УДК 530.1

ОПИСАНИЕ СВОБОДНЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ В БИНАРНОЙ ГЕОМЕТРОФИЗИКЕ

Жилкин А. Г.[a,1]

[a] Институт астрономии РАН, ул. Пятницкая, д. 48, г. Москва, 119017, Россия.

Рассмотрены некоторые методические вопросы, связанные с развитием математического аппарата бинарной геометрофизики. Представлена физическая интерпретация используемых математических понятий. Развитый формализм применяется для описания свободных (невзаимодействующих) элементарных частиц. Обсуждаются дискретные преобразования биспиноров, свойства частицы в собственной системе отношений, а также прообраз уравнения Дирака.

Ключевые слова: бинарная предгеометрия, корты, спиноры, зарядовая инверсия, уравнение Дирака.

DESCRIPTION OF FREE ELEMENTARY PARTICLES IN BINARY GEOMETROPHYSICS

Zhilkin A. G.[a,1]

[a] Institute of Astronomy RAS, 48 Pyatnitskaya Str., 119017, Moscow, Russia.

Some methodological issues related to the mathematical apparatus development for binary geometrophysics are considered. A physical interpretation of the mathematical concepts used is presented. The developed formalism is used to describe free (non-interacting) elementary particles. Discrete transformations of bispinors, properties of a particle in its own system of relations, and a prototype of the Dirac equation are discussed.

Keywords: binary pregeometry, courts, spinors, charge inversion, Dirac equation.

PACS: 03.65.Fd, 03.65.Ta
DOI: 10.17238/issn2226-8812.2024.3-4.53-66

Введение

В современной теоретической физике подавляющая часть работ опираются на две метафизические парадигмы: *квантовую* (теоретико-полевую) и *геометрическую* [1]. В квантовой парадигме используются категории пространства-времени и квантового поля [2,3]. Геометрическая парадигма основана на использовании категорий частиц и искривленного пространства-времени [4]. Третья, *реляционная* парадигма к настоящему времени еще не получила достаточного развития и является предметом дискуссий. В основном, она упоминается в связи с попытками описать взаимодействия частиц на основе принципа дальнодействия (см., например, [5–9]). Теория, описывающая физическую реальность в рамках монистической парадигмы, должна использовать единую обобщенную категорию. Такому подходу вполне соответствует *бинарная геометрофизика* [1,6], которую можно соотнести с *метареляционной* парадигмой теоретической физики.

В основе бинарной геометрофизики лежит такое понятие, как *бинарная предгеометрия* [6], которая в отличие от обычных (унарных) геометрий строится на двух множествах $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$ некоторых нечисловых элементов. Элементы первого множества $\mathcal{M}$ будем обозначать латинскими буквами i, j, ..., а элементы второго множества $\mathcal{N}$ — греческими буквами α, β, ... Каждой паре элементов из

[1]E-mail: zhilkin@inasan.ru

множеств $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$ соответствует комплексное число — *парное отношение.* Например, элементам i и α поставим в соответствие число $u_{i\alpha}$. Таким образом, множествам $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$ ставится в соответствие некоторый набор парных отношений.

Для построения *бинарной системы комплексных отношений* (БСКО) постулируется принцип *фундаментальной симметрии.* Его суть сводится к тому, что для произвольно выбранных r элементов множества $\mathcal{M}$ и s элементов множества $\mathcal{N}$ должно выполняться соотношение

$$\Phi_{(r,s)}\left(u_{i\alpha}, u_{i\beta}, \ldots, u_{k\gamma}\right) = 0. \tag{1}$$

Числа r и s определяют *ранг* БСКО. Рассматривая соотношение (1), как функциональное уравнение, удается найти все возможные его решения (см., например, [7, 8, 10]). В бинарной геометрофизике ограничиваются рассмотрением только симметричных невырожденных бинарных структур, когда используются БСКО ранга $(r,\ r)$. Им соответствует закон фундаментальной симметрии

$$\Phi_{(r,r)} = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & \ldots & u_{i\gamma} \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & \ldots & u_{j\gamma} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & \ldots & u_{k\gamma} \end{vmatrix} = 0. \tag{2}$$

С точки зрения бинарной геометрофизики отдельная БСКО определяет некий элементарный процесс, в результате которого мир переходит из начального состояния (множество $\mathcal{M}$) в конечное состояние (множество $\mathcal{N}$). В рамках такой интерпретации можно усмотреть определенную аналогию между БСКО и *монадами* Лейбница. Однако, поскольку речь идет об описании физической реальности, то БСКО представляет собой не саму монаду Лейбница, а лишь ее материальную проекцию. Каждая такая монада описывает уже начавшийся, но еще не завершившийся элементарный процесс. Образно говоря, отдельная монада соответствует Вселенной, застывшей в некотором элементарном процессе. Полная эволюция мира состоит из огромной совокупности таких элементарных процессов или монад. Поскольку в общем случае нет никакого способа упорядочения монад, то все они в каком-то смысле существуют параллельно (т.е. все сразу).

В данной работе рассматривается дальнейшее развитие математического аппарата бинарной геометрофизики, а также его применение к описанию свободных (невзаимодействующих) элементарных частиц.

1. Формализм кортов

Для симметричных бинарных структур, следуя Ю.И. Кулакову [8], элементам множеств $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$ поставим в соответствие прямые и дуальные *корты.* Термин «корт» является сокращенной формой термина «кортеж». Названия для этих математических объектов заимствованы из реляционной алгебры (см., например, [14]), которая лежит в основе математического аппарата, используемого для описания реляционной модели данных. По аналогии с квантовой теорией корты будем обозначать символами «кет» $|{>}$ и «бра» ${<}|$. Однако математическое и физическое содержание кортов и векторов состояний квантовых систем при этом существенно различаются. В множестве $\mathcal{M}$ для элементов i, j, $\ldots$ получаем прямые корты $|i{>}$, $|j{>}$, $\ldots$, а в верхнем множестве $\mathcal{N}$ элементам α, β, $\ldots$ соответствуют дуальные корты ${<}\alpha|$, ${<}\beta|$, $\ldots$ В дальнейшем такие корты будем называть одноэлементными или *одновалентными*, поскольку они относятся к одному элементу множества.

В отличие от самих элементов, корты являются элементами алгебры. Над ними можно совершать операции сложения и умножения на комплексное число. При этом для одновалентных кортов получаются другие одновалентные корты. Например, сумма двух кортов записывается обычным образом:

$$|k{>} = |i{>} + |j{>}, \quad {<}\gamma| = {<}\alpha| + {<}\beta|. \tag{3}$$

Полученный одновалентный корт $|k{>}$ относится одновременно к двум исходным элементам i и j. Поэтому он описывает некоторое смешанное состояние этих элементов. Скалярное произведение кортов определяет парное отношение

$$u_{i\alpha} = <\alpha|i>. \tag{4}$$

Рассматривая БСКО ранга $(r,\, r)$, зададим набор эталонных элементов n^s в множестве $\mathcal{M}$ и ν^σ в множестве $\mathcal{N}$, где индексы s и σ пробегают значения $1, \ldots, r-1$. Этим эталонным элементам будет соответствовать набор прямых и дуальных *базисных кортов* $|n^s>$ и $<\nu^\sigma|$. Матрица парных отношений эталонных элементов

$$<\nu^\sigma|n^s> = Q^{s\sigma} \tag{5}$$

имеет размерность $(r-1)\times(r-1)$. Чтобы базис был невырожденным, определитель этой матрицы должен быть ненулевым.

Для произвольных элементов i и α, а также набора эталонных элементов n^s и ν^σ закон фундаментальной симметрии (2) можно представить в виде

$$\left|\begin{array}{c|c} <\alpha|i> & <\nu^\sigma|i> \\ \hline & \\ <\alpha|n^s> & <\nu^\sigma|n^s> \\ & \end{array}\right| = 0. \tag{6}$$

Здесь для удобства линиями выделена первая строка и первый столбец определителя. Обозначим

$$i^\sigma = <\nu^\sigma|i>, \quad \alpha^s = <\alpha|n^s>. \tag{7}$$

Эти величины описывают *контравариантные атрибуты* одновалентных кортов $|i>$ и $<\alpha|$ по отношению к соответствующим базисным кортам из противоположных множеств. Выражая отсюда парное отношение элементов i и α, находим

$$<\alpha|i> = P_{\sigma s} i^\sigma \alpha^s. \tag{8}$$

Матрица $P_{\sigma s}$ играет роль матрицы метрических коэффициентов. Она является обратной к матрице $Q^{s\sigma}$,

$$P_{\sigma s} Q^{s\tau} = \delta^\tau_\sigma, \quad Q^{s\sigma} P_{\sigma t} = \delta^s_t, \tag{9}$$

где в правых частях этих равенств стоят символы Кронекера, описывающие единичные матрицы.

Наряду с кортами $|n^s>$ и $<\nu^\sigma|$, формирующими *прямой базис*, можно ввести корты

$$|n_\sigma> = P_{\sigma s}|n^s>, \quad <\nu_s| =<\nu^\sigma|P_{\sigma s}. \tag{10}$$

формирующие *взаимный базис*. Отсюда, в частности, следует

$$<\nu_s|n_\sigma> = P_{\sigma s}, \tag{11}$$

$$|n^s> = Q^{s\sigma}|n_\sigma>, \quad <\nu^\sigma| =<\nu_s|Q^{s\sigma}. \tag{12}$$

Нетрудно вычислить скалярные произведения разнородных базисных кортов,

$$<\nu_s|n^t> = Q^{t\sigma}P_{\sigma s} = \delta^t_s, \tag{13}$$

$$<\nu^\sigma|n_\tau> = Q_{\tau s}P^{s\sigma} = \delta^\sigma_\tau. \tag{14}$$

В терминах взаимного базиса получаются следующие разложения кортов:

$$|i> = i^\sigma|n_\sigma>, \quad <\alpha| =<\nu_s|\alpha^s. \tag{15}$$

В самом деле,

$$<\nu^\sigma|i> = i^\tau<\nu^\sigma|n_\tau> = i^\tau\delta^\sigma_\tau = i^\sigma, \tag{16}$$

$$<\alpha|n^s> = <\nu_t|n^s>\alpha^t = \delta^s_t\alpha^t = \alpha^s. \tag{17}$$

Взаимный базис позволяет задать *ковариантные атрибуты* кортов

$$i_s = <\nu_s|i>, \quad \alpha_\sigma = <\alpha|n_\sigma>. \tag{18}$$

По аналогии с (15) получаем разложения кортов:

$$|i> = i_s|n^s>, \quad <\alpha| = <\nu^\sigma|\alpha_\sigma. \tag{19}$$

В самом деле,

$$<\nu_s|i> = i_t<\nu_s|n^t> = i_t\delta_s^t = i_s, \tag{20}$$

$$<\alpha|n_\sigma> = <\nu^\tau|n_\sigma>\alpha_\tau = \delta_\sigma^\tau\alpha_\tau = \alpha_\sigma. \tag{21}$$

Нетрудно установить связь между ковариантными и контравариантными атрибутами. Из (19) получаем

$$<\nu^\sigma|i> = i_s<\nu^\sigma|n^s>, \quad <\alpha|n^s> = <\nu^\sigma|n^s>\alpha_\sigma \tag{22}$$

или

$$i^\sigma = Q^{s\sigma}i_s, \quad \alpha^s = Q^{s\sigma}\alpha_\sigma. \tag{23}$$

Обратные выражения:

$$i_s = P_{\sigma s}i^\sigma, \quad \alpha_\sigma = P_{\sigma s}\alpha^s. \tag{24}$$

В силу найденных соотношений, парные отношения $<\alpha|i>$ можно выражать как через контравариантные (7), так и через ковариантные атрибуты. Выражение через ковариантные атрибуты имеет вид

$$<\alpha|i> = Q^{s\sigma}i_s\alpha_\sigma. \tag{25}$$

Если использовать разнородные атрибуты, то получаются более простые выражения, не содержащие метрических матриц:

$$<\alpha|i> = i_s\alpha^s = i^\sigma\alpha_\sigma. \tag{26}$$

Рассмотрим преобразования базисных кортов

$$<\nu^{\sigma'}| = <\nu^\sigma|C_\sigma{}^{\sigma'}, \quad |n^{s'}> = \tilde{C}^{s'}{}_s|n^s>, \tag{27}$$

которые определяются комплексными матрицами размерности $(r-1)\times(r-1)$. Эти преобразования можно понимать в двух смыслах. 1) Простая замена одних эталонных элементов другими. В этом случае смешивать элементы нельзя, а матрицы преобразований выражают получившуюся таким способом связь между старыми и новыми эталонными элементами. Поэтому они не могут быть произвольными. 2) Смешивание старых эталонных элементов для получения новых. В этом случае возникают смешанные элементы, описывающие некоторые спутанные состояния нескольких исходных эталонных элементов. Матрицы преобразования при этом можно задавать произвольным образом. Это дает определенную свободу, поскольку всегда можно приводить базис к заранее заданному виду. Очевидно, что оба эти способа осуществления преобразований (27) можно комбинировать, одновременно выбирая другие эталонные элементы и смешивая их корты.

Нетрудно найти законы преобразования матриц парных отношений эталонных элементов. Имеем, например,

$$Q^{s'\sigma'} = <\nu^{\sigma'}|n^{s'}> = <\nu^\sigma|n^s>C_\sigma{}^{\sigma'}\tilde{C}^{s'}{}_s = Q^{s\sigma}C_\sigma{}^{\sigma'}\tilde{C}^{s'}{}_s \tag{28}$$

или в безындексной записи

$$Q' = \tilde{C}\cdot Q\cdot C. \tag{29}$$

Аналогично можно вывести закон преобразования обратной матрицы $P_{\sigma s}$. Для контравариантных атрибутов с учетом определений (7) получаем

$$i^{\sigma'} = C_\sigma{}^{\sigma'}i^\sigma, \quad \alpha^{s'} = \tilde{C}^{s'}{}_s\alpha^s. \tag{30}$$

Нетрудно убедиться, что корты взаимного базиса $|n_\sigma>$ и $<\nu_s|$ преобразуются с помощью обратных матриц преобразования. Отсюда можно легко получить законы преобразования ковариантных атрибутов. Замечательно, что при всех этих преобразованиях сами корты остаются инвариантными объектами,

$$|i> = i^\sigma |n_\sigma> = i^{\sigma'}|n_{\sigma'}> = i_s|n^s> = i_{s'}|n^{s'}>, \tag{31}$$

$$<\alpha| = <\nu_s|\alpha^s = <\nu_{s'}|\alpha^{s'} = <\nu^\sigma|\alpha_\sigma = <\nu^{\sigma'}|\alpha_{\sigma'}. \tag{32}$$

Это, в частности, означает, что парное отношение $u_{i\alpha} = <\alpha|i>$ также остается инвариантным. Впрочем, в этом нетрудно убедиться и непосредственно.

Двухэлементные или *двухвалентные* корты будем формировать как полностью антисимметричные комбинации прямых произведений одновалентных кортов. Например, для элементов i и j двухвалентный корт

$$|ij> = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{vmatrix} |i> & |j> \\ |i> & |j> \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|i>|j> - |j>|i>\right). \tag{33}$$

Коэффициент $1/\sqrt{2}$ введен здесь для удобства нормировки. Отсюда видно, что перестановка элементов в двухвалентном корте приводит к смене его знака,

$$|ij> = -|ji>. \tag{34}$$

Аналогично определяется дуальный двухвалентный корт,

$$<\beta\alpha| = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{vmatrix} <\beta| & <\alpha| \\ <\beta| & <\alpha| \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(<\beta|\,<\alpha| - <\alpha|\,<\beta|\right), \tag{35}$$

также обладающий свойством антисимметрии,

$$<\beta\alpha| = - <\alpha\beta|. \tag{36}$$

Обратим внимание, что в дуальном корте последовательность элементов удобно определить не в прямом, а в обратном порядке.

Формулы (33) и (35) позволяют легко вычислять скалярное произведение двухвалентных кортов. Имеем

$$<\beta\alpha|ij> = <\alpha|i><\beta|j> - <\alpha|j><\beta|i> = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} \end{vmatrix}. \tag{37}$$

Выражение в правой части (37) в бинарной геометрофизике носит название *фундаментального отношения* и играет важную роль. Можно рассматривать скалярные произведения кортов разной валентности. Например,

$$<\alpha|ij> = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(<\alpha|i>|j> - <\alpha|j>|i>\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(u_{i\alpha}|j> - u_{j\alpha}|i>\right). \tag{38}$$

Двухвалентные базисные корты формируются из одновалентных с помощью общих выражений (33) и (35). Например, для кортов прямого базиса получаем

$$|n^s n^t> = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{vmatrix} |n^s> & |n^t> \\ |n^s> & |n^t> \end{vmatrix}, \tag{39}$$

$$<\nu^\tau \nu^\sigma| = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{vmatrix} <\nu^\tau| & <\nu^\sigma| \\ <\nu^\tau| & <\nu^\sigma| \end{vmatrix}. \tag{40}$$

При этом скалярное произведение базисных кортов

$$<\nu^\tau\nu^\sigma|n^s n^t> = Q^{s\sigma}Q^{t\tau} - Q^{s\tau}Q^{t\sigma}. \tag{41}$$

Выражения для кортов взаимного базиса формируются аналогичным образом.

С учетом (33), (35), (39), (40) контравариантные атрибуты двухвалентных кортов определяются выражениями

$$<\nu^\tau\nu^\sigma|ij> = \begin{vmatrix} i^\sigma & j^\sigma \\ i^\tau & j^\tau \end{vmatrix} = i^\sigma j^\tau - i^\tau j^\sigma, \tag{42}$$

$$<\beta\alpha|n^s n^t> = \begin{vmatrix} \alpha^s & \beta^s \\ \alpha^t & \beta^t \end{vmatrix} = \alpha^s\beta^t - \alpha^t\beta^s. \tag{43}$$

Ковариантные атрибуты можно вычислить аналогичным образом.

Введенные понятия для одновалентных и двухвалентных кортов легко распространяются на случай кортов произвольной валентности. Они выражаются через полностью антисимметричные комбинации прямых произведений одновалентных кортов. Например,

$$|ij\dots k> = \frac{1}{\sqrt{n!}} \begin{vmatrix} |i> & |j> & \dots & |k> \\ |i> & |j> & \dots & |k> \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ |i> & |j> & \dots & |k> \end{vmatrix}, \tag{44}$$

$$<\gamma\dots\beta\alpha| = \frac{1}{\sqrt{n!}} \begin{vmatrix} <\gamma| & \dots & <\beta| & <\alpha| \\ <\gamma| & \dots & <\beta| & <\alpha| \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ <\gamma| & \dots & <\beta| & <\alpha| \end{vmatrix}. \tag{45}$$

Корты являются полностью антисимметричными объектами. Перестановка любых двух элементов приводит к смене знака. Скалярное произведение многовалентных кортов (44) и (45) дает выражение:

$$<\gamma\dots\beta\alpha|ij\dots k> = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & \dots & u_{i\gamma} \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & \dots & u_{j\gamma} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & \dots & u_{k\gamma} \end{vmatrix}. \tag{46}$$

Базисные корты и атрибуты небазисных кортов вводятся также, как и в случае двухвалентных кортов.

Следует отметить важное обстоятельство. Для БСКО ранга (r, r) корты валентности r и выше автоматически оказываются равными нулю. Возьмем, к примеру, базисный корт $|n^{s_1}n^{s_2}\dots n^{s_r}>$ валентности r. Эталонных элементов всего $r-1$. Поэтому в наборе из r эталонных элементов всегда найдутся два одинаковых. Следовательно, этот базисный корт равен нулю. Аналогично обстоит дело с дуальным базисным кортом $<\nu^{\sigma_r}\dots\nu^{\sigma_2}\nu^{\sigma_1}|$. Это означает, что атрибуты любого корта валентности r будут равны нулю. Поэтому и сами корты валентности r также будут равны нулю.

Таким образом, в случае БСКО ранга (r, r) ненулевыми кортами могут быть только корты, валентность которых меньше r. Максимальная валентность равна $r-1$. В случае такой валентности базисные корты без ограничения общности можно выбрать в виде $|n^1n^2\dots n^{r-1}>$ и $<\nu^{r-1}\dots\nu^2\nu^1|$, поскольку любые другие базисные корты, построенные на данных эталонных элементах, будут либо равны этим кортам, либо отличаться от них знаком. Скалярное произведение указанных базисных кортов равно

$$<\nu^{r-1}\dots\nu^2\nu^1|n^1n^2\dots n^{r-1}> = \det Q. \tag{47}$$

Для кортов валентности $r-1$ контравариантными атрибутами следует считать величины

$$<\nu^{r-1}\dots\nu^2\nu^1|ij\dots k> = \begin{vmatrix} i^1 & j^1 & \dots & k^1 \\ i^2 & j^2 & \dots & k^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ i^{r-1} & j^{r-1} & \dots & k^{r-1} \end{vmatrix}, \tag{48}$$

$$<\gamma\ldots\beta\alpha|n^1n^2\ldots n^{r-1}> = \begin{vmatrix} \alpha^1 & \beta^1 & \ldots & \gamma^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 & \ldots & \gamma^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha^{r-1} & \beta^{r-1} & \ldots & \gamma^{r-1} \end{vmatrix}. \tag{49}$$

Ковариантные атрибуты определяются аналогичными выражениями. Не представляет также труда записать законы преобразования базисных кортов и атрибутов кортов произвольной валентности.

2. Свободные элементарные частицы

Теория свободных элементарных частиц в бинарной геометрофизике [6] строится на основе невырожденной БСКО ранга (3, 3). Зададим эталонные элементы n^1, n^2 на множестве $\mathcal{M}$ и ν^1, ν^2 на множестве $\mathcal{N}$. Тогда без ограничения общности двухвалентные базисные корты можно выбрать в виде $|n^1n^2>$ и $<\nu^2\nu^1|$. Контравариантные атрибуты двухвалентных кортов $|ij>$ и $<\beta\alpha|$ можно записать следующим образом:

$$<\nu^2\nu^1|ij> = \begin{vmatrix} i^1 & j^1 \\ i^2 & j^2 \end{vmatrix}, \quad <\beta\alpha|n^1n^2> = \begin{vmatrix} \alpha^1 & \beta^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 \end{vmatrix}. \tag{50}$$

С помощью кортов взаимного базиса можно получить

$$|ij> = \begin{vmatrix} i^1 & j^1 \\ i^2 & j^2 \end{vmatrix} |n_1n_2>, \quad <\beta\alpha| = <\nu_2\nu_1| \begin{vmatrix} \alpha^1 & \beta^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 \end{vmatrix}. \tag{51}$$

Отсюда, в частности, следует выражение для скалярного произведения кортов

$$<\beta\alpha|ij> = \begin{vmatrix} i^1 & j^1 \\ i^2 & j^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \alpha^1 & \beta^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 \end{vmatrix} \det P. \tag{52}$$

Нетрудно проверить справедливость равенств

$$|n^{1'}n^{2'}> = \det\tilde{C}|n^1n^2>, \quad <\nu^{2'}\nu^{1'}| = <\nu^2\nu^1|\det C, \tag{53}$$

где C и $\tilde{C}$ — матрицы преобразования базисных одновалентных кортов (27). Отсюда и из (50) получаем законы преобразования контравариантных атрибутов двухвалентных кортов:

$$\begin{vmatrix} i^{1'} & j^{1'} \\ i^{2'} & j^{2'} \end{vmatrix} = \det C \begin{vmatrix} i^1 & j^1 \\ i^2 & j^2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \alpha^{1'} & \beta^{1'} \\ \alpha^{2'} & \beta^{2'} \end{vmatrix} = \det\tilde{C} \begin{vmatrix} \alpha^1 & \beta^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 \end{vmatrix}. \tag{54}$$

Кроме того, из закона преобразования матрицы парных отношений базисных кортов (29) следует

$$\det Q' = \det\tilde{C}\det Q\det C. \tag{55}$$

Поскольку речь идет о физических приложениях, то важным вопросом является выбор базиса. Физически *допустимый* базис не может быть произвольным. Его необходимо выбирать с учетом некоторого набора вещественных параметров. Поэтому будем считать, что диагональные парные отношения $<\nu^1|n^1>$ и $<\nu^2|n^2>$ являются вещественными, а недиагональные связаны комплексным сопряжением, $<\nu^1|n^2> = <\nu^2|n^1>^*$. Из этих условий следует, что матрица парных отношений эталонных элементов является эрмитовой, $Q = Q^+$. Это, в частности, означает, что обратная матрица P также является эрмитовой, $P = P^+$. С учетом этого условия из закона преобразования (29) матрицы Q находим $\tilde{C} = C^+$. Таким образом, преобразования между физически допустимыми базисами определяется не двумя произвольными матрицами, а одной матрицей C. Вторая матрица $\tilde{C}$ оказывается при этом равной эрмитово сопряженной первой матрице.

Поскольку матрица Q является эрмитовой, ее собственные значения являются вещественными. Рассмотрим базисы, для которых эта матрица имеет один и тот же набор собственных значений. В этом случае, закон ее преобразования должен совпадать с преобразованием подобия. Отсюда получаем условие $C^+ = C^{-1}$. Следовательно, матрица C является унитарной. Все такие преобразования образуют унитарную группу U(2) и описывают различные *представления* одной и той же системы (элементарной частицы). Все эти представления являются физически равноправными или эквивалентными. Базисы, дающие различные представления одной и той же элементарной частицы, будем называть *собственными* базисами. Заметим, что для собственных базисов значение определителя $\det Q$ остается постоянным.

Пару элементов i и α назовем *сопряженной*, если парное отношение $u_{i\alpha}$ является вещественным, $u_{i\alpha} = u^*_{i\alpha}$. При построении теории свободных частиц в рамках БСКО ранга (3, 3) считается, что для каждого элемента множества $\mathcal{M}$ существует сопряженный элемент из множества $\mathcal{N}$ и наоборот. Это допущение можно рассматривать в качестве постулата. Легко проверить, что в случае физически допустимых базисов атрибуты сопряженных элементов связаны между собой комплексным сопряжением,

$$\alpha^s = (i^\sigma)^*, \quad \alpha_\sigma = (i_s)^*. \tag{56}$$

Необходимо подчеркнуть, что эти свойства атрибутов для сопряженных элементов выполняются только для случая физически допустимых базисов. В случае произвольных базисов такие свойства из условия сопряжения элементов, вообще говоря, не следуют.

Если элементы i и α являются сопряженными, то при использовании *унимодулярных* преобразований атрибуты этих элементов можно рассматривать как двухкомпонентные *спиноры*. При этом спиноры, относящиеся к элементам множества $\mathcal{M}$ будем трактовать, как прямые, а спиноры, относящиеся к элементам множества $\mathcal{N}$ будем рассматривать, как пунктирные,

$$i^a = \left(i^1, i^2\right), \quad \alpha^{\dot a} = \left(\alpha^{\dot 1}, \alpha^{\dot 2}\right). \tag{57}$$

Здесь индекс a пробегает значения 1 и 2, а пунктирный индекс $\dot a$ — значения $\dot 1$ и $\dot 2$. В самом деле, из законов преобразований (54) в этом случае получаем, что значения определителей $i^1 j^2 - i^2 j^1$ и $\alpha^{\dot 1}\beta^{\dot 2} - \alpha^{\dot 2}\beta^{\dot 1}$ будут оставаться инвариантными. Отсюда видно, что по отношению к таким базисам в множествах $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$ возникают наведенные внутренние метрики, совпадающие по своему виду со спинорными метриками. В частном случае, собственных базисов приходим к группе преобразований SU(2).

В спинорной алгебре удобно ввести метрику

$$g_{ab} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad g^{ab} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{58}$$

Это позволяет ввести ковариантные компоненты спиноров,

$$i_a = g_{ab} i^a = \left(i^2, -i^1\right), \quad \alpha_{\dot a} = g_{\dot a \dot b}\alpha^{\dot b} = \left(\alpha^{\dot 2}, -\alpha^{\dot 1}\right). \tag{59}$$

Можно рассматривать спиноры второго и более высокого ранга. Между смешанными спинорами второго ранга и четырехмерными векторами устанавливается взаимно-однозначное соответствие (см., например, [3]).

Рассмотрим пару сопряженных элементов i и α. Из их контравариантных атрибутов можно сформировать смешанный спинор второго ранга

$$A^{a\dot a} = i^a \alpha^{\dot a}. \tag{60}$$

Этому спинору соответствует четырехмерный вектор k^μ:

$$A^{a\dot a} = -k^\mu \sigma_\mu^{a\dot a}, \quad k^\mu = -\frac{1}{2} A^{a\dot a}\sigma^\mu_{a\dot a}, \quad \frac{1}{2} A_{a\dot a} A^{a\dot a} = \eta_{\mu\nu} k^\mu k^\nu. \tag{61}$$

Здесь $\eta_{\mu\nu}$ — метрический тензор пространства-времени Минковского и использовано обозначение для метрического спин-тензора

$$\sigma^{\mu a\dot{a}} = (-I_2, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)\,, \tag{62}$$

где I_2 — единичная матрица размерности 2×2, σ_1, σ_2, σ_3 — матрицы Паули. Компоненты вектора k^μ выражаются через атрибуты элементов следующим образом:

$$\begin{aligned} k^0 &= \frac{1}{2}\left(i^1\alpha^{\dot{1}} + i^2\alpha^{\dot{2}}\right), \quad k^1 = \frac{1}{2}\left(i^1\alpha^{\dot{2}} + i^2\alpha^{\dot{1}}\right), \\ k^2 &= \frac{i}{2}\left(i^1\alpha^{\dot{2}} - i^2\alpha^{\dot{1}}\right), \quad k^3 = \frac{1}{2}\left(i^1\alpha^{\dot{1}} - i^2\alpha^{\dot{2}}\right). \end{aligned} \tag{63}$$

Нетрудно убедиться, что квадрат этого вектора

$$\eta_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = 0. \tag{64}$$

Таким образом, этот вектор является изотропным.

Рассмотрим теперь две пары сопряженных элементов $(i,\,\alpha)$ и $(j,\,\beta)$. В этом случае описанным выше способом можно сформировать два изотропных вектора $k^\mu(i\alpha)$ и $k^\mu(j\beta)$. Они определяются соотношениями

$$A^{a\dot{a}} = i^a\alpha^{\dot{a}} = -k^\mu(i\alpha)\sigma_\mu^{a\dot{a}}, \quad B^{a\dot{a}} = j^a\beta^{\dot{a}} = -k^\mu(j\beta)\sigma_\mu^{a\dot{a}}. \tag{65}$$

Несложные вычисления приводят к выражению

$$\frac{1}{2}A_{a\dot{a}}B^{a\dot{a}} = \eta_{\mu\nu}k^\mu(i\alpha)k^\mu(j\beta) = \frac{1}{2}\det Q{<}\beta\alpha|ij{>}. \tag{66}$$

Левая часть этого равенства является неотрицательной. Замечательно, что и правая часть также оказывается неотрицательной, что можно проверить непосредственно.

Для двух пар сопряженных элементов $(i,\,\alpha)$ и $(j,\,\beta)$ с помощью симметричной и антисимметричной комбинаций изотропных векторов $k^\mu(i\alpha)$ и $k^\mu(j\beta)$ можно сформировать два неизотропных вектора

$$p^\mu = k^\mu(i\alpha) + k^\mu(j\beta), \quad q^\mu = k^\mu(i\alpha) - k^\mu(j\beta). \tag{67}$$

Скалярное произведение этих векторов

$$\eta_{\mu\nu}p^\mu q^\mu = 0, \tag{68}$$

а их квадраты

$$\eta_{\mu\nu}p^\mu p^\nu = 2\eta_{\mu\nu}k^\mu(i\alpha)k^\nu(j\beta) = \det Q{<}\beta\alpha|ij{>} \geq 0, \tag{69}$$

$$\eta_{\mu\nu}q^\mu q^\nu = -2\eta_{\mu\nu}k^\mu(i\alpha)k^\nu(j\beta) = -\det Q{<}\beta\alpha|ij{>} \leq 0. \tag{70}$$

Причем нулевые значения достигаются только в вырожденных случаях. Поэтому можно утверждать, что p^μ является времениподобным вектором, а q^μ представляет собой пространственно-подобный вектор.

Возникает естественная мысль ассоциировать вектор p^μ со скоростью частицы u^μ. Поскольку вектор скорости должен быть единичным, то отсюда приходим к необходимому условию $|i^1j^2 - i^2j^1| = 1$. Однако дальнейший анализ показывает, что этого условия оказывается недостаточно для полного определения элементарной частицы. Поэтому введем более жесткое условие: элементарная частица формируется на двух парах сопряженных элементов, для которых спинорный инвариант $i^1j^2 - i^2j^1 = \pm 1$. Это допущение можно трактовать, как второй постулат теории. Поскольку здесь возникают два возможных варианта нормировки, то верхний знак можно соотнести с *частицей*, а нижний знак — с *античастицей*.

Элементарные частицы описываются четверкой элементов, состоящей из двух сопряженных пар $(i,\,\alpha)$ и $(j,\,\beta)$. Из атрибутов двух пар $(i,\,\alpha)$ и $(j,\,\beta)$ сопряженных элементов формируются элементарные *биспиноры*:

$$\psi = \begin{pmatrix} i^a \\ \beta_{\dot{a}} \end{pmatrix}, \quad \psi^+ = \left(\alpha^{\dot{a}}, j_a\right). \tag{71}$$

Определим матрицы Дирака

$$\gamma^0 = -\begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = -i\begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix} \tag{72}$$

и для удобства введем биспинор, сопряженный по Дираку,

$$\bar{\psi} = \psi^+\gamma^0 = -\left(j_a, \alpha^{\dot{a}}\right). \tag{73}$$

Из этих величин можно составить два инварианта, представляющих собой симметричную и антисимметричную комбинацию спинорных инвариантов,

$$\bar{\psi}\psi = -\left[\left(i^1 j^2 - i^2 j^1\right) + \left(\alpha^{\dot{1}}\beta^{\dot{2}} - \alpha^{\dot{2}}\beta^{\dot{1}}\right)\right] = \mp 2, \tag{74}$$

$$\bar{\psi}\gamma^5\psi = i\left[\left(i^1 j^2 - i^2 j^1\right) - \left(\alpha^{\dot{1}}\beta^{\dot{2}} - \alpha^{\dot{2}}\beta^{\dot{1}}\right)\right] = 0. \tag{75}$$

Связь элементарных биспиноров с вектором скорости частицы определяется выражением

$$u^\mu = \frac{1}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu\psi. \tag{76}$$

При этом матрицы Дирака удовлетворяют соотношению

$$\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2\eta^{\mu\nu} I_4. \tag{77}$$

В квантовой механике рассматриваются дискретные преобразования зарядовой C, пространственной P и временной T инверсий, а также их комбинации. На языке элементарных биспиноров они сводятся к следующему:

$$\begin{aligned} C:&\quad i^a \to -ij^a, \quad \beta_{\dot{a}} \to -i\alpha_{\dot{a}}, \quad \alpha^{\dot{a}} \to i\beta^{\dot{a}}, \quad j_a \to ii_a, \\ P:&\quad i^a \to i\beta_{\dot{a}}, \quad \beta_{\dot{a}} \to ii^a, \quad \alpha^{\dot{a}} \to -ij_a, \quad j_a \to -i\alpha^{\dot{a}}, \\ T:&\quad i^a \to -i\alpha_{\dot{a}}, \quad \beta_{\dot{a}} \to ij^a, \quad \alpha^{\dot{a}} \to ii_a, \quad j_a \to -i\beta^{\dot{a}}. \end{aligned} \tag{78}$$

В результате получаем преобразования элементарных биспиноров вида

$$\psi^C = -i\begin{pmatrix} j^a \\ \alpha_{\dot{a}} \end{pmatrix}, \quad \psi^P = i\begin{pmatrix} \beta_{\dot{a}} \\ i^a \end{pmatrix}, \quad \psi^T = i\begin{pmatrix} -\alpha_{\dot{a}} \\ j^a \end{pmatrix}, \tag{79}$$

$$\bar{\psi}^C = -i\left(i_a, \beta^{\dot{a}}\right), \quad \bar{\psi}^P = i\left(\alpha^{\dot{a}}, j_a\right), \quad \bar{\psi}^T = i\left(\beta^{\dot{a}}, -i_a\right). \tag{80}$$

Схема этих трех преобразований показана на рис. 1. С точностью до коэффициентов можно сказать, что преобразование C сводится к перестановке левой и правой компонент элементарной частицы, преобразование P сводится к перестановке перекрестных элементов элементарной частицы, а преобразование T сводится к инверсии сопряженных элементов элементарной частицы. Нетрудно также написать законы преобразования спинорных инвариантов. В частности, для зарядовой инверсии имеем

$$i^1 j^2 - i^2 j^1 \to -\left(i^1 j^2 - i^2 j^1\right). \tag{81}$$

Следовательно, в этом случае частица переходит в античастицу.

Можно рассмотреть преобразование CPT, объединяющее в себе все три инверсии C, P и T. Используя определения отдельных инверсий, приходим к следующим выражениям для элементарных биспиноров:

$$\psi^{CPT} = i\begin{pmatrix} -i^a \\ \beta_{\dot{a}} \end{pmatrix}, \quad \bar{\psi}^{CPT} = i\left(j_a, -\alpha^{\dot{a}}\right). \tag{82}$$

Выберем в качестве эталонных элементов, элементы, из которых составлена рассматриваемая частица:

$$|n^1\rangle = |i\rangle, \quad |n^2\rangle = |j\rangle, \quad \langle\nu^1| = \langle\alpha|, \quad \langle\nu^2| = \langle\beta|. \tag{83}$$

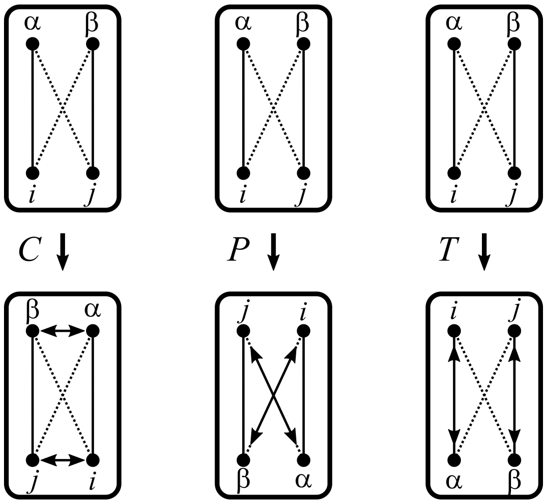

Рис. 1. Схема преобразований зарядовой C (слева), пространственной P (в центре) и временной T (справа) инверсий с точки зрения описания элементарных частиц на базе БСКО ранга (3, 3).

При этом матрица парных отношений эталонных элементов

$$Q^{s\sigma} = <\nu^\sigma|n^s> = \begin{pmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} \end{pmatrix}, \tag{84}$$

а атрибуты кортов выражаются непосредственно через парные отношения,

$$i^\sigma = <\nu^\sigma|i> = (u_{i\alpha}, u_{i\beta}), \quad j^\sigma = <\nu^\sigma|j> = (u_{j\alpha}, u_{j\beta}), \tag{85}$$

$$\alpha^s = <\alpha|n^s> = (u_{i\alpha}, u_{j\alpha}), \quad \beta^s = <\beta|n^s> = (u_{i\beta}, u_{j\beta}). \tag{86}$$

Матрица Q является эрмитовой в силу условий сопряжения элементов и значит такой базис является физически допустимым. Матрица Q имеет два вещественных собственных значения λ_i и λ_j. Для данной частицы эти значения должны быть фиксированными. Путем смешивания кортов $|i>$, $|j>$ и $<\alpha|$, $<\beta|$ всегда можно добиться того, что матрица Q примет диагональный вид

$$Q = \begin{pmatrix} \lambda_i & 0 \\ 0 & \lambda_j \end{pmatrix}. \tag{87}$$

Будем говорить, что такая ситуация соответствует описанию частицы в рамках ее *собственной системы отношений*. Она является эквивалентом понятия собственной системы отсчета в классической физике.

В собственной системе отношений атрибуты элементов (85) и (86) принимают вид:

$$i^\sigma = (\lambda_i, 0), \quad j^\sigma = (0, \lambda_j), \quad \alpha^s = (\lambda_i, 0), \quad \beta^s = (0, \lambda_j), \tag{88}$$

а спинорные инварианты при этом оказываются равными

$$i^1 j^2 - i^2 j^1 = \lambda_i \lambda_j, \quad \alpha^{\dot{1}} \beta^{\dot{2}} - \alpha^{\dot{2}} \beta^{\dot{1}} = \lambda_i \lambda_j. \tag{89}$$

Изотропные векторы имеют следующие компоненты:

$$k^\mu(i\alpha) = \left(\frac{\lambda_i^2}{2}, 0, 0, \frac{\lambda_i^2}{2}\right), \quad k^\mu(j\beta) = \left(\frac{\lambda_j^2}{2}, 0, 0, -\frac{\lambda_j^2}{2}\right), \tag{90}$$

а компонентами вектора скорости являются величины

$$u^\mu = \left(\frac{\lambda_i^2 + \lambda_j^2}{2}, 0, 0, \frac{\lambda_i^2 - \lambda_j^2}{2}\right). \tag{91}$$

В собственной системе отношений временная компонента вектора скорости $u^0 = 1$, а пространственные компоненты $u^i = 0$. Отсюда получаем возможные решения: $\lambda_i = \pm 1$, $\lambda_j = \pm 1$. При этом знаки здесь выбираются независимо. Поэтому существует всего 4 возможные комбинации собственных чисел.

Спинорные инварианты должны удовлетворять сформулированному выше условию нормировки. Для частицы должно быть $\lambda_i \lambda_j = 1$. Получаем два возможных варианта поляризации:

$$i^a = (\pm 1, 0)\,, \quad \beta_{\dot{a}} = (\pm 1, 0)\,. \tag{92}$$

Для античастицы $\lambda_i \lambda_j = -1$. Отсюда снова находим два возможных варианта поляризации:

$$j^a = (0, \mp 1)\,, \quad \alpha_{\dot{a}} = (0, \mp 1)\,. \tag{93}$$

Следовательно, такие элементарные частицы можно ассоциировать с фермионами, имеющими спин 1/2. Для определенности будем в качестве частиц рассматривать электроны, а в качестве античастиц — позитроны.

Для частицы (электрон) можно вывести соотношение, играющее роль прообраза уравнения Дирака. Оно может быть записано в виде

$$u_\mu \gamma^\mu \psi + \psi = 0, \quad u_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu + \bar{\psi} = 0. \tag{94}$$

Здесь первое уравнение записано для прямого элементарного биспинора, а второе — для сопряженного. Эти уравнения представляют собой алгебраические соотношения, справедливость которых можно проверить непосредственно. В самом деле, используя определение (76) вектора скорости u^μ и подставляя туда выражения для прямого (71) и сопряженного (73) биспиноров, находим

$$u_\mu \gamma^\mu \psi = \begin{pmatrix} -i^1(\alpha^{\dot 1}\beta^{\dot 2} - \alpha^{\dot 2}\beta^{\dot 1}) \\ -i^2(\alpha^{\dot 1}\beta^{\dot 2} - \alpha^{\dot 2}\beta^{\dot 1}) \\ -\beta^{\dot 2}(i^1 j^2 - i^2 j^1) \\ \beta^{\dot 1}(i^1 j^2 - i^2 j^1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i^1 \\ -i^2 \\ -\beta^{\dot 2} \\ \beta^{\dot 1} \end{pmatrix} = -\psi, \tag{95}$$

поскольку в рассматриваемом нами случае частиц (электронов) спинорные инварианты $i^1 j^2 - i^2 j^1 = 1$, $\alpha^{\dot 1}\beta^{\dot 2} - \alpha^{\dot 2}\beta^{\dot 1} = 1$. Аналогичным образом можно прийти и к сопряженному уравнению. Заметим, однако, что это уравнение можно вывести из прямого уравнения с помощью операции дираковского сопряжения, как это обычно делается в квантовой теории [3].

Вектор скорости u^μ не изменяется при преобразованиях инверсии C, P и T. Поэтому прообразы уравнения Дирака остаются инвариантными при этих преобразованиях, если в них производить соответствующую замену элементарных биспиноров. Например, в случае зарядовой инверсии необходимо произвести замену $\psi \to \psi^C$. В результате мы получим прообраз уравнения Дирака для античастицы, который формально будет иметь то же вид (94), но для биспиноров ψ^C и $\bar{\psi}^C$.

Заключение

В работе рассмотрен ряд вопросов методического характера, связанных с дальнейшим развитием математического аппарата бинарной геометрофизики. В основе изложенного подхода лежит понятие корта, введенное еще Ю.И. Кулаковым [8]. В случае невырожденных симметричных БСКО в формализме кортов открывается много дополнительных возможностей.

Закон фундаментальной симметрии БСКО позволяет ввести базисные корты, а с их помощью определить атрибуты (ковариантные и контравариантные) небазисных кортов, которые являются аналогами компонентов векторов. Скалярные произведения кортов также можно выразить через их атрибуты. Переход к новым базисным кортам приводит к закону преобразования атрибутов. При этом сами небазисные корты, а также их скалярные произведения при этих преобразованиях остаются инвариантными величинами. Все эти понятия можно обобщить на случай кортов произвольной валентности.

Развитый формализм применяется для случая БСКО ранга (3, 3), которая в бинарной геометрофизике используется для описания свободных (невзаимодействующих) элементарных частиц. Рассмотрены вопросы выбора базиса и соответствующие группы преобразований. Вся теория основывается на двух постулатах. 1) Для каждого элемента одного множества существует сопряженный элемент другого множества и наоборот. 2) Элементарная частица формируется на двух парах сопряженных элементов, для которых спинорный инвариант равен ± 1. Этих двух постулатов оказывается достаточно для построения полноценной модели спинорных частиц — электронов и позитронов.

Рассмотрены также дискретные преобразования зарядовой, пространственной и временной инверсий. Описаны свойства частицы в собственной системе отношений. Показано, что параметры частиц и античастиц удовлетворяют алгебраическому тождеству, играющему роль прообраза уравнения Дирака. В следующих работах предполагается использовать данный формализм и полученные на его основе результаты для перехода к квантовому уравнению Дирака.

Автор выражает благодарность Ю.С. Владимирову за полезные обсуждения и ценные замечания.

Список литературы

1. Владимиров Ю.С. *Метафизика.* М.: БИНОМ, 2009. 568 с..

2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Квантовая механика (нерелятивистская теория).* М.: Физматлит, 2004. 800 с.

3. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. *Квантовая электродинамика.* М.: Физматлит, 2002. 720 с.

4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория поля.* М.: Физматлит, 2012. 536 с.

5. Fokker A.D. Ein invarianter Variationssatz für die Bewegung mehrerer elektrischer Massenteilchen. *Zeits. f. Physik.* 1929. 58. P. 386.

6. Wheeler J.A., Feynman R.P. Interaction with the absorber as the mechanism of radiation. *Reviews of modern physics.* 1945. 17 (2–3). P. 157.

7. Жилкин А.Г. Базовые категории и принципы реляционной физики. *Вестник Челябинского государственного университета.* 2013. 25 (316). Физика. Вып. 18. С. 80–92.

8. Жилкин А.Г., Курбатов Е.П. Принцип полного поглощения в реляционной физике. *Челяб. физ.-мат. журн.* 2017. 2 (3). С. 344–357.

9. Владимиров Ю.С., Турыгин А.Ю. *Теория прямого межчастичного взаимодействия.* М.: Энергоиздат, 1986. 136 с.

10. Владимиров Ю.С. *Основания физики.* М.: БИНОМ, 2008. 455 с.

11. Кулаков Ю.И. *Теория физических структур.* Новосибирск: Альфа Виста, 2004. 851 с.

12. Владимиров Ю.С. *Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. 1 Теория систем отношений.* М : Моск гос. ун-т, 1996. 262 с.

13. Владимиров Ю.С. *Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. 2 Теория физических взаимодействий.* М : Моск гос. ун-т, 1998. 448 с.

14. Грей П. *Логика, алгебра и базы данных.* М.: Машиностроение, 1989. 368 с.

References

1. Vladimirov Yu.S. *Metaphysics.* Moscow, Binom Publ., 2009. 568 p.

2. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Quantum mechanics: non-relativistic theory.* Oxford, Pergamon Press, 1977.

3. Berestetskii V.B., Lifshitz E.M., Pitaevskii L.P. *Quantum electrodynamics.* Butterworth-Heinemann, 1982.

4. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Classical theory of field.* Oxford, Butterworth–Heinemann, 1975.

5. Fokker A.D. Ein invarianter Variationssatz für die Bewegung mehrerer elektrischer Massenteilchen. *Zeits. f. Physik*. 1929. 58. P. 386.

6. Wheeler J.A., Feynman R.P. Interaction with the absorber as the mechanism of radiation. *Reviews of modern physics*. 1945. 17 (2–3). P. 157.

7. Zhilkin A.G. Basic categories and principles of relational physics. *Bulletin of Chelyabinsk State University.* 2013. 25 (316). P. 80. (In Russ.).

8. Zhilkin A.G., Kurbatov E.P. The principle of complete absorbtion in relational physics. *Chelyabinsk Physical and Mathematical Journal*. 2017. 2 (1). P. 113.

9. Vladimirov Yu.S., Turygin A.Yu. *Theory of direct interparticle interaction.* Moscow, Energoizdat Publ., 1986. (In Russ.).

10. Vladimirov Yu.S. *Physics foundations.* Moscow, Binom Publ., 2008. 455 p.

11. Kulakov Yu.I. *Physical structures theory.* Moscow, Domenico Publ., 2004. (in Russ.)

12. Vladimirov Yu.S. *Relational theory of space-time and interactions. Part 1.* Moscow, MSU Publishing House, 1996. (in Russ.)

13. Vladimirov Yu.S. *Relational theory of space-time and interactions. Part 2.* Moscow, MSU Publishing House, 1996. (in Russ.)

14. Gray P. *Logic, algebra, and databases.* New York: Halsted Press, 1984.

Авторы

Жилкин Андрей Георгиевич, д.ф.-м.н., в.н.с. Институт астрономии РАН, ул. Пятницкая, д. 48, г. Москва, 119017, Россия.
E-mail: zhilkin@inasan.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:
Жилкин А. Г. Описание свободных элементарных частиц в бинарной геометрофизике. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия.* 2024. № 3-4. С. 53—66.

Authors

Zhilkin Andrey Georgievich, Doctor of Physics and Mathematics, Leading Researcher, Institute of Astronomy RAS, 48 Pyatnitskaya Str., 119017, Moscow, Russia.
E-mail: zhilkin@inasan.ru

Please cite this article in English as:
Zhilkin A. G. Description of free elementary particles in binary geometrophysics. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2024, no. 3-4, pp. 53–66.