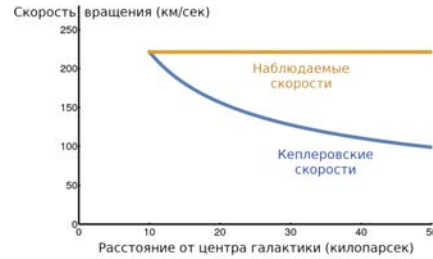


Рис. 2. Условные графики наблюдаемой и Кеплеровской кривых вращения звёзд типичной галактики.

Мы предполагаем, что с галактикой, как единым материальным объектом, связан некоторый слабый солитон фундаментального поля. Этот слабый солитон и создаёт наблюдаемое гравитационное поле галактики. Возьмём в качестве асимптотики такого солитона решение линейного волнового уравнения (22) и соответствующее гравитационное ускорение (23). В данном случае мы, естественно, не отбрасываем члены, зависящие от времени.

Тогда можем рассмотреть в (23) главный член (23b), спадающий как ρ^{-1} . Учитывая определение центростремительного ускорения, имеем следующее выражение для квадрата орбитальной скорости в плоскости галактики:

$$v^2 = (-1)^{m+1} \frac{\omega^2}{\pi} \cos \Lambda. \quad (25)$$

Здесь, конечно, орбитальная скорость существует только в области положительности её квадрата.

В области, где квадрат орбитальной скорости отрицателен, реализуется гравитационное отталкивание и круговые орбиты отсутствуют. На Рис. 3 и 4 [3] показано пространственное распределение орбитальных скоростей в плоскости галактики для спирального решения (22) ($c = c' = 1$).

Как видно, средняя орбитальная скорость постоянна в области её существования, что согласуется с экспериментальными данными (см. Рис. 2).

Также данный подход объясняет спиральную структуру галактики и наблюдаемое свойство чётности количества её рукавов или хвостов. Эта чётность обусловлена множителем 2 в выражении для фазы Λ (23d), который возникает из-за квадратичности эффективной метрики (20) по производным поля.



Рис. 3. Орбитальная скорость для решения (22) на линии $(z = 0) \cap (\varphi = 0) \cap (x^0 = 0)$ для $m = 1$, $\omega = \lambda = 1$, $\mathbf{c} = \mathbf{\check{c}} = 1$.



Рис. 4. Орбитальная скорость для решения (22) на плоскости $(z = 0) \cap (x^0 = 0)$ для $m = 1$, $\omega = \lambda = 1$, $\mathbf{c} = \mathbf{\check{c}} = 1$.

Для решения (22) главный член асимптотического разложения компоненты гравитационного ускорения с обратным знаком в приближении малых скоростей (19) по оси, перпендикулярной плоскости галактики, имеет вид

$$\tilde{\Gamma}_{00}^3 = \frac{\lambda \operatorname{sign} z}{\pi \rho} e^{-2\lambda|z|} \left(\sqrt{\omega^2 + \lambda^2} + \frac{(-1)^m \omega^2}{\sqrt{\omega^2 + \lambda^2}} \sin \Lambda \right) \quad (26)$$

Это означает притяжение к плоскости $z = 0$. Таким образом объясняется дисковая конфигурация галактики.

Выводы

Итак, рассмотрено гравитационное взаимодействие в рамках теории единого поля пространственно-временной плёнки. Используется то обстоятельство, что в концепции единого поля материальные объекты, от частиц до галактик, должны быть представлены солитонными решениями модели. На основе введённого ранее понятия слабого солитона, сопутствующего солитону-частице или солитону-галактике, объяснён Ньютонов гравитационный потенциал, эффект так называемой тёмной материи и спиральная дисковая структура галактики.

Список литературы

1. Chernitskii A. A. Lightlike shell solitons of extremal space-time film. *Journal of Physics Communications*, 2018, vol. 2, 105013. <https://doi.org/10.1088/2399-6528/aadd73>.
2. Chernitskii A. A. Gravitation in unified scalar field theory. *Universe*, 2021, vol. 7, no. 1, p. 11.
3. Chernitskii A. A. Gravitation in theory of space-time film and galactic soliton. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 2081, 012016. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2081/1/012016>.
4. Chernitskii A. A. About long-range interaction of spheroidal solitons in scalar field nonlinear model. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, vol. 938, no. 1, 012029. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/938/1/012029>.
5. Chernitskii A. A. Lightlike solitons with spin. *Journal of Physics: Conference Series*, 2016, vol. 678, no. 1, 012016. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/678/1/012016>.

6. Chernitskii A. A. Photons as solitons. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1557, 012015. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1557/1/012015>.
7. Chernitskii A. A. Induced gravitation in nonlinear field models. *International Journal of Modern Physics: Conference Series*, 2016, vol. 41, 1660119. <https://doi.org/10.1142/S2010194516601198>.
8. Абрамовиц М., Стиган И. *Справочник по специальным функциям*. М. : Наука, 1979.
9. Черницкий А. А. *Нелинейная электродинамика: сингулярные солитоны и их взаимодействия*. С-П: ИИЖЭКОН, 2012, с. 360.
10. Chernitskii A. A. Fundamental interactions and quantum behaviour in unified field theory. *International Journal of Modern Physics A*, 2020, vol. 35, no. 02, 2040021. <https://doi.org/10.1142/S0217751X20400217>.

References

1. Chernitskii A. A. Lightlike shell solitons of extremal space-time film. *Journal of Physics Communications*, 2018, vol. 2, 105013. <https://doi.org/10.1088/2399-6528/aadd73>.
2. Chernitskii A. A. Gravitation in unified scalar field theory. *Universe*, 2021, vol. 7, no. 1, p. 11.
3. Chernitskii A. A. Gravitation in theory of space-time film and galactic soliton. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 2081, 012016. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2081/1/012016>.
4. Chernitskii A. A. About long-range interaction of spheroidal solitons in scalar field nonlinear model. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, vol. 938, no. 1, 012029. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/938/1/012029>.
5. Chernitskii A. A. Lightlike solitons with spin. *Journal of Physics: Conference Series*, 2016, vol. 678, no. 1, 012016. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/678/1/012016>.
6. Chernitskii A. A. Photons as solitons. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1557, 012015. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1557/1/012015>.
7. Chernitskii A. A. Induced gravitation in nonlinear field models. *International Journal of Modern Physics: Conference Series*, 2016, vol. 41, 1660119. <https://doi.org/10.1142/S2010194516601198>.
8. Abramowitz, M., Stegun, I. *Handbook of Mathematical Functions*. New York : Dover, 1964.
9. Chernitskii A. A. *Nonlinear Electrodynamics: Singular Solitons and their Interactions*. (In Russ.) S-P: ENGECON, 2012, p. 360.
10. Chernitskii A. A. Fundamental interactions and quantum behaviour in unified field theory. *International Journal of Modern Physics A*, 2020, vol. 35, no. 02, 2040021. <https://doi.org/10.1142/S0217751X20400217>.

Авторы

Черницкий Александр Александрович, к.ф.-м.н., доцент, Государственный Химико-Фармацевтический Университет, ул. Проф. Попова 14, Санкт-Петербург, 197376, Россия.
E-mail: AAChernitskii@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Черницкий А. А. К вопросу о решении проблемы тёмной материи. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2025. № 2. С. 124–133.

Authors

Chernitskii Alexander Aleksandrovich, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, St. Petersburg State Chemical and Pharmaceutical University, Prof. Popov str. 14, St. Petersburg, 197376, Russia.
E-mail: AAChernitskii@mail.ru

Please cite this article in English as:

Chernitskii A. A. To the question on the solution to the problem of dark matter. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2025, no. 2, pp. 124–133.