

УДК 524.68

© Абдуллин И. Г., 2025

## ГАЛАКТИЧЕСКОЕ ГАЛО ТЕМНОЙ МАТЕРИИ ИЗ ЛЕГКИХ БОЗОНОВ

Абдуллин И. Г.<sup>a,1</sup><sup>a</sup> Институт физики, Казанский федеральный университет, Казань, 420008, Россия.

В данной статье рассматривается гало темной материи из легких бозонов. Частицы находятся в неконденсированном состоянии и описываются в рамках подхода Томаса-Ферми. Показано распределение плотности частиц и наличие минимального радиуса у ядра галактического гало из невырожденных бозонов.

*Ключевые слова:* темная материя, галактическое гало, бозоны, конденсат Бозе-Эйнштейна.

## DARK MATTER HALO FROM LIGHT BOSONS

Abdullin I. G.<sup>a,1</sup><sup>a</sup> Institute of Physics, Kazan Federal University, Kazan, 420008, Russia.

We consider galaxy halos formed by light dark matter bosons. The particles is in a noncondensed state and described under the Thomas-Fermi approach. The distribution of particle density and presence of minimum radius in the core of galactic halos of nondegenerate boson are shown.

*Keywords:* dark matter, galactic halo, bosons, Bose-Einstein condensate.

PACS: 03.75.Hh, 05.30.Jp, 14.80.Va, 95.35.+d

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2025.1.7-11

### Введение

Данные наблюдений указывают на то, что около четверти плотности энергии Вселенной приходится на небарионную тёмную материю (ТМ). Ряд теорий предлагает различных кандидатов на роль ТМ, не входящих в Стандартную модель физики элементарных частиц.

С точки зрения космологии предпочтительными являются модели, в которых частицы ТМ были нерелятивистскими при отделении от тепловой среды в ранней Вселенной. Такие частицы образуют холодную тёмную материю (CDM). Наиболее вероятными кандидатами на роль CDM являются слабо взаимодействующие массивные частицы (WIMP). WIMP естественным образом создают современную остаточную плотность тёмной материи, а моделирование с использованием метода N-тел воспроизводит основные свойства крупномасштабных структур. Однако при применении к малым масштабам возникают трудности.

Значительной проблемой для модели WIMP является наличие центрального пика в профилях плотности гало. Моделирование показывает, что вблизи центра плотность изменяется по закону  $\rho \propto r^{-1}$ , в то время как наблюдения указывают на более плавное распределение плотности. Кроме того, прогнозируемое количество карликовых галактик значительно превышает наблюдаемое [1].

Другими кандидатами на роль частиц CDM являются легкие бозоны в широком диапазоне масс  $m \sim 10^{-24} - 10^3$  эВ. Темная материя из этих частиц исследовалась преимущественно в состоянии бозе-эйнштейновского конденсата [2, 3].

---

<sup>1</sup>E-mail: videns42@gmail.com

В данной работе рассматривается модель, в которой частицы находятся вблизи критической точки конденсации, но еще не перешли в вырожденное состояние.

## 1. Гало темной материи из бозе-газа

Рассмотрим гало темной материи из легких бозонов, которые находятся вблизи критической точки бозе-эйнштейновской конденсации, но еще остаются в невырожденном состоянии. В таком случае плотность частиц можно получить интегрированием стационарного распределения Бозе-Эйнштейна [4]:

$$n(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \left[ e^{\beta\epsilon_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) - \mu} - 1 \right]^{-1} = \lambda_{dB}^{-3} g_{3/2}(z(\mathbf{r})), \quad (1)$$

где  $\lambda_{dB} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mkT}$  – длина волны де Бройля и  $g_{3/2}(z)$  является частным случаем полилогарифмических функций  $g_s(z) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{z^i}{i^s}$  (иногда  $g_{3/2}(z)$  также обозначается как функция Бозе-Эйнштейна), а ее аргументом в (1) является

$$z(\mathbf{r}) = e^{(\mu - m\Phi(\mathbf{r}) - 2gn(\mathbf{r}))/kT}, \quad (2)$$

где  $\mu$  – химический потенциал,  $g$  – константа связи, определяющая взаимодействие между частицами, а гравитационный потенциал  $\Phi(\mathbf{r})$  подчиняется уравнению Пуассона

$$\nabla^2 V(\mathbf{r}) = 4\pi Gmn(\mathbf{r}). \quad (3)$$

Применяя оператор набла к (1) и используя уравнение (3), получаем

$$\left( 1 + \frac{2g}{\lambda_{dB}^3 kT} g_{1/2}(z) \right) \nabla^2 n(\mathbf{r}) - \lambda_{dB}^3 \frac{g_{-1/2}(z)}{g_{1/2}(z)^2} (\nabla n(\mathbf{r}))^2 + \frac{4\pi Gm^2}{\lambda_{dB}^3 kT} g_{1/2}(z)n(\mathbf{r}) = 0. \quad (4)$$

Уравнения (4) и (2) описывают структуру Томаса-Ферми для бозонных гало темной материи. Аналогично фермионные гало рассматривались в [5, 6].

Для неконденсированных бозонов самодействие не играет ключевой роли. Его вклад в первый член уравнения (4) составляет порядка  $2g/(\lambda_{dB}^3 kT) \ll 1$ , и им можно пренебречь без ущерба для дальнейших расчетов [7].

Тогда уравнение (4) можно преобразовать в безразмерное уравнение

$$\nabla_{\xi}^2 x - \nu \frac{g_{-1/2}(z)}{g_{1/2}(z)^2} (\nabla_{\xi} x)^2 + \frac{1}{\nu} g_{1/2}(z)x = 0, \quad (5)$$

где  $x = n/n_0$  – плотность, нормированная на значение в центре гало,  $\xi = r/R$  – безразмерная радиальная координата, а масштабный радиус

$$R^2 = \frac{kT}{4\pi Gm^2 n_0}. \quad (6)$$

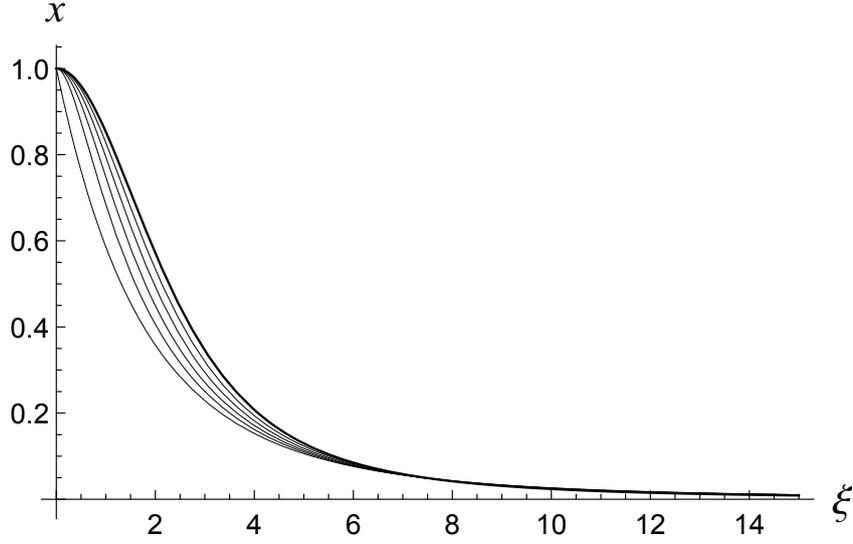
Параметр  $\nu$  определяется как

$$\nu = \lambda_{dB}^3 n_0, \quad (7)$$

а величина  $z$  в уравнении (5) находится как решение уравнения

$$\nu x = g_{3/2}(z).$$

Уравнение (5) содержит единственный параметр  $\nu$ , выражающий количество частиц в кубическом объеме тепловой длины волны де Бройля в центре гало. Поскольку уравнение описывает неконденсированные бозоны, параметр  $\nu$  находится в диапазоне от нуля до  $\zeta(3/2)$ . Значения выше



**Рис. 1.** Профили плотности для гало из неконденсированных бозонов при  $\nu = 0,5, 1, 1,5, 2, 2,61$  (от верхней к нижней тонкой линии). Жирная линия соответствует изотермической модели.

этого диапазона соответствуют области конденсации, где уравнение (5) неприменимо. Решения уравнения (5) показаны на рис. 1.

Если параметр  $\nu \ll 1$ , то бозоны находятся далеко от точки конденсации и могут рассматриваться как идеальный газ с распределением Максвелла-Больцмана. В этом случае уравнение (5) сводится к

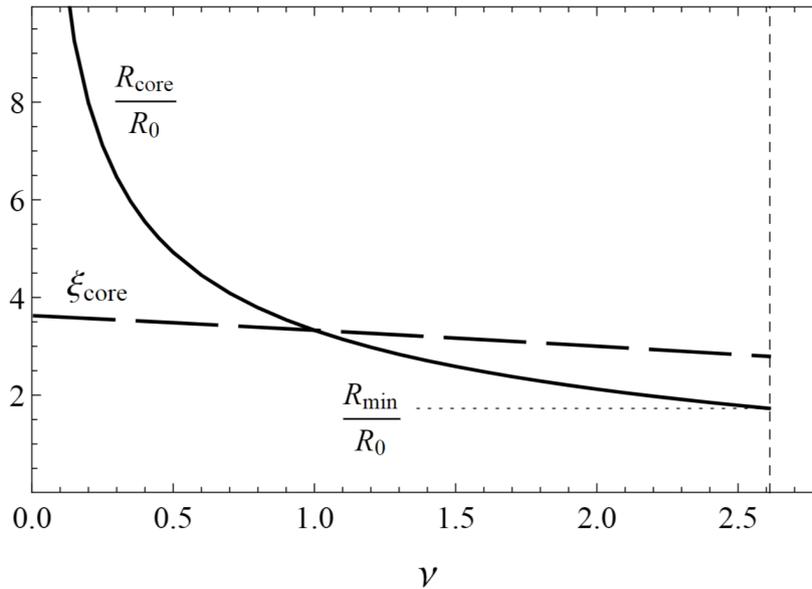
$$\nabla_{\xi}^2 x - \frac{1}{x} (\nabla_{\xi} x)^2 + x^2 = 0, \quad (8)$$

что соответствует модели изотермического профиля.

Изотермический профиль также воспроизводится уравнением (5) при больших  $\xi$ , когда  $x \ll 1$ . То же самое справедливо для фермионных гало с распределением Томаса-Ферми [6]. Такое сходство в поведении показывает, что статистика частиц имеет решающее значение внутри ядра галактического гало, в то время как за его пределами темная материя переходит в разреженное состояние, соответствующий классическому газу. Нет единого мнения о том, что следует считать ядром гало. Обычно его рассматривают как область, внутри которой плотность уменьшается в определенное количество раз. В [6] это соотношение принимается равным четырём в соответствии с эмпирическим профилем Буркерта. Следуя тому же выбору, из уравнения (5) можно найти безразмерный радиус ядра  $\xi_{\text{core}}$ , зависящий от  $\nu$ . Соответствующий размерный радиус определяется как

$$R_{\text{core}} = \frac{\xi_{\text{core}}}{\sqrt{\nu}} R_0.$$

На рис. 2 видно, что радиус ядра  $\xi_{\text{core}}$  практически не меняется, так что при фиксированной температуре  $R_{\text{core}}$  уменьшается по мере увеличения параметра  $\nu$  и достигает минимума  $R_{\text{min}}$  в критической точке конденсации  $\nu = \zeta(3/2)$ . Ниже этого порогового радиуса плотность частиц в центре гало становится достаточно высокой для перехода в конденсированное состояние. В таком случае конденсированные бозоны образуют компактные объекты, которые также называют бозе-звездами, в то время как окружающие их частицы остаются неконденсированными, сохраняя соотношение  $R_{\text{core}} \geq R_{\text{min}}$ . Этот механизм поддерживает размер гало выше порогового радиуса и может рассматриваться как подходящее объяснение того, почему галактики меньшего размера встречаются редко, в то время как галактики большего размера встречаются в достаточном количестве.



**Рис. 2.** Безразмерный радиус ядра  $\xi_{\text{core}}$  (пунктирная линия) и соответствующий размерный радиус в единицах  $R_0$  (сплошная линия) в зависимости от параметра  $\nu$ .

### Заключение

В данной работе проанализировано распределение плотности гало темной материи из невырожденных бозонов. Вблизи критической точки конденсации это распределение отличается от распределения изотермической модели. Радиус ядра такого гало достигает минимума в критической точке.

При конденсации в гало из невырожденных бозонов могут образовываться бозе-звезды, радиус которых зависит от амплитуды рассеяния, но ограничен порядком астрономических единиц. Их вклад можно учесть отдельно с помощью уравнения Джинса. Такая модель темной материи хорошо согласуется с наблюдаемыми кривыми вращения, как показано в работе [7].

### Список литературы

1. Bullock J.S., Boylan-Kolchin M. Small-scale challenges to the  $\Lambda$ CDM paradigm. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 2017. V. 55. № 1. 343–387 pp.
2. Niemeyer J.C. Small-scale structure of fuzzy and axion-like dark matter. *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2020. V. 113. 103787 pp.
3. Boehmer C., Harko T. Can dark matter be a Bose–Einstein condensate? *JCAP* 2007. № 06. 025 pp.
4. A. Griffin, T. Nikuni, and E. Zaremba Bose-condensed gases at finite temperatures. Cambridge University Press 2009.
5. Destri C., de Vega H.J., Sanchez N.G. Quantum WDM fermions and gravitation determine the observed galaxy structures. *Astropart. Phys.* 2013. V. 46. 14–22 pp.
6. de Vega H.J., Salucci P., Sanchez N.G., Observational rotation curves and density profiles versus the Thomas-Fermi galaxy structure theory. *MNRAS* 2014. V. 442. 2717–2727 pp.
7. Abdullin I.G., Popov V.A. Boson dark matter halos with a dominant noncondensed component. *JCAP* 2021. № 11. 055 pp.

## References

1. Bullock J.S., Boylan-Kolchin M. Small-scale challenges to the  $\Lambda$ CDM paradigm. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 2017, vol. 55, no. 1, pp. 343–387.
2. Niemeyer J.C. Small-scale structure of fuzzy and axion-like dark matter. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 2020, vol. 113, pp. 103787.
3. Boehmer C., Harko T. Can dark matter be a Bose–Einstein condensate? *JCAP*, 2007, no. 06, pp. 025.
4. A. Griffin, T. Nikuni, and E. Zaremba Bose-condensed gases at finite temperatures. Cambridge University Press, pp. 2009.
5. Destri C., de Vega H.J., Sanchez N.G. Quantum WDM fermions and gravitation determine the observed galaxy structures. *Astropart. Phys.*, 2013, vol. 46, pp. 14–22.
6. de Vega H.J., Salucci P., Sanchez N.G., Observational rotation curves and density profiles versus the Thomas-Fermi galaxy structure theory. *MNRAS*, 2014, vol. 442, pp. 2717–2727.
7. Abdullin I.G., Popov V.A. Boson dark matter halos with a dominant noncondensed component. *JCAP*, 2021, no. 11, pp. 055.

## Авторы

**Абдуллин Искандер Гусманович**, аспирант 4-го года, Институт физики, Казанский федеральный университет, ул. Кремлевская, 18., г. Казань, 420008, Россия.

E-mail: videns42@gmail.com

### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Абдуллин И. Г. Галактическое гало темной материи из легких бозонов. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2025. № 1. С. 7–11.

## Authors

**Abdullin Iskander Gusmanovich**, 4th year postgraduate student, Institute of Physics, Kazan Federal University, Kremlyovskaya st. 18, Kazan 420008, Russia.

E-mail: videns42@gmail.com

### Please cite this article in English as:

Abdullin I. G. Dark matter halo from light bosons. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2025, no. 1, pp. 7–11.