

УДК 530.13 + 523.112

© Гуц А. К., 2024

ВАРП-ДВИГАТЕЛЬ И ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Гуц А. К.^{a,1}^a Сочинский государственный университет, г. Сочи, 354013, Россия.

В статье представлен обзор результатов в области теории сверхбыстрых по часам Земли межзвездных перелетов, которые воспринимаются как сверхсветовые перемещения. Корабли для таких полетов оснащаются варп-двигателями. Обсуждаются перемещения с изменением топологии пространства и без такового. Математическим аппаратом для описания таких перемещений стала общая теория относительности, поскольку варп-двигателю соответствует выбор метрики пространства-времени. Представлен варп-двигатель Алькубьерре и другие подобные решения, в которых, однако, имеет место нарушение энергетических условий, т.е. соответствующие корабли нуждаются в экзотической материи в качестве топлива. Описан варп-двигатель Ленца, который, кажется, не нарушает энергетические условия. Рассматриваются перемещения за счет изменения топологии посредством порождения 4-мерных и 3-мерных кротовых нор; первый способ не требует экзотической материи. При переходе варп-двигателя Алькубьерре к сверхсветовому режиму происходит изменение топологии – варп-корабль уходит в кротовую нору.

Ключевые слова: Варп-корабли, сверхбыстрый межзвездный полет, сверхсветовая скорость, 3- и 4-мерные кротовые норы как способ сверхбыстрого перемещения.

WARP DRIVE AND GENERAL RELATIVITY

Guts A. K.^{a,1}^a Sochi State University, Sochi, 354013, Russia.

The article presents an overview of the results in the field of the theory of superfast interstellar flights by the Earth clock, which are perceived as superluminal movements. Ships for such flights are equipped with warp engines. Movements with and without changing the topology of space are discussed. The mathematical apparatus for describing such movements is the general theory of relativity, since the warp engine corresponds to the choice of the space-time metric. The Alcubierre warp engine and other similar solutions are presented, in which, however, there is a violation of energy conditions, i.e. the corresponding ships need exotic matter as fuel. The Lenz warp engine is described, which, apparently, does not violate energy conditions. Movements due to a change in topology by generating 4-dimensional and 3-dimensional wormholes are considered; the first method does not require exotic matter. During the transition of the Alcubierre warp engine to superluminal mode, the topology changes – the warp ship goes into a wormhole.

Keywords: Warp drive, superfast interstellar flight, superluminal velocity, 3- and 4-dimensional wormholes as a method of superfast travel.

PACS: 04.20.Gz

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2024.3-4.20-52

¹E-mail: aguts@mail.ru

Введение

В 1994 году мексиканский физик Мигель Алькубьерре [1] предложил конструкцию двигателя космического аппарата, который согласно расчетам Алькубьерре способен лететь к звездам быстрее скорости света, как это воспринималось бы теми, кто остался на Земле.

Космический аппарат, снабженный таким *варп-двигателем*¹, как назвал его Алькубьерре, находится внутри сферы радиуса R и искривляет пространство таким образом, что позади сферы пространство «раздуто» и перед сферой «сжато». При этом корабль оказывается внутри *варп-пузыря* — сферической области радиуса R определенной толщины Δ искривленного пространства — как в контейнере. При движении в пространстве корабль относительно варп-пузыря неподвижен, а его перемещение происходит вместе с варп-пузырем (рис. 1).

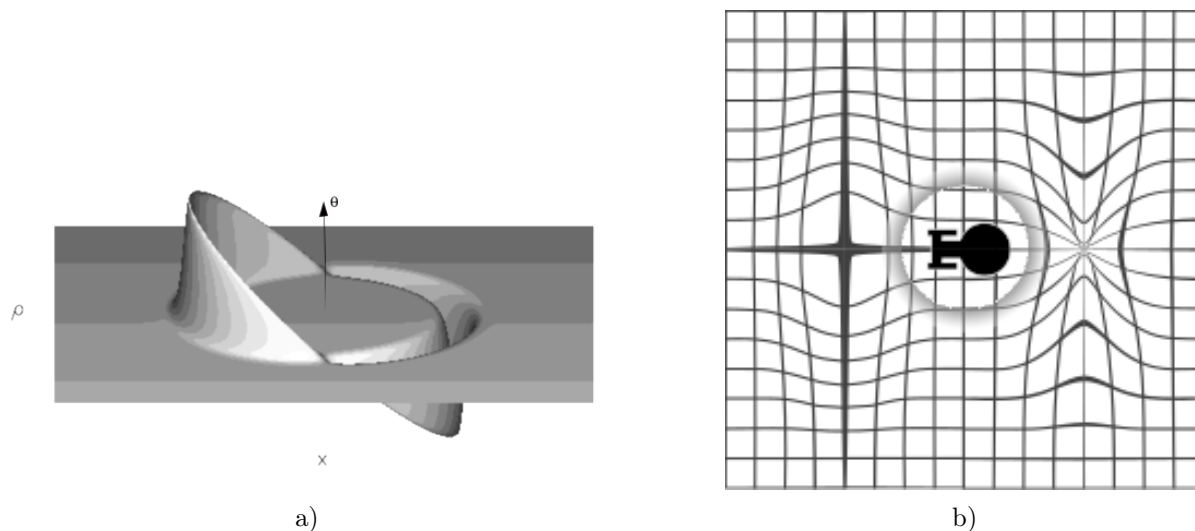


Рис. 1. а) график θ [1], б) геометрия пространства вне варп-двигателя [9].

Будем называть *варп-кораблем* космический корабль, который оснащен варп-двигателем, способным менять геометрию и, возможно, топологию пространства. Заметим, что в научных публикациях помимо макрокосмического варп-корабля изучаются и микроскопические варп-двигатели, перемещающиеся в космосе со сверхсветовыми скоростями и имеющие микроразмеры.

Как известно, специальная теория относительности (СТО) не допускает движение больше скорости света. Такое движение разрушает вещественность преобразований Лоренца. Однако проект сверхбыстрого корабля Алькубьерре интересен тем, что хотя и предсказывалось, что общая теория относительности (ОТО) дает возможность для создания таких космических кораблей [2], но речь шла об изменении топологии пространства-времени (создание кротовых нор с выходом в 5-е измерение), а Алькубьерре предложил делать это в евклидовой топологии пространства-времени. Вопрос, насколько это возможно в действительности? Ведь все известные проекты варп-кораблей по типу Алькубьерре используют гигантские плотности энергии, а это влечет изменение топологии пространства [4,5]. Скорее всего, условие сохранения топологии и стремление всех исследователей понизить величину используемой плотности энергии наложит ограничение на скорость движения варп-корабля, ограничивая ее субсветовыми скоростями.

В 1990-е годы работа Алькубьерре хотя и вызвала определенный интерес, но вплоть до 2020-х предложенная им идея и конструкция варп-путешествия особо не обсуждалась². В большой мере это связано с тем, что топливом для варп-корабля должна была служить *экзотическая материя*, т.е. имеющая отрицательную плотность энергии.

¹Warp (англ.) – деформация.

²В arXiv из 61 статьи со словами «warp drive» 7 статей написаны до 2000 года, 17 – с 2001 по 2010, 19 – с 2010 по 2019. А вот с 2020 по 2024 год выложено 30 статей, т.е. половина из всех статей с 1995 года.

Очевидно, нам интересны только такие проекты, когда корабль, включив двигатель, **сразу** летит к цели быстрее скорости света, рассчитываемой оставшимися на Земле по формуле r/T , где r – расстояние до цели, как это оценено астрономами, T – время потраченное кораблем на достижение цели по часам Земли. Такие полеты правильнее называть *сверхбыстрыми*.

Проекты, в которых требуется проведение работ по предварительному переустройству геометрии пространства для осуществления будущих сверхбыстрых перемещений в духе «звездных ворот», мы, в данном обзоре, не рассматриваем.

На сегодня мы имеем три проекта по реализации интересующих нас сверхбыстрых полетов к звездам:

– 1981, 1982 года. Отрыв корабля вместе с окружающим его пространством в радиусе R от всего пространства; создание 4-мерной кротовой норы; выход в 5-мерное гиперпространство, перемещение в нем к нужному событию в пространстве-времени и выход в оставленное пространство рядом со звездой-целью [4, 7]. Время пребывания в 4-мерной кротовой норе может сокращаться за счет свёртывания пространства-времени в пружину [3, 6]. Отрыв и дальнейшие действия идут благодаря работе двигателя корабля. Корабль меняет геометрию и топологию 3-пространства, делая ее *несвязной*. Была сделана оценка необходимой энергии (по модулю) для образования норы [4]. *Используемая энергия положительна*. Проект предполагает решение проблемы создания сверхвысоких плотностей энергии;

– 1982, 1987 года. Создание 3-мерной кротовой норы с короткой ручкой (т.е. с малой длиной). «Прогрызание» норы, продвижение (удлинение) норы и акт выхода обратно во внешнее пространство идут благодаря работе двигателя корабля [2, 4]. Корабль меняет геометрию и топологию 3-пространства, делая ее *неодносвязной*. Была сделана оценка необходимой энергии (по модулю) для образования норы ([4], замечание). *Заявлено, что эта энергия отрицательна* [8]. Проект предполагает решение проблемы создания экзотической материи, как горючего;

– 1994 год. Варп-двигатель Алькубьерре [1]. Все действия идут благодаря работе варп-двигателя. Корабль меняет, как заявлялось, только геометрию 3-пространства. *Проект предполагает решение проблемы создания экзотической материи*, как горючего, уточнения максимальной скорости корабля, а также решение проблемы управляемости варп-пузырем в связи с появлением горизонта событий.

В статье используется планковская система единиц, в которой $G = c = \hbar = 1$, за исключением случаев, когда указано иное.

1. Варп-двигатель Алькубьерре с сжатием/расширением. 1994 год

Расширение пространства позади корабля способствует его удалению от некоторого объекта. Точно так же можно использовать сжатие пространства перед кораблем для сближения. Хотелось бы, чтобы при этом скорость корабля v_s могла быть сколь угодно большой. В таком случае для завершения полета туда и обратно потребуется сколь угодно малое время.

В СТО мы не имеем инструмента для управления свойствами пространства, такими как расширение и сжатия. Кроме того, в СТО нельзя превысить скорость света.

Естественно поэтому обратиться к общей теории относительности (ОТО), в которой многие свойства пространства динамически изменяются со временем. Поэтому в ОТО следует поискать решение уравнений Эйнштейна, в котором космический корабль будет оттолкнут от Земли и притянут к удаленной звезде, за счет динамики самого пространством-времени.

Пространство-время описывается метрикой

$$ds^2 = -d\tau^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = -(\alpha^2 - \beta_i \beta^i) dt^2 + 2\beta_i dx^i dt + \gamma_{ij} dx^i dx^j.$$

Реализуя изложенную идею, Алькубьерре предложил простую метрику, которая в точности

соответствует указанным выше характеристикам:

$$ds^2 = -\alpha^2 dt^2 + (dx - v_s f(r_s) dt)^2 + dy^2 + dz^2, \quad (1)$$

где t – координатное внешнее время, x, y, z – декартовы координаты в пространстве, корабль движется вдоль оси x со скоростью $v_s(t)$, находясь в точке $(x_s(t), 0, 0)$,

$$f(r_s) = \frac{\text{th}(\sigma(r_s + R)) - \text{th}(\sigma(r_s - R))}{2 \text{th}(\sigma R)}, \quad (2)$$

$$v_s(t) = \frac{dx_s(t)}{dt}, \quad r_s(t) = [(x - x_s(t))^2 + y^2 + z^2]^{1/2}, \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2},$$

с произвольными параметрами $R > 0$ (радиус сферы) и $\sigma > 0$. Обратим внимание, что для больших σ функция $f(r_s)$ очень быстро приближается к функции

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} f(r_s) = \begin{cases} 1, & \text{для } r_s \in [-R, R], \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (3)$$

Переменная R – это радиус варп-пузыря, а σ – свободный параметр, который можно использовать для описания толщины стенок варп-пузыря. Точнее, толщина стенки равна

$$\Delta = \frac{[1 + \text{th}^2(\sigma R)]^2}{2\sigma \text{th}(\sigma R)},$$

и в пределе большой величины σR имеем $\Delta \simeq 2/\sigma$.

Структура пространства-времени описывается слоением пространственно-подобных гиперповерхностей, задаваемых уравнением $t = \text{const}$. Геометрия пространства-времени тогда задается в терминах следующих величин: 3-метрики пространства (гиперповерхностей) γ_{ij} , lapse-функции α (мы принимаем $\alpha = 1$), которая определяет интервал времени между близлежащие гиперповерхности, измеряемые «эйлеровскими» наблюдателями (т.е. теми, чья 4-скорость нормальна к гиперповерхностям), вектор сдвига (shift) $\beta^i = (-v_s(t)f(r_s(t)), 0, 0)$, который связывает системы пространственных координат на разных гиперповерхностях.

Метрика γ_{ij} является положительно определенной для всех значений t , а пространство-время гарантированно будет глобально-гиперболическим, т.е. время t является мировым временем.

В пространстве-времени отсутствуют замкнутые причинные кривые.

Топология пространства-времени гомеоморфна \mathbb{R}^4 , топология пространства – \mathbb{R}^3 .

Геометрию нашего пространства-времени легко понять из предыдущих выражений. Во-первых, из уравнения (1) мы видим, что трехмерная геометрия гиперповерхностей всегда плоская. Более того, поскольку $\alpha = 1$, то это говорит о том, что времениподобные кривые нормальные к этим гиперплоскостям являются геодезическими, т.е. эйлеровы наблюдатели находятся в свободном падении.

Пространство-время, однако, не является плоским из-за наличия неравномерного сдвига β_i .

Поскольку вектор сдвига β_i обращается в нуль для $r_s \gg R$, мы видим, что в любой момент времени t пространство-время будет практически плоским везде, за исключением области (сферы) с радиусом порядка R , центрированной в точке $(x_s(t), 0, 0)$.

В области пространства-времени, где действует варп-двигатель, метрика пространства-времени увеличивает раствор световых конусов и позволяет оставаться времениподобными кривым с меньшим углом касательный к оси x (см. рис. 2, а)). Но тогда и отрезок времени Δt полета корабля на этом участке сокращается, что и дает возможность говорить о сверхбыстром полете. Это достигается подбором функции $f_s(r_s)$. Вполне вероятно, что для этого совсем необязательно сжимать и расширять пространство перед и за кораблем, как это делал Альбукьерре³. И это было показано Натарио (см. § 5).

³Сжатие/расширение несет некую, пока не совсем ясную функцию. Кое-что об этом писал Сегман. Не привлекая метрики пространства, идею Альбукьерре можно реализовать на топологическом уровне, используя более слабую топологию пространства перед кораблем, и более сильную – за кораблем.

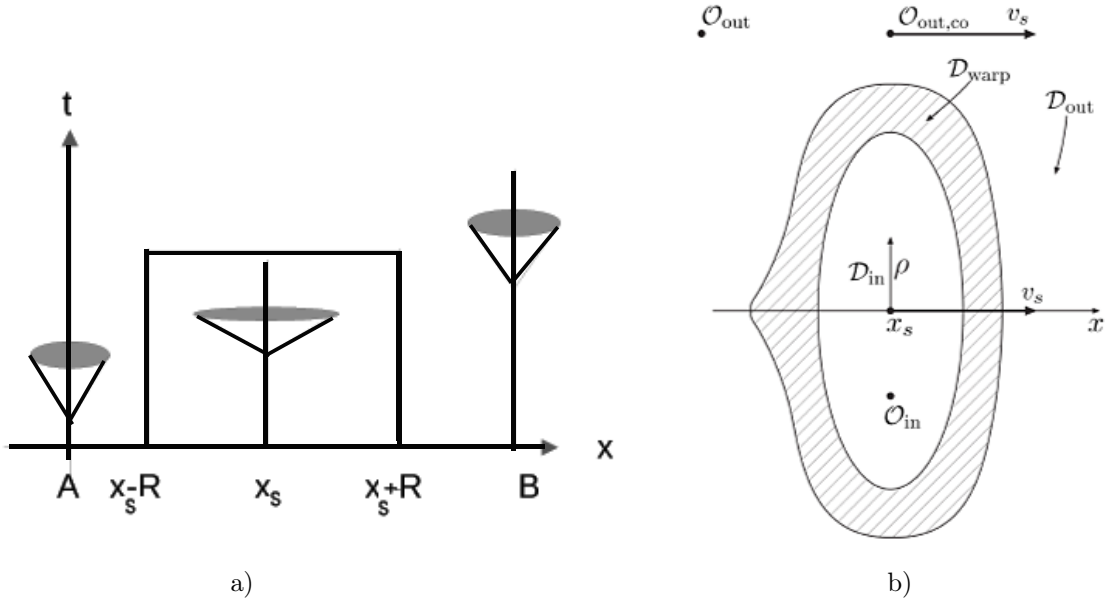


Рис. 2. а) В точках A и B (звёзды) световой конус имеет одинаковый наклон (пространство-время плоское), а в области корабля $[x_s - R, x_s + R]$ при включенном двигателе световые конусы более расширены. Это видно, если учесть (3), взять $v \approx 0$ и тогда наклон световых конусов задается уравнением $\frac{dt}{dx} \approx 1 - 2v < 1$; б) Схематическая иллюстрация пространства с варп-двигателем [10]. Пространство состоит из трех областей: асимптотическая на вакуумном фоне D_{out} с удаленным наблюдателем O_{out} (на заднем плане), общая стационарная искривленная область D_{warp} со сферической топологией (область деформации пространства, при включении варп-двигателя) и внутренней областью D_{in} с наблюдателем O_{in} («пассажирское» пространство, где находится варп-корабль). В области D_{warp} проявляется эффект действия варп-двигателя, она заполняется обычным или экзотическим материалом с отрицательной плотностью энергии, производя в ней деформации типа сжатие/расширение. При этом пространство-время описывается метрикой Алькубьерре. Ось x показывает направление движения, ρ – 2-мерную плоскость (y, z) [10].

Поскольку трехмерная геометрия гиперповерхностей плоская, информация о кривизне пространства-времени будет содержаться во внешнем тензоре кривизны K_{ij} . Этот тензор описывает, как трехмерные гиперповерхности встраиваются в четырехмерное пространство-время, и определяется как:

$$K_{ij} = \frac{1}{2\alpha} \left(D_i \beta_j + D_j \beta_i - \frac{\partial g_{ij}}{\partial t} \right)$$

где D_i обозначает ковариантное дифференцирование относительно 3-метрики γ_{ij} . Из выражений для α и γ_{ij} нетрудно увидеть, что

$$K_{ij} = \frac{1}{2} (\partial_i \beta_j + \partial_j \beta_i),$$

Расширение θ элементов объема, связанных с эйлеровскими наблюдателями, задается в терминах K_{ij} как:

$$\theta = -\alpha \text{Tr} K. \quad (4)$$

Следовательно, для метрики Алькубьерре

$$\theta = v_s \frac{x_s}{r_s} \frac{df}{dr_s}. \quad (5)$$

График θ как функции x и $\rho = (y^2 + z^2)^{1/2}$, в конкретном случае случай, когда $\sigma = 8$ и $R = v_s = 1$ дан на рис. 1, а).

Центр фигуры на рис. 1 а), б), соответствует положению космического корабля $x_s(t)$. Мы ясно видим, как объем расширяется позади космического корабля и сжимается перед ним. **Такая**

динамика геометрии в пространстве порождается при включении варп-двигателя на корабле.

Чтобы убедиться, что траектория $(t, x_s(t), 0, 0)$ космического корабля действительно представляет собой времениподобную кривую, независимо от значения скорости $v_s(t)$, мы подставляем $x = x_s(t)$ в метрику (1). Получим $ds^2 = -dt^2 < 0$ внутри варп-пузыря, т.е. времениподобность установлена. *Одновременно это означает, что собственное время, текущее на корабле совпадает с координатным временем t , которое есть время удаленных внешних наблюдателей в удаленной плоской области, т.е. на Земле.*

Более того, поскольку координатное время равно собственному времени корабля, то, наблюдая за временем удаленных наблюдателей в плоской области, мы приходим к выводу, что время на космическом корабле не подвергается изменению от сжатий и расширений по мере его движения.

Далее, космический корабль движется по геодезической. Это означает, что даже при том, что координатное ускорение корабля, измеренное удаленными наблюдателями, может быть произвольным большим в зависимости от времени путешествия корабля, **собственное ускорение на пути космического корабля всегда будет равно нулю.** Иначе говоря, корабль находится в свободном падении. Это важное обстоятельство, говорящее о комфортном путешествии на таком корабле при включенном варп-двигателе.

Когда параметр σ велик, приливные силы в непосредственной близости от космического корабля очень малы (при условии, что R больше, чем размер космического корабля). Конечно, в области, где $r_s \approx R$ приливные силы могут быть действительно очень велики.

Чтобы увидеть, как можно использовать метрику (1) для путешествия туда и обратно к далекой звезде за произвольно малое время, рассмотрим следующую ситуацию: две звезды A и B разделены расстоянием D в плоском пространстве-времени. В момент времени t_0 космический корабль начинает удаляться от A со скоростью $v_s < c$, используя свои обычные ракетные двигатели. Корабль летит какое-то время, а затем останавливается на расстоянии d от A . Будем считать, что d удовлетворяет неравенствам

$$R \ll d \ll D. \quad (6)$$

Затем включается варп-двигатель и происходит возмущение (искривление) пространства-времени, сосредоточенное вокруг корабля в области \mathcal{D}_{warp} (рис. 2, b)). Это возмущение таково, что космический корабль отталкивается от A с координатным ускорением, которое быстро изменяется от 0 до постоянного значения a . Пространство-время начнет искривляться и будет уже описываться метрикой Альбукьерре (1). Поскольку в точке остановки космический корабль изначально находится в состоянии покоя ($v_s = 0$), то возмущение (искривление) будет плавно порождаться из плоского пространства-времени,

Когда космический корабль находится на полпути между A и B , возмущение начнет изменяться таким образом, что координатное ускорение быстро изменяется от a до $-a$. Если координатное ускорение во второй части поездки распределено таким образом, чтобы оно было противоположным по сравнению с тем, что мы имели в первой части, космический корабль в конечном итоге окажется в состоянии покоя на расстоянии d от B , и в это время искривление пространства-времени исчезнет (поскольку снова $v_s = 0$ и варп-двигатель выключен). Теперь путешествие завершается повторным перемещением с помощью обычных ракетных двигателей в плоском пространстве-времени со скоростью⁴ $v_s < c$.

Если каждое из изменений ускорения происходит очень быстро, общее координатное время T ,

⁴ Два этапа с постоянной скоростью в начале и в конце пути не имеют решающего значения для излагаемых. Они приводятся только для того, чтобы гарантировать, что две звезды останутся незатронутыми возмущением пространства-времени ($R \ll d$) и, следовательно, могут использоваться как невозмущенные «часы», с которыми можно сравнивать правильное время на борту космического корабля (*примечание Альбукьерре*).

затраченное на поездку в один конец, будет по существу задано как:

$$T = 2 \left[\frac{d}{v_s} + \sqrt{\frac{D-2d}{a}} \right]. \quad (7)$$

Поскольку обе звезды остаются в плоском пространстве, их собственное время равно координатному времени. Собственное время, измеренное на космическом корабле, будет равно:

$$\tau = 2 \left[\frac{d}{v_s} \sqrt{1-v_s^2} + \sqrt{\frac{D-2d}{a}} \right].$$

Таким образом, мы видим, что замедление времени происходит только на начальном и конечном этапах путешествия, когда космический корабль движется в плоском пространстве-времени на ракетных двигателях при выключенном варп-двигателе.

При выполнении условий (6) имеем

$$\tau \simeq T \simeq 2\sqrt{\frac{D}{a}}.$$

Теперь ясно, что T можно уменьшить настолько, насколько мы хотим, увеличив значение a .

Поездка туда и обратно займет всего в два раза больше времени, и мы обнаружим, что можем вернуться к звезде A через сколь угодно малое собственное время, как с точки зрения космического корабля, так и с точки зрения точки зрения звезды. Тогда космический корабль сможет путешествовать сверхбыстро – намного быстрее, чем скорость света. При этом, корабль всегда будет оставаться на времениподобной траектории, то есть внутри его локального светового конуса.

1.1. Варп-двигатель нуждается в экзотической материи

Какое горючее требуется для сверхбыстрого варп-двигателя? Для выяснения этого достаточно подсчитать тензор энергии-импульса для метрики (1).

Рассматривая 4-скорость эйлеровых наблюдателей

$$n^\alpha = \frac{1}{\alpha}(1, -\beta^i), \quad n_\alpha = -(\alpha, 0),$$

и тензор энергии-импульса, вычисляемый по формуле

$$T^{\alpha\beta} = \frac{1}{\varkappa} \left(R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} R \right), \quad (8)$$

находим плотность энергии, фиксируемую ими:

$$\varepsilon = T^{\alpha\beta} n_\alpha n_\beta = \alpha^2 T^{00} = \frac{1}{8\pi} G^{00} = -\frac{1}{8\pi} \frac{v_s^2 \rho^2}{4r_s^2} \left(\frac{df}{dr_s} \right)^2 < 0. \quad (9)$$

Таким образом, имеет место нарушение *слабого энергетического условия* (WEC), согласно которому для любого времениподобного вектора U^μ должно выполняться неравенство:

$$T_{\mu\nu} U^\mu U^\nu \geq 0.$$

Аналогично, уставнавливается нарушение и *сильного энергетического условия*. Следовательно, горючее для нашего варп-корабля представляет собой *экзотическую материю*.

1.2. Оценка необходимой отрицательной энергии

Классическая оценка. Можно количественно оценить «общее количество» энергии, нарушающей состояние материи в варп-пузыре, следующим образом [11]:

$$E_{\text{warп}} = \iiint \varepsilon_{\text{warп}} dx dy dz = \iiint T_{\mu\nu} U^\mu U^\nu dx dy dz = -\frac{v_s^2}{12} \int_0^{+\infty} \left(\frac{df}{dr} \right)^2 r^2 dr,$$

где $U^\mu = (1, v_s f, 0, 0)$ – эйлеров наблюдатель.

Это не общая энергия пространства-времени, но она характеризует, сколько (отрицательной) энергии необходимо локализовать в стенках варп-пузыря. Для конкретной функции $f(r_s)$ (см. (2)) мы можем оценить

$$E_{\text{warп}} = -v_s^2 R^2 \sigma. \quad (10)$$

Таким образом, убеждаемся, что энергетические потребности в варп-пузыре квадратично зависят от скорости и размера пузырька и обратно пропорциональны толщине стенки пузыря [11].

Полученная оценка говорит, что **общая энергия, требуемая при величине радиуса варп-пузыря $R = 100$ м и при толщине его стенки $\Delta = 1$ м, была бы порядка $M_\odot/4$** , что было бы обнадеживающей величиной, но пока для нас очень недостижимой [14, р. 73].

Затраты экзотической энергии можно было бы снизить за счет иного выбора функции $f(r_s)$, как показано в [10], в 3 раза. Но и это нам пока неподвластно.

Однако, прежде, чем пытаться понять, как достичь таких величин энергии, да еще экзотической, естественно обратиться к квантовой механике и посмотреть какую оценку величины необходимой энергии выдаст эта теория.

Учет квантовых неравенств QI. Насколько изменится оценка (10), если учесть квантовые эффекты?

В 1970-х и 1980-х годах было предложено несколько подходов для изучения того, в какой степени квантовые поля могут нарушать условие слабой энергии. В 1978 году Типлер предложил усреднить точечные условия по геодезической наблюдателя. В настоящее время для этого используется усредненное состояние слабой энергии (WEC):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \langle T_{\mu\nu} k^\mu k^\nu \rangle dt \geq 0,$$

где k^μ – касательный вектор к времениподобной геодезической с наблюдателем, t – его собственное время.

В 1991 году Форд [12] вывел непосредственно из квантовой теории поля *квантовые неравенства* (QI) – строгое ограничение на величину отрицательного потока энергии, которые наблюдатель мог бы измерить. Форд предположил, что плотность энергии измеряется только вдоль некоторого конечного интервала геодезической. Это достигается с помощью введения некоторой весовой функции, которая имеет характерное время t_0 , и тогда наблюдатель может, самое большее, видеть поток отрицательной энергии, F_x , в четырехмерном пространстве Минковского, ограниченный снизу как

$$F_x \equiv \frac{t_0}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\langle T_{\mu\nu} k^\mu k^\nu \rangle}{t^2 + t_0^2} dt \geq -\frac{3}{32\pi^2 t_0^4}. \quad (11)$$

Грубо говоря, если отрицательный поток энергии существует в течение интервала времени t_0 , то его величина должна быть меньше, чем примерно t_0^{-4} . Мы видим, что конкретная весовая функция, выбранная в данном случае, равна $t_0/\pi(t^2 + t_0^2)$.

Неравенство ограничивает масштаб отрицательных энергетических воздействий и время, в течение которого они могут существовать. Оно говорит, что чем больше отрицательная плотность энергии в интервале времени, тем короче должна быть продолжительность интервала.

Подставляя (9) в (11), получим

$$t_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v^2(t)}{r^2} \left(\frac{df}{dr} \right)^2 \frac{dt}{t^2 + t_0^2} \leq \frac{3}{\rho^2 t_0^4}. \quad (12)$$

Можно считать, что скорость варп-пузыря примерно постоянна, т.е. $v_s(t) \approx v_b$, предполагая, что временной интервал наблюдения потока t_0 достаточно мал по сравнению с временем, в течение

которого изменяется скорость пузыря. Теперь, принимая во внимание малое значение t_0 , член $(t^2 + t_0^2)^{-1}$ становится сильно увеличенным, так что основная величина интеграла (12) приходится только на небольшую часть геодезической.

Полагаем также, что наблюдатель находится на экваторе варп-пузыря в момент $t = 0$. Поэтому геодезическая аппроксимируется уравнением $x(t) \approx f(\rho)v_b t$, и, следовательно, $r(t) = [(v_b t)^2 (f(\rho) - 1)^2 + \rho^2]^{1/2}$.

Для упрощения вычислений, без существенной потери общности, вместо функции Алькубьерре (2), можно рассмотреть кусочно-непрерывную функцию, заданную формулой

$$f_{p.c}(r) = \begin{cases} 1 & r < R - \frac{\Delta}{2} \\ -\frac{1}{\Delta}(r - R - \frac{\Delta}{2}) & R - \frac{\Delta}{2} < r < R + \frac{\Delta}{2} \\ 0 & r > R + \frac{\Delta}{2} \end{cases}, \quad (13)$$

При большом значении σR справедливо соотношение $\Delta \simeq 2/\sigma$. И тогда квантовое неравенство примет вид

$$t_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{(t^2 + \bar{\beta}^2)(t^2 + t_0^2)} \leq \frac{3\Delta^2}{v_b^2 t_0^4 \bar{\beta}^2}, \quad (14)$$

где $\bar{\beta} = \rho/[v_b(1 - f(\rho))]$.

Предполагая, что $\Delta/\rho \sim v_b t_0/\rho \ll 1$, можно неравенство (14), вспоминая об используемой планковской системе единиц, привести к виду (подробности в [11]):

$$\Delta \leq 10^2 v_b \ell_P. \quad (15)$$

Таким образом, если только v_b не является чрезвычайно большой, **толщина стенки Δ не может быть намного больше планковской длины**. Как видим, QI существенно ограничивает толщину стенки варп-пузыря. Напомним, что толщина варп-пузыря – это просто та часть пространства, в которой при включении варп-двигателя происходит искривление пространства-времени, обеспечивающее сверхбыстрое перемещение корабля. Поэтому совсем не следует думать, что эта толщина должна иметь макроскопические размеры.

Также интересно найти оценку общего количества отрицательной энергии, необходимого для поддержания работы варп-двигателя.

Используя функцию f из (13) получаем

$$\begin{aligned} E &= \int \sqrt{\hbar} \langle T^{00} \rangle d^3x = -\frac{v_b^2}{32\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\rho^2}{r^2} \left(\frac{df}{dr} \right)^2 d^3x = -\frac{v_b^2}{12} \int_{R-\frac{\Delta}{2}}^{R+\frac{\Delta}{2}} r^2 \left(\frac{-1}{\Delta} \right)^2 dr = \\ &= -\frac{v_b^2}{12} \left(\frac{R^2}{\Delta} + \frac{\Delta}{12} \right) \approx -\frac{v_b^2}{12} \left(\frac{R^2}{\Delta} \right), \end{aligned}$$

где мы пренебрегли вторым слагаемым на основании ограничения на толщину варп-пузыря (15).

Рассматривая макроскопически полезный варп-двигатель, мы хотим, чтобы радиус варп-пузыря был по крайней мере в диапазоне $R = 100$ метров, чтобы мы могли поместить внутрь корабль.

Тогда, учитывая толщину стенки (15) и $\ell_P = 1,616255 \cdot 10^{-35}$ м, получаем

$$E \leq -5,2 \times 10^{70} v_b \sim 10^{40} M_{\odot} v_b.$$

Как видим, **сверхсветовые путешествия на варп-корабле по проекту Алькубьерре при учете квантовых неравенств QI, т.е. при предписанных ими столь тонких стенках, требуют немислимо огромного количества материи с отрицательной плотностью энергии**. Это ставит под сомнение сам проект Алькубьерре.

Поэтому ряд исследователей занимаются поиском способов уменьшить по абсолютной величине требуемую экзотическую материю. Это было целью Ван ден Брука (см. § 7), а в статье [15] авторы сумели добиться очень незначительной потребности в отрицательной энергии.

1.3. Варп-двигатель Альбукьерре как машина времени

Почти сразу после появления статьи Альбукьерре Эверетт [17] продемонстрировал, что варп-корабль может использоваться как машина времени. Подробное описание соответствующей процедуры полета туда и обратно в прошлое дано в 2024 году в статье [18].

Впрочем, сам Альбукьерре в заключении своей статьи писал, что хотя его метрика описывает глобально гиперболическое пространство-время, и значит не содержит временных петель, вероятно, не очень сложно, используя его идеи, построить пространство-время, которое уже содержит такие временные петли.

2. Неустранимость экзотической энергии

Сегодня мнение, что варп-двигатель при сверхсветовых скоростях нуждается в экзотическом топливе является достаточно распространенным. В большой степени это связано с варп-двигателем Альбукьерре. Другие решения (см. ниже) также сталкиваются с необходимостью обращаться к экзотической материи. Хотя в случае варп-двигателя Ленца (2021), как сам автор, так и позже Сегман (2021, [19]), утверждают, что энергетические условия не нарушаются.

Обратим внимание еще на две более ранние работы.

2.1. Теорема Олума

В 1998 году Олум [21, 22], анализируя ситуации, которые воспринимаются как сверхсветовые, предложил понимать под сверхсветовым перемещением такое движение в пространстве, которое требует, чтобы пройденный путь достигал поверхности назначения раньше, чем любой соседний путь.

Опираясь на предложение понимания сверхсветового движения (и предполагая некоторое общее условие), Олум показал, что для осуществления сверхсветового путешествия требуется нарушение слабых условий энергетических условий.

Олум заметил, что сверхсветовое движение может быть достигнуто за счет модификации метрики Минковского в области варп-пузыря. Помещенный в его статье рисунок (см. рис. 5, а) говорит о более широком растворе световых конусов в указанной области. Иными словами, сжатия/расширения Альбукьерре не играют особой роли, что и было продемонстрировано Натарио в 2002 году (см. § 5).

2.2. Нарушение энергетических условий не следствие «сверхсветовых» свойств

В статье [23] (2004) линеаризованная теория гравитация была применена к описанию варп-двигателя со слабым полем, т.е. для нерелятивистских скоростей варп-пузырей. Авторы обнаружили, что возникновение нарушений энергетического состояния в рассмотренном ими классе пространственно-временных систем является общим для рассматриваемой геометрии, а не просто побочным эффектом «сверхсветовых» свойств.

Думается, что авторы верно уловили, что суть в используемой метрике и в ее изменениях с течением времени, и нарушение энергетических условий происходит при конкретных сопровождающих полет топологических метаморфозах пространства (§ 12.3).

3. Варп-двигатель Алькубьерре порождает горизонт событий

Горизонт – это граница области, которую можно наблюдать или с которой можно связаться в пространстве. В теории относительности горизонт также является границей области, которую может видеть наблюдатель.

3.1. Появление горизонта событий

В появившейся в 1997 году статье Хискока [24] метрика Алькубьерре (рассматриваем двумерное сечение (t, x)) приводится к метрике, описывающей покоящийся варп-корабль, находящийся в точке $r_s = 0$:

$$ds^2 = -A(r_s)d\tau - \frac{dr_s^2}{A(r_s)}, \quad A(r_s) = 1 - v_s^2(1 - f(r_s))^2,$$

где

$$d\tau = dt - \frac{v_s(1 - f(r_s))}{A(r_s)}$$

– собственное время корабля ($A(r_s) \rightarrow 1$ при $r_s \rightarrow 0$).

В полученной метрике легко обнаруживается возможность *появления горизонта событий при сверхсветовом движении* между областью нахождения корабля и областью \mathcal{D}_{warp} при r_{s0} таком, что $A(r_{s0}) = 0$. Одна из двух (рассматривается сечение (t, r)) образующих светового конуса становится параллельной оси времени t . Следовательно, сигналы, формируемые пилотами, могут не уходить за сферу $r_s = r_{s0}$ (см. рис. 3, а).

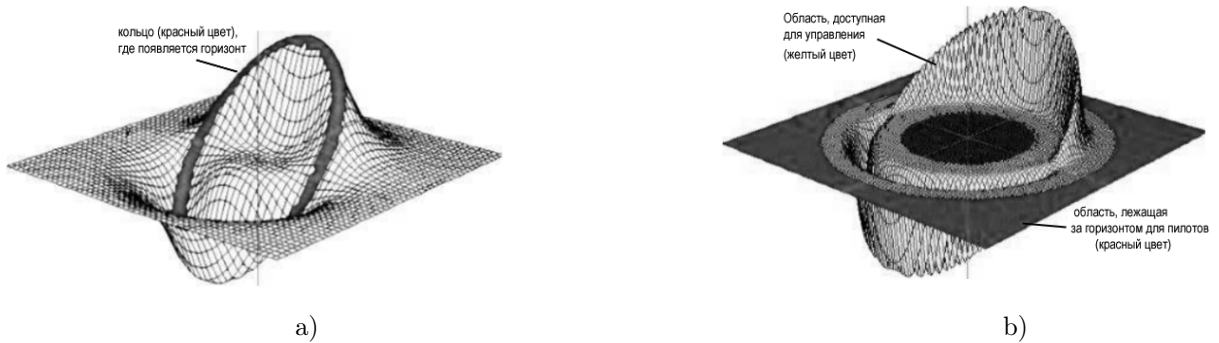


Рис. 3. а) Формирование горизонта. Красная область показывает, где будет формироваться горизонт, когда варп-корабль достигнет световых скоростей [27]. б) Области сверхсветового варп-пузыря. Желтая область – это область, доступная для управления, а красная область – горизонт корабля (пилотов) [27].

Как известно, могут быть горизонты не только как у черной дыры (всё сигналы в нее уходят, но из нее не выходят), но и как у белой дыры (туда сигналы не поступают, но из нее выходят). В координатах Крускала для геометрии Шварцшильда, как известно, присутствуют оба типа горизонта.

Поэтому имеет смысл разобраться с типами горизонтов в случае варп-двигателя. И в статье [26] устройство горизонтов уточняется. Напомним, что мы рассматриваем плоское сечение пространства-времени (t, x) и в данном случае координата $r = x - v_s t$ – указывает расстояние до корабля, для которого $r = 0$. Следовательно, r меняется от $-\infty$ до $+\infty$. В координатах (t, r) корабль покоится. Функцию $f(r)$ возьмем в виде

$$f(r) = \frac{1}{\text{ch}(r/a)},$$

а для скорости корабля полагаем, что $v_s > c$.

В координатах (t, r) метрика Алькубьерре принимает вид

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + [dr - V(r)dt]^2, \quad V(r) = v_s f(r) - v_s.$$

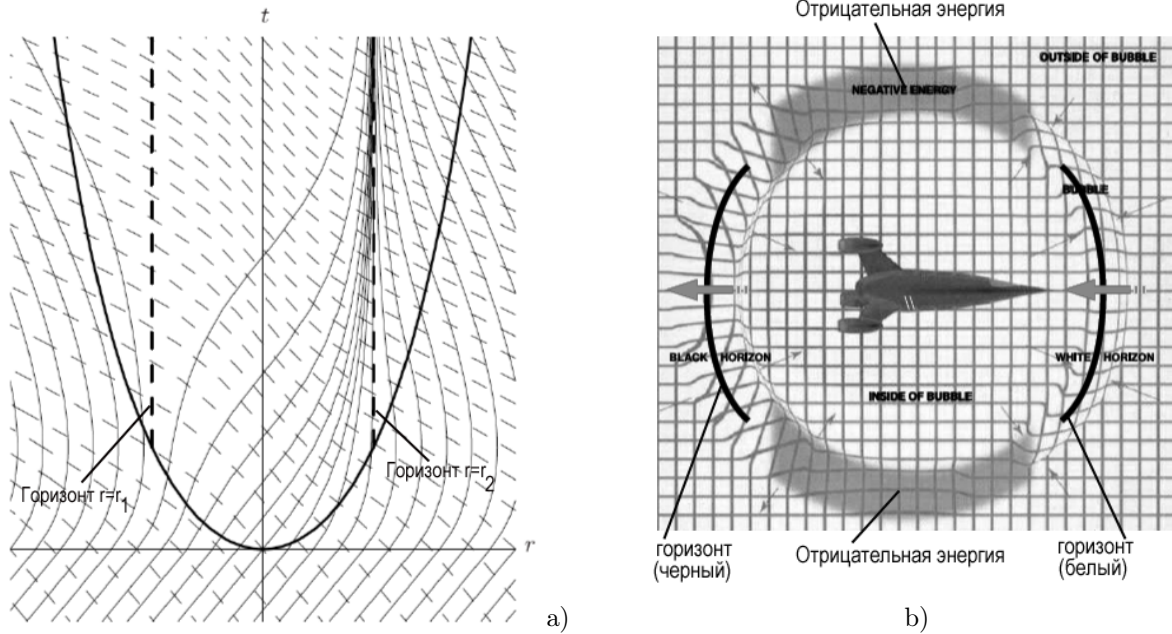


Рис. 4. а) Лучи света распространяются вправо (сплошные линии) и влево (пунктирные линии) в плоскости (t, r) в пространстве-времени с варп-двигателем. Горизонты на r_1 (позади корабля) и r_2 (впереди корабля) – жирные пунктирные линии [25]; б) С точки зрения наблюдателя внутри варп-пузыря, передняя стенка выглядит как горизонт белой дыры (туда не войти), а задняя – как горизонт черной дыры (желтые сплошные линии). Большое количество экзотического вещества сосредоточено в стенках в плоскости, перпендикулярной направлению движения (источник Scientific American [25]).

Рассматривая световые сигналы, т.е. принимая, что $ds^2 = 0$, обнаруживаем, что два горизонта $r = r_{1,2}$, появляются, если положить, что $V(r) = -c$ и $\alpha = v_s/c > 1$. Производя необходимые выкладки, находим, что горизонты задаются уравнениями

$$r_{1,2} = \mp a \ln(\beta + \sqrt{\beta^2 - 1}), \quad \beta \equiv \frac{\alpha}{\alpha - 1} > 1.$$

Световые мировые линии, идущие вправо и влево, изображены на рис. 4, а). Мы видим, что линии идущие вправо не заходят за горизонт. Возникает риск потери управления варп-двигателем.

Появление горизонта событий при выходе на сверхсветовой режим⁵ – это серьезное препятствие для реализации проекта варп-кораблей. Проблема в том, что если область варп-пузыря окажется причинно несвязанной с кораблём, то станет невозможным контролировать скорость корабля, а значит пилоты корабля не смогут отключить варп-двигатель, когда надо будет снизить свою скорость до досветовой, и корабль не сможет добраться до места назначения.

Ситуация с появлением горизонта анализируется в статье [27], и авторы приходят к выводу, что хотя горизонты не существуют для варп-корабля, движущегося с субсветовыми скоростями, они начинают развиваться, когда корабль достигает световых (рис. 4, а)) и сверхсветовых скоростей. Тем не менее управлению варп-корабля доступна часть искривленной области, которая все еще причинно связана с кораблем даже при сверхсветовых скоростях, и это позволяет пилотам уменьшить скорость корабля до субсветовой скорости (рис. 4, б)).

Этот вывод делается на основании подбора функции $f(r_s)$. Причем, как пишут авторы, нет необходимости выбирать конкретную форму $f(r_s)$. Достаточно брать функцию, которая имеет

⁵Появление горизонта – это момент образования кротовой норы (см. § 12), т.е. момент изменения топологии пространства, математически описываемое как разрыв первых производных метрики в статьях [4, 5]. Иначе говоря, переход к сверхсветовому движению требует гигантских плотностей энергии, по достижению которых меняется топология пространства, и это сопровождается появлением горизонта.

значение близкое приблизительно к 1 внутри некоторой области $r_s < R$ и быстро обращается в нуль за пределами варп-пузыря, так что при $r_s \rightarrow \infty$ мы восстанавливаем пространство Минковского. Для упрощения вычислений, они использовали кусочно-непрерывные функции, например (13)⁶.

3.2. Излучение Хокинга

Около горизонта событий, как в свое время вычислил Хокинг, образуется тепловой поток частиц (излучение), который начнет воздействовать на корабль, на его экипаж. Насколько это опасно для экипажа?

Соответствующее исследование проведено в [26]. В этой статье был выполнен расчет в размерности 1+1. Авторы ожидают, что основные черты их результатов будут сохранены и в полном расчете для 3+1. Были проанализированы только полуклассические поправки к геометрии для варп-пузырей с вечным варп-двигателем, движущихся с фиксированными сверхсветовыми скоростями.

Результаты исследования таковы:

1) поток Хокинга будет наблюдаться любым наблюдателем внутри пузыря варп-двигателя вдали от черного горизонта. Это излучение порождается на черном горизонте и вскоре заполняет внутреннюю часть пузыря, перемещаясь вправо со скоростью света;

2) поток Хокинга будет обычно чрезвычайно высоким, если экзотическая материя, поддерживающая варп-двигатель, имеет свое квантовое происхождение, удовлетворяющем некоторой форме квантовых неравенств;

3) центральная область варп-двигателя ведет себя как асимптотическая область черной дыры: в обеих этих областях статический вклад в плотность энергии исчезает, так что полная плотность энергии обусловлена исключительно излучением Хокинга, генерируемым на черном горизонте;

4) при работе варп-двигателя формируется не только черный горизонт, но и белый. Оба являются источниками *правонаправленного* излучения;

5) **учет квантовых неравенств QI (см. §1.2) приводит к выводу, что излучение Хокинга в центре варп-пузыря сожжет экипаж** мучительной температурой $T_H \sim 10^{-2} T_P$, где T_P – температура Планка, около $10^{32} K$. Это помешало бы использованию сверхсветового варп-двигателя для любых практических целей;

6) если отказаться от доверия к QI, а это увязано с присутствием экзотической материи, то этой высокой температуры можно было бы избежать, сделав более толстые стенки. Например, при ~ 1 м получается температура около $0,003 K$ (примерно температура излучения на длине волны 1 м).

7) имеются серьезные сомнения относительно полуклассической устойчивости сверхсветовых варп-двигателей. Конечно, все вышеупомянутые проблемы исчезают, когда варп-пузырь остается субсветовым. В этом случае горизонты не образуются, излучение Хокинга не создается, и не обнаруживается ни сильная температура, ни неустойчивость белого горизонта.

Как видим, перспектива в использовании сверхсветовых варп-двигателей остаются.

4. Решение уравнений Эйнштейна для метрики Альбукьерре

Метрика Альбукьерре изначально была предложена не как решение уравнений Эйнштейна, а как геометрия пространства-времени без уточнения источника гравитационного поля.

Плотность энергии вычислялась с использованием формулы (1.1), т.е. на основании уравнений Эйнштейна, но при этом не предпринималась попытка рассмотреть конкретный вид материи – пыль, жидкость и пр., и, взяв соответствующий конкретный тензор энергии-импульса, получить метрику Альбукьерре как решение уравнений Эйнштейна.

⁶К сожалению, статья [27] содержит места и формулы, написанные небрежно, что затрудняет понимание текста.

Это проделали авторы статей [28–30]. Они решили уравнения Эйнштейна для геометрии пространства-времени варп-двигателя Алькубьерре, рассматривая распределение пылевого вещества, или жидкости, как источников.

Они выяснили, что все решения уравнений Эйнштейна этой геометрии, содержащие пыль без давления, т.е. при $T_{\alpha\beta} = \mu u_\alpha u_\beta$ приводят к вакуумным решениям $\mu = 0$, или $T_{\alpha\beta} = 0$.

Можно это прокомментировать следующим образом: экзотическая материя не пыль.

Но вот, что интересно, авторы пришли к выводу, что эти решения связывают метрику Алькубьерре с уравнением Бюргерса, которое описывает *ударные волны*, движущиеся в невязкой жидкости. Ударные волны – это слабые, неклассические решения уравнения Бюргерса, они сингулярны. Под сингулярными решениями дифференциальных уравнений понимают либо разрывные решения типа ударных волн, либо *непрерывные решения, у которых имеют разрыв производные* (так называемые контактные ударные волны или слабые разрывы) [31]. Именно такие решения уравнений Эйнштейна использовались в [4, 5] для моделирования варп-двигателя, летящего за счет образования 4-мерной кротовой норы (см. § 12).

Далее, изучение в статье [29] случая тензора энергии-импульса для жидкости, описывающие более сложные формы распределения материи или поля, показало, что генерируемые решения для уравнений Эйнштейна с метрикой варп-двигателя таковы, что отрицательная плотность материи может и не быть строгим предварительным условием для достижения варп-скоростей.

5. Варп-двигатель Натарио без сжатия/расширения. 2002 год

Принято считать, что варп-двигатель Алькубьерре работает за счет сжатия пространства перед варп-пузырем и расширения пространства за ним. Натарио [32] показал, что это сжатие/расширение является лишь незначительным следствием выбора, сделанного Алькубьерре, и явно привёл пример аналогичного пространства-времени, в котором не происходит сжатия/расширения.

В принципе, это понятно – дело в величине раствора (наклона) световых конусов на определенном отрезке $[x_s - R, x_s + R]$. Большой раствор позволяет мировой линии корабля иметь меньший отрезок в проекции мировой линии на ось t (см. рис. 2, а) и рис. 5,а)). Важно при этом добиться того, что есть в проекте Алькубьерре – совпадения координатного времени далеких наблюдателей (на Земле) и собственного времени на корабле.

Натарио рассматривает искривленное пространство-время, гомеоморфное \mathbb{R}^4 , являющееся глобально гиперболическим пространством-временем с обычными декартовыми координатами (t, x, y, z) , или (t, x^i) , и метрикой g :

$$ds^2 = -dt^2 + \sum_{i=1}^3 (dx^i - X^i dt)^2, \quad (16)$$

где $(X^i) \equiv (X, Y, Z)$ – три неопределенных ограниченные гладких функции.

Обратите внимание, что риманова метрика h_{ij} , индуцированная в поверхностях Коши $\{dt = 0\}$, является обычной евклидовой плоской метрикой. В частности, для этой метрики скалярная кривизна ${}^{(3)}R = 0$.

Искривление пространства-времени полностью определяется векторным полем

$$\mathbf{X} = X^i \frac{\partial}{\partial x^i} = X \frac{\partial}{\partial x} + Y \frac{\partial}{\partial y} + Z \frac{\partial}{\partial z},$$

которое мы можем рассматривать как (зависящее от времени) векторное поле, определенное в евклидовом трехмерном пространстве. Нормальный ковектор, указывающий на будущее, к поверхностям Коши, равен

$$n_a = -dt \Leftrightarrow n^a = \frac{\partial}{\partial t} + X^i \frac{\partial}{\partial x^i} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{X}.$$

Наблюдатели, 4-я скорость которых равна n^a , называются *эйлеровскими наблюдателями*.

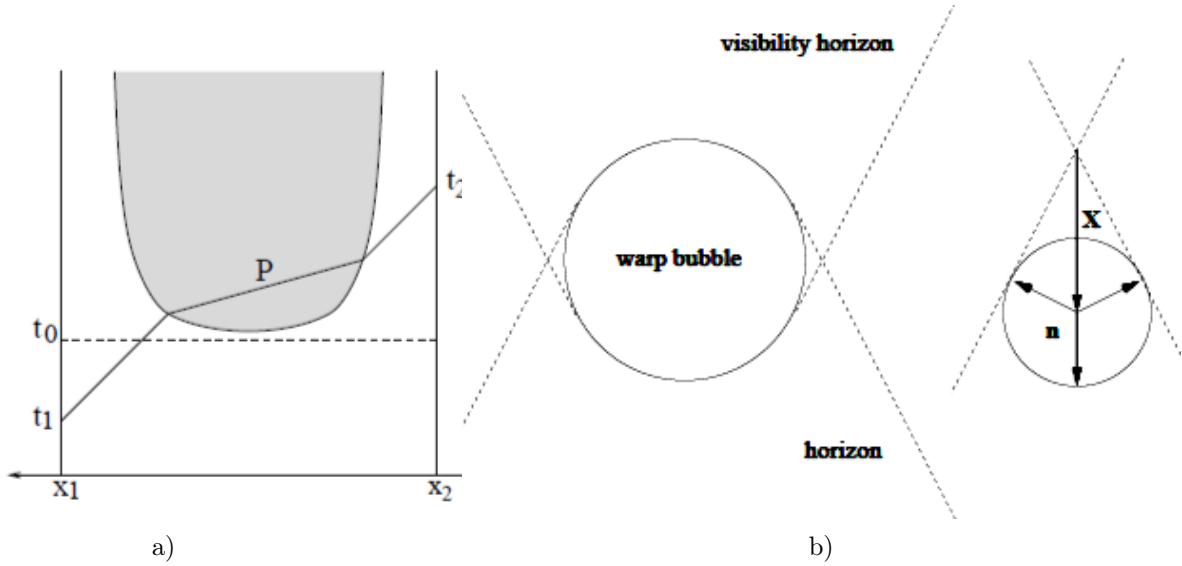


Рис. 5. а) Сверхбыстрое перемещение достигается путем изменения заштрихованной области пространства-времени Минковского. Изменение геометрии локализовано между x_1 и x_2 и после t_0 . Из-за этой модификации существует причинно-следственный путь L , соединяющий (t_1, x_1) с (t_2, x_2) , даже если $v = (x_2 - x_1)/(t_2 - t_1) > c$ [21]; б) Горизонты в проекте Натарио [32].

Эти эйлеровы наблюдатели являются наблюдателями свободного падения, т.е. лежат на геодезических.

Тензор внешней кривизны, связанный с расслоением пространства-времени на поверхности $dt = 0$, вычисляется по формуле

$$K = \frac{1}{2}(\partial_i X^j + \partial_j X^i)dx^i \otimes dx^j.$$

Расширение/сжатие элемента объема, связанного с эйлеровскими наблюдателями, равно

$$\theta = K_i^i = \partial_i X^i.$$

Неплоское пространство-время с варп-двигателем Натарио без сжатия/расширения, т.е. с $\theta = 0$ нарушает либо слабое, либо сильное энергетическое условие. Иначе говоря, варп-двигатель Натарио требует экзотического горючего. Это утверждение следует из формулы для плотности энергии:

$$\varepsilon = T_{ab}n^a n^b = \frac{1}{16\pi}({}^{(3)}R + (K_i^i)^2 - K_{ij}K^{ij}) = \frac{1}{16\pi}(\theta^2 - K_{ij}K^{ij}) = -\frac{1}{16\pi}K_{ij}K^{ij} < 0,$$

поскольку ${}^{(3)}R = 0$ для сечений $dt = 0$.

5.1. Варп-двигатель Алькубьерре как пример метрики Натарио

Варп-двигатель Алькубьерре можно получить в рамках метрики (19), выбрав

$$X = v_s f(r_s), \quad Y = Z = 0,$$

с

$$v_s(t) = \frac{dx_s(t)}{dt}, \quad r_s = [(x - x_s)^2 + y^2 + z^2]^{\frac{1}{2}},$$

для гладкой функции $f : [0, +\infty) \rightarrow [0, 1]$, аппроксимирующей ступенчатую функцию, равную 1 в окрестности начала координат и равную 0 в окрестности бесконечности, и произвольной функции $x_s(t)$. Если мы назовем область $\mathcal{D}_{int} = \{r_s : f(r_s) = 1\}$ – внутренней частью варп-пузыря, а

область $\mathcal{D}_{out} = \{r_s : f(r_s) = 0\}$ – внешней частью варп-пузыря (см. рис. 2, b)), мы увидим, что обе эти области плоские; тем не менее, эйлеровы наблюдатели внутри варп-пузыря движутся с произвольной скоростью v_s относительно эйлеровых наблюдателей вне варп-пузыря.

Имеем для расширения/сжатия элемента объема, связанного с эйлеровскими наблюдателями энергии, измеренную эйлеровскими наблюдателями:

$$\theta = \partial_x X = v_s f'(r_s) \frac{x - x_s}{r_s},$$

демонстрирующего расширение пространства за кораблем ($\theta < 0$) и сжатие перед ним ($\theta > 0$), и для плотности энергии:

$$\varepsilon = \frac{1}{16\pi} \left[(\partial_x X)^2 - (\partial_x X)^2 - 2 \left(\frac{1}{2} \partial_y X \right)^2 - 2 \left(\frac{1}{2} \partial_z X \right)^2 \right] = -\frac{1}{32\pi} v_s^2 [f'(r_s)]^2 \frac{y^2 + z^2}{r_s^2} < 0,$$

что указывает на экзотическую материю.

5.2. Варп-двигатель с нулевым расширением/сжатием

Вводим сферические координаты (r, θ, φ) в евклидовом трехмерном пространстве с осью x в качестве полярной оси с базисом в касательном пространстве $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi$.

Возьмем

$$\mathbf{X} = -2v_s f \cos \theta \cdot \mathbf{e}_r + v_s (2f + r f') \sin \theta \cdot \mathbf{e}_\theta,$$

где $f(r) = 1/2$ для больших r и $f(r) = 0$ для малых r .

Тогда мы гарантированно получим варп-пузырь,двигающийся со скоростью $v_s(t) \frac{\partial}{\partial x}$ вдоль оси x .

Из формулы для тензора внешней кривизны

$$K_{ij} = \frac{1}{2} (\partial_i X^j + \partial_j X^i)$$

получим

$$\theta = K_{rr} + K_{\theta\theta} + K_{\varphi\varphi} = 0,$$

как и было заявлено.

5.3. Свойства варп-корабля Натарио

1. Давайте возьмем $v_s > c$. Вспышку света за пределами варп-пузыря можно представить в евклидовом трехмерном пространстве в виде сферического волнового фронта, который одновременно расширяется со скоростью c и движется в направлении \mathbf{X} со скоростью $\|\mathbf{X}\| = v_s$. Таким образом, ясно, что события внутри варп-пузыря не могут причинно влиять на события вне варп-пузыря при больших положительных значениях x .

2. Существует *горизонт видимости*, который отмечает границу набора точек, доступных лучам света, выходящим из варп-пузыря. Кроме того, только некоторые точки видны изнутри варп-пузыря. Такой наблюдатель вообще ничего не увидит из направлений, выходящих за пределы горизонта видимости (рис. 5, b)).

6. Лоренцевский варп-двигатель

Для этого варп-двигателя метрика имеет вид [10]:

$$ds^2 = -c^2 F^2 dt^2 + F^2 dx^2 + d\rho^2 + \rho^2 d\theta^2,$$

где $F^2 = 1 + 2f(1-f)(\gamma-1)$ и $\gamma = \sqrt{1 - v^2/c^2}$.

Плотность энергии для этой метрики

$$\varepsilon = -\frac{1}{2\pi} \frac{(\rho F'_\rho)'_\rho}{\rho F}.$$

Для данного варп-двигателя, независимо от выбора функции $f(x-x_s, \rho)$, область D_{warp} содержит подобласти как с положительной, так и с отрицательной плотностью энергии. Этот результат, вероятно, связан с тем фактом, что пространство-время эффективно находится за пределами определенного радиуса, а не асимптотически приближается к плоскому пространству-времени, подобно решению Шварцшильда.

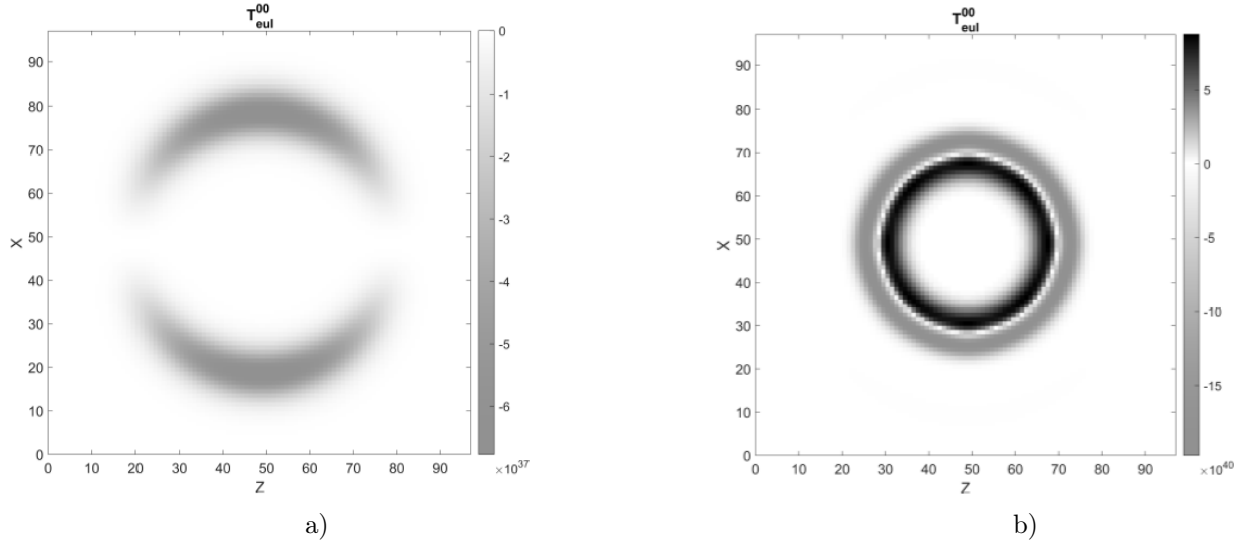


Рис. 6. а) Плотность энергии для метрики Альбукьерре; она везде отрицательна (красный цвет). б) Плотность энергии для метрики Ван ден Брука отрицательна по внешнему кольцу (два кольца – красного и синего цвета) [36].

7. Варп-двигатель Ван ден Брука

Гигантская величина энергии, требуемая для работы варп-двигателя Альбукьерре, не могла понравиться исследователям. В 1999 году Ван ден Брук [33] внес изменения в конструкцию варп-двигателя Альбукьерре, направленные на снижение энергопотребления варп-двигателя. Предложенный им варп-двигатель, как заявляет автор, обладает более разумным требованием к количеству отрицательного горючего (порядка нескольких масс Солнца) в *сопровождении сопоставимого количества положительной энергии*. В то же время он имеет увеличенный пространственный объем внутри варп-пузыря.

Точнее, внутри варп-пузыря Альбукьерре с радиусом R размещена сферическая оболочка Π с внутренним радиусом \tilde{R} и с толщиной $\tilde{\Delta}$, в которой метрика Альбукьерре меняется так, что варп-пузырь Ван ден Брука получает значительно больший объем по сравнению с варп-пузырем Альбукьерре (см. рис. 7, а)). При этом площадь поверхности варп-пузыря сохраняется микроскопически малой.

Рассматривается метрика

$$ds^2 = -dt^2 + B^2(r_s)[(dx - v_s(t)f(r_s)dt)^2 + dy^2 + dz^2].$$

Для простоты вычислений берется $v_s = const$, а $B(r)$ – дважды дифференцируемая функция такая, что для некоторого \tilde{R} and $\tilde{\Delta}$

$$B(r_s) = 1 + \alpha \text{ для } r_s < \tilde{R}, \quad 1 < B(r_s) \leq 1 + \alpha \text{ для } \tilde{R} \leq r_s < \tilde{R} + \tilde{\Delta},$$

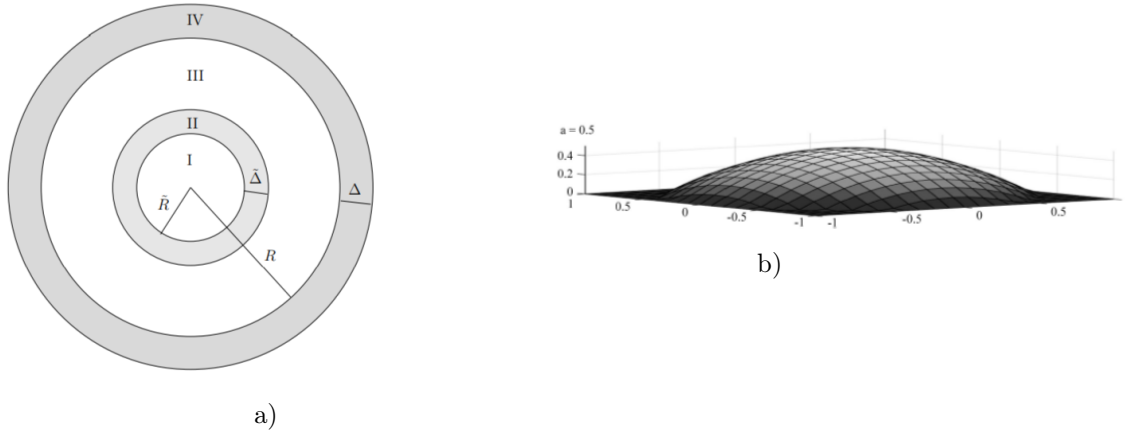


Рис. 7. а) Область I – это «карман», который имеет большой внутренний метрический диаметр, II – область перехода от расширенной части пространства к «нормальной» части. Это область, где функция $B(r)$ изменяется. Начиная с области III, мы получаем исходную метрику Алькубьерре. Область IV – это стенка варп-пузыря, т.е. область, где меняется функция f . Пространство-время плоское, за исключением заштрихованных областей [33]. б) «Инопланетный космический корабль в форме летающей тарелки с $a = 0,5$ и $p = 1$ » [19].

$$B(r_s) = 1 \text{ для } \tilde{R} + \tilde{\Delta} \leq r_s,$$

где α берется, в общем, очень большой константой; $1 + \alpha$ – фактор расширения пространства.

Для f берем функцию со свойствами

$$f(r_s) = 1 \text{ для } r_s < R, \quad 0 < f(r_s) \leq 1 \text{ для } R \leq r_s < R + \Delta, \quad f(r_s) = 0 \text{ для } R + \Delta \leq r_s,$$

где $R > \tilde{R} + \tilde{\Delta}$. На рис. 7, а) нарисованы области, где f и B меняются. Заметим, что метрика может быть написана и для 3+1 формализма, где shift-вектор имеет компоненты $N^i = (-v_s f(r_s), 0, 0)$, а lapse-функция равна 1.

Выбираются следующие значения для рассматриваемых величин:

$$\alpha = 10^{17}, \quad \tilde{\Delta} = 10^{-15} \text{ м}, \quad \tilde{R} = 10^{-15} \text{ м}, \quad R = 3 \times 10^{-15} \text{ м}. \quad (17)$$

Самая внешняя поверхность варп-пузыря будет иметь площадь, соответствующую радиусу приблизительно в 3 раза больше 10^{-15} м, в то время как внутренний диаметр «кармана» равен 200 м.

Форд и Пфеннинг [13] уже рассчитали минимальное количество отрицательной энергии, связанное с варп-пузырем:

$$E_{IV} = -\frac{1}{12} v_s^2 \left(\frac{(R + \frac{\Delta}{2})^2}{\Delta} + \frac{\Delta}{12} \right),$$

что в данном случае является энергией в области IV. Выражение такое же (за исключением изменений, вызванных принятыми различными соглашениями) потому, что $B = 1$ в этой области, а метрика идентична исходной метрике Алькубьерре. Для R как в (17), и с учетом неравенства $\Delta \leq 10^2 v_s \ell_P$ из (15), получаем

$$E_{IV} \simeq -6,3 \times 10^{29} v_s \kappa z.$$

Берем функцию B в виде

$$B(r) = \alpha(-(n-1)w^n + nw^{n-1}) + 1, \quad w = \frac{\tilde{R} + \tilde{\Delta} - r}{\tilde{\Delta}}.$$

Тогда при $n = 80$, вычисления T^{00} в области II показывают, что оно отрицательно для $0 \leq w \leq 0,981$ и положительно при $w > 0,981$:

$$E_{II,-} = -1.4 \times 10^{30} \kappa z, \quad E_{II,+} = 4.9 \times 10^{30} \kappa z.$$

Как область $E_{II,-}$, так и область $E_{II,+}$ имеют значения порядка нескольких солнечных масс. Обратим внимание, что пока значение α велико, эти энергии не сильно изменяются с α при $\tilde{R} = \tilde{\Delta}$ и $R = 100$ м. Значение R в (17) является примерно наибольшим, которое удерживает $|E_{IV}|$ ниже массы Солнца для $v_s \approx 1$.

Таким образом, слегка изменив пространство-время Алькубьерре, Ван ден Бруку удалось значительно уменьшить количество необходимой отрицательной энергии. Тем не менее суммарные энергии имеют звездную величину, и, что особо значимо, приходится, как и в случае оригинального варп-двигателя Алькубьерре, говорить о потребности в *неоправданно больших величинах энергии*.

8. Варп-двигатель Ленца

Метрика Ленца (2021, [34]) представляет собой радикальный отход от сферически симметричных решений, предложенных Алькубьерре, Ван ден Бруком и другими, представленные в единой форме Бобриком и Мартиром [10].

Метрика Ленца – это первый *пример варп-двигателя с положительной плотностью энергии*. Иначе говоря, решение Ленца, предполагается, позволяет избегать нарушений слабого энергетического условия даже в сверхсветовых режимах. Выход на сверхсветовой режим происходит за счет порождения солитона, т.е. движущейся одиночной волны, искривляющий геометрию пространства. Солитоном в данном случае пространства-времени является варп-пузырь Алькубьерре.

Ленц рассматривает метрику

$$ds^2 = -(N^2 - N_i N^i) dt^2 + 2N_i dx^i dt + h_{ij} dx^i dx^j,$$

где

$$N_i = \frac{\partial \phi}{\partial x^i}$$

– вектор сдвига (shift), а ϕ – вещественная функция, удовлетворяющая *волновому уравнению*

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \frac{2}{v_h^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \varrho,$$

где v_h – это безразмерная «скорость» волнового фронта на гиперповерхности, и ϱ – источник волны (солитона), который не следует путать с массой или плотностью энергии. У Ленца в космосе движется не пузырь, а особая одиночная волна материи, называемая *солитоном*.

Рассматриваем только движение вдоль направления z , установив $v_x = v_y = 0$.

Полагая, что ϕ и ϱ параметризованы в плоскости $(x; y)$ по норме l_1 $s = |x| + |y|$, формула для плотности энергии может быть упрощена до двухкоординатной формы $(z; x)$ и принимает вид

$$\varepsilon = \frac{1}{16\pi} \left[2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \left(\rho + \frac{2}{v_h^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) - 4 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x} \right)^2 \right]. \quad (18)$$

Имеет место оценка

$$16\pi\varepsilon \geq 2\varrho \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \varrho \frac{1}{2v_h} \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \frac{\partial}{\partial r} \varrho(r, |x'| + |x|)|_{r=z-\Delta x/v_h}, \quad \Delta x = x - x',$$

на основании которой Ленц считает, что она гарантирует неотрицательность плотности энергии Эйлера. Сделанные им расчеты, вроде как, подтверждают это (рис. 8, а)). Но в статье [36] авторы, проделав расчеты с помощью иной программы, демонстрируют участие экзотической материи в работе данного варп-двигателя (см. рис. 8, б)). Впрочем, они отмечают, что это, вероятно, связано с неясной процедурой «сглаживанием, используемым в векторах сдвига по краям». В статье Ленца есть и другие неясные описания.

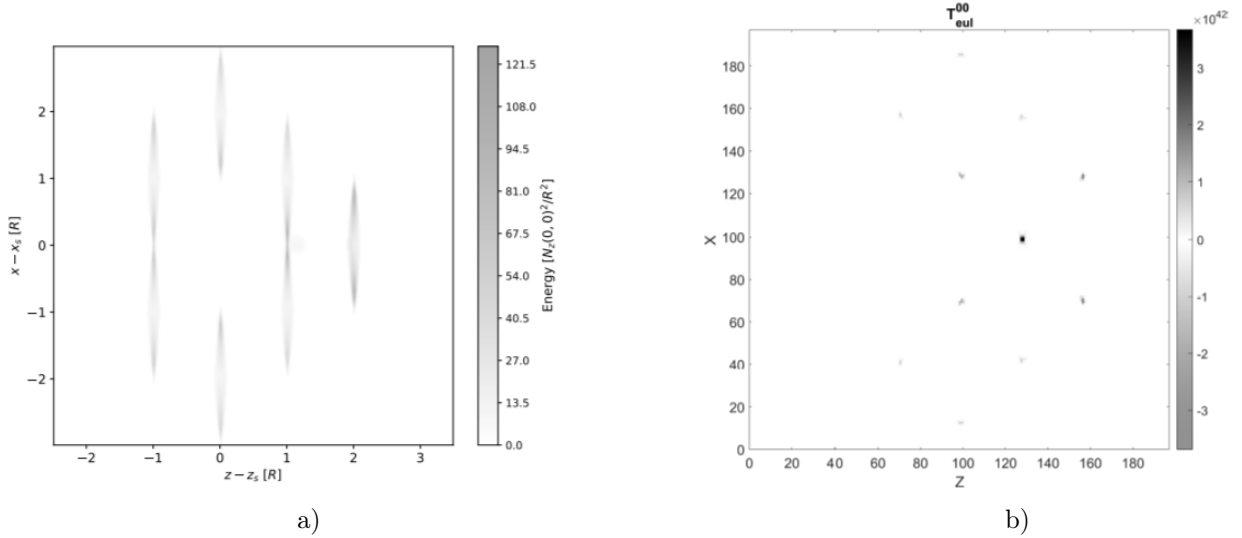


Рис. 8. а) Плотности энергии уравнения (18) вдоль $(x, 0, z)$. Направление распространения решения – слева направо вдоль оси z . Плотность энергии преобладает в областях, содержащих гиперболический источник ϱ . Плотность энергии везде положительная и, следовательно, удовлетворяет условию слабой энергии. б) Плотность энергии для метрики Ленца по расчетам [36]; она положительна только в большой точке.

Требуемая энергия для варп-корабля/солитона Ленца с положительной энергией [35], средним радиусом центральной области $R = 100$ м и толщиной граничной оболочки, нагруженной высокой плотностью $w = 1$ м, приближается к

$$E \sim v_s^2 \frac{R^2}{w} \sim 10^{-1} M_{\odot} v_s^2,$$

что соответствует расчетной величине для решения Алькубьерре с такими же размерами (см. § 1.2).

9. Варп-двигатели Сегмана, использующие положительную энергию

Сегман [19,20] рассмотрел метрику Натарио и использовал форму представления сдвига (shift) Ленца:

$$ds^2 = -dt^2 + (dx - Xdt)^2 + (dy - Ydt)^2 + (dz - Zdt)^2, \quad (19)$$

$$X = \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad Y = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad Z = \frac{\partial \Psi}{\partial z}.$$

Если взять следующую функцию $\Psi(r)$ (см. рис. 7, б):

$$\Psi(r) = \begin{cases} a \cdot v(t) \cdot (1 - r^{2p}) & \text{для } 0 \leq r \leq 1 \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases},$$

$$r = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2}, \quad v_x(t) = \frac{dx_s}{dt}, \quad v_y(t) = \frac{dy_s}{dt}, \quad v_z(t) = \frac{dz_s}{dt},$$

$$v(t) = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t) + v_z^2(t)}, \quad a > 0, \quad p = 1, 2, \dots$$

то для коэффициента сжатие/растяжение имеем

$$\theta = K_i^i = \partial_{\chi}^2 \Psi + \partial_y^2 \Psi + \partial_z^2 \Psi = -2pav r^{2(p-2)} (2p + 1) r^2.$$

Сегман пишет: «для $p = 1, \theta = -6av < 0$ – пространство сжимается одинаково для любого радиуса корабля, похоже, космический корабль исчезает для эйлеровых наблюдателей» [19].

Далее, плотность энергии

$$\varepsilon = \frac{3}{2\pi} a^2 v^2 > 0,$$

т.е. данный варп-двигатель использует положительную энергию.

Приводятся и другие виды функции $\Psi(r)$ с положительной энергией. Неясно, правда, как формируются функции Ψ , какова их физическая природа. У Ленца это разъясняется – солитоны. Думается, Сегман также имеет в виду солитоны, если обратиться к его высказыванию: «Чтобы получить волну пузыря с нулевой суммой, т. е. как фильтр верхних частот, отражающий локальную волну верхних частот вокруг космического корабля, геометрия должна отражать положительную четную функцию» [19].

Удивительно, но пока проект Сегмана никак не комментируется в научной литературе. Возможно, это связано с его своеобразными научными интересами. Сам он математик и подписывает свои публикации как «независимый исследователь».

10. Приложение Warp Factory в MATLAB для численного расчета варп-двигателей

В области исследований варп-двигателей преобладают аналитические методы для поиска потенциальных решений. Предпочтение отдается простым метрикам $g_{\alpha\beta}$, которые облегчают анализ, но в конечном итоге ограничивают диапазон поиска новых решений. *До сих пор предлагаемые решения были нефизическими, требующими нарушения энергетических условий и больших затрат энергии.* Естественно попытаться искать приемлемые решения, привлекая для этого вычислительное моделирование.

В статье (2024, [36]) представлено такое программное приложение Warp Factory, с помощью которого можно проводить численное моделирование варп-двигателей.

Приложение Warp Factory, в частности, для варп-двигателей Алькубьерре, Ван ден Брука, Бобрика-Мартигре с модифицированным временем и Ленца осуществляет:

- 1) представление общей геометрии варп-двигателя, вычисление уравнений Эйнштейна и их энергетических компонент, демонстрирует нарушения энергетических условий;
- 2) вычисление метрических скаляров и наглядную визуализацию как в 2D, так и в 3D метрик и соответствующих им тензоров энергии-импульса;
- 3) демонстрирует физические свойства варп-двигателей и их различные характеристики.

Использование приложения дает возможность расширить набор исследуемых варп-двигателей и это приблизит нас к нахождению физически удовлетворительных варп-двигателей [36].

Пример расчета компоненты T^{00} для метрик Алькубьерре и Ван ден Брука дан на рис. 8, b) (на нем чем краснее (темнее) точки, тем всё меньше отрицательное значение).

11. Варп-корабль и межзвездное вещество

В очень популярной в 1960-70-е годы книги Иосифа Шкловского «Вселенная. Жизнь. Разум» [55] есть параграф, в котором говорится, что столкновение фотонного, летящего с субсветовой скоростью звездолета, с межзвездной пылью может стать препятствием для таких полетов. Частицы пыли при столкновении будут порождать убийственную радиацию внутри корабля.

В 2022 году авторы статьи [37] исследовали препятствия для сверхсветовых путешествий на варп-двигателе, возникающие из-за взаимодействия с межзвездным веществом и эффектов искривления. Эффект столкновения частиц межзвездной пыли и фотонов с космическим аппаратом приведет к возникновению давления, пропорционального кажущейся скорости v_s космического аппарата. А сила, действующая на космический аппарат из-за эффекта искривления, имеет две нетривиальные составляющие: радиальную и продольную, которые пропорциональны v_s^2 и v_s^4 соответственно.

Вышеуказанные препятствия становятся еще более серьезными, когда космический корабль движется с высокой сверхсветовой скоростью.

12. Варп-двигатель как кротовая нора. 1982 год

В 1982 году была опубликована статья [4], в которой подробно описано как множество B , оснащенное 3-мерной гладкой римановой структурой, т.е. ставшее связным односвязным гладким замкнутым римановым многообразием

$$M^3 = \langle B, \mathcal{T}, \mathcal{G}, g \rangle,$$

где \mathcal{T} – топология, \mathcal{G} – гладкость, g – метрика, можно с течением времени, меняя топологию и 3-мерную метрику, превратить M^3 в 3-мерное гладкое многообразие $\tilde{M}^3 = \langle B, \tilde{\mathcal{T}}, \tilde{\mathcal{G}}, \tilde{g} \rangle$, которое либо уже несвязно, т.е. произошел отрыв куса $D_0 \subset B$ от 3-пространства, и это означает рождение 4-мерной кротовой норы, либо уже неодносвязно, и это означает рождение 3-мерной кротовой норы (к \tilde{M}^3 приклеивается ручка).

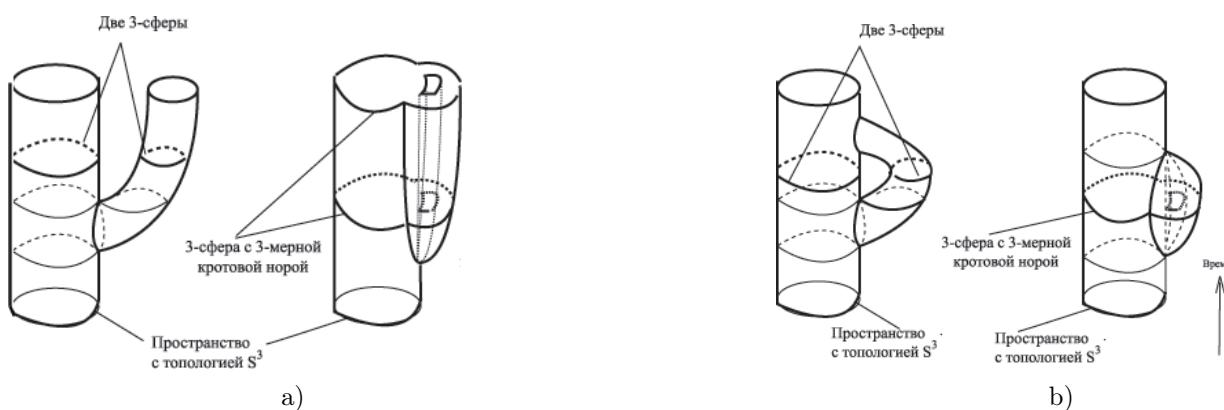


Рис. 9. а) Рождение 4-мерной кротовой норы (слева). Пространство с топологией 3-сферы теряет связность. Образуются два пространства, каждое из которых гомеоморфно 3-сфере. Рождение 3-мерной кротовой норы (справа) в пространстве с топологией 3-сферы. Пространство теряет односвязность б) Рождение и исчезновение 4-мерной кротовой норы (слева). Пространство с топологией 3-сферы теряет связность и вновь её обретает. Рождение и исчезновение 3-мерной кротовой норы (справа) в пространстве с топологией 3-сферы. Пространство теряет односвязность, а затем опять становится односвязным.

Была получена оценка среднего значения плотности энергии ϵ , необходимой для порождения этих кротовых нор:

$$\langle \delta\epsilon \rangle \sim \frac{c^4}{4\pi G \sigma} [2\delta\beta_0 - \delta\beta_1 + \delta d_0],$$

где σ – характерное сечение области D_0 , «уходящей» в нору, β_k – k -мерное число Бетти, δA – знак изменения величины (разность между конечным и начальным значениями величины A). Это *неимоверно гигантские плотности энергии!*

Числа Бетти имеют интуитивную физическую интерпретацию: $\beta_0(M^3)$ – это количество связанных компонентов, $\beta_1(M^3)$ – количество независимых туннелей, а $\beta_2(M^3)$ – количество замкнутых полостей (дыр) с двухмерной поверхностью в трехмерном пространстве M^3 . Неофициально, k -е число Бетти – это число k -мерных дыр, т.е. k -мерных циклов (цикл не имеет границы), которые не являются границей $(k + 1)$ -мерных объектов.

12.1. Энергия, необходимая для порождения кротовых нор

Делалось это, опираясь на формулу Ревентоса, относящуюся к формулам типа Гасса-Бонне-Черна. Последние связывают кривизну геометрии многообразия с ее топологической характеристикой, например с характеристикой Эйлера-Пуанкаре, или с комбинацией чисел Бетти $\beta_i(M^3)$.

Формула Ревентоса имеет вид [38, Theorem 2]

$$\frac{1}{2\pi l(\xi)} \int_{M^3} \{K(\xi^\perp) + 3K(\xi)\} dv = 2\beta_0(M^3) - \beta_1(M^3) + d_0, \quad (20)$$

где $d_0 = 0$ или 1 в зависимости от четности или нечетности одномерного числа Бетти $\beta_1(M^3)$; $K(\xi^\perp)$ – значение римановой кривизны в плоскости, ортогональной ξ ; $K(\xi)$ – значение римановой кривизны для любой плоскости, содержащей ξ (отметим, что $K(\xi)$ не зависит от выбора плоскости); dv – форма объема; $l(\xi)$ – длина интегральной траектории поля ξ (она постоянна).

Изменения происходят в отрываемой области D_0 (а, точнее, в ее пограничной части Δ), поэтому $l(\xi)$ в D_0 характеризует линейный размер l области.

Вычитая из формулы (20), написанной для \widetilde{M}^3 её же, но написанную для M^3 , и имея в виду формулу Эйнштейна $R = 2[K(\xi^\perp) + 2K(\xi)]$, а также уравнения Эйнштейна

$$R + K_2 = \frac{16\pi G}{c^4} \varepsilon, \quad K_2 = (K_\alpha^\alpha)^2 - K_{\alpha\beta} K^{\alpha\beta},$$

где $K_{\alpha\beta}$ – тензор внешней кривизны пространственного сечения⁷, содержащего корабль, получим

$$\sigma \cdot \left(\frac{1}{v(D_0)} \int_{D_0} \delta\varepsilon dv \right) \sim \frac{c^4}{4\pi G} [\delta\beta_0 - \delta\beta_1 + \delta d_0], \quad (21)$$

где $\sigma = v(D_0)/l$, или для среднего значения плотности энергии имеем:

$$\langle \delta\varepsilon \rangle \sim \frac{c^4}{4\pi G\sigma} [\delta\beta_0 - \delta\beta_1 + \delta d_0]. \quad (22)$$

Для 4-мерной кротовой норы $\delta\beta_0 = 1 - 1$ увеличивается число компонент связности, $\delta\beta_1 = 0 - 0 = 0$, $\delta d_0 = 0 - 0 = 0$ поскольку односвязность сохраняется (см. рис. 9, а)). Потому для 4-мерной кротовой норы

$$\langle \delta\varepsilon \rangle \sim \frac{c^4}{4\pi G\sigma} [2 \cdot 1 - 0 - 0] > 0. \quad (23)$$

Как видим, для образования 4-мерной кротовой норы варп-двигателю необходима положительная энергия!

А для 3-мерной кротовой норы $\delta\beta_0 = 0$ в силу того, что число компонент связности не меняется, то $\delta\beta_0 = 1 - 1 = 0$. Но поскольку односвязность нарушается, появляется ручка, то $\delta\beta_1 = 1 - 0 = 1$, $\delta d_0 = 1 - 0 = 1$ (см. рис. 9, а)). Следовательно,

$$\langle \delta\varepsilon \rangle \sim -\frac{c^4}{4\pi G\sigma} [2 \cdot 0 - 1 + 1] = 0. \quad (24)$$

Получили достаточно странную оценку, видимо, о чем-то говорящую. Либо о том, что используется и положительная и отрицательная энергия (как в случае варп-двигателя Ван ден Брука, тем более, что считаем среднее значения $\langle \delta\varepsilon \rangle$), а, возможно, говорит о грубости наших оценок. Или о нестабильности 3-мерных кротовых нор.

Посмотрим, что получится, если в пространстве уже была 3-мерная кротовая нора – во всяком случае, в обширном пространстве Вселенной, наверняка существует естественная 3-мерная кротовая нора), и мы порождаем новую под свой космический корабль. В таком случае, $\delta\beta_0 = 1 - 1 = 0$, $\delta\beta_1 = 2 - 1 = 1$, $\delta d_0 = 0 - 1 = -1$. Следовательно, при появлении второй 3-мерной кротовой норы

$$\langle \delta\varepsilon \rangle \sim -\frac{c^4}{4\pi G\sigma} [2 \cdot 0 - 1 + (-1)] = -2 < 0. \quad (25)$$

Видим, что для порождения 3-мерной кротовой норы требуется экзотическая материя⁸.

⁷Будем считать, что средняя кривизна не меняется, хотя от этого условия можно избавиться.

⁸Автор, оценив в 1982 году в статье [4] энергию, не стал обращать внимания на ее знак – видимо, время представления об экзотической энергии еще не пришло.

12.2. Еще одна оценка затрат энергии на образование кротовых нор

Тем не менее странности с оценкой необходимой энергии для порождения 3-мерной кротовой норы вынуждают нас найти иной способ оценки энергии. Для этого воспользуемся другой формулой типа Гаусса-Бонне-Черна для пространства-времени.

Примем, для простоты вычислений, что пространство-время является замкнутым ориентируемым многообразием $\langle M^4, g \rangle$ сигнатуры $\langle + - - - \rangle$.

Тогда имеет место формула [39]:

$$\int_{M^4} W_{iklm} W^{iklm} dv = 2 \int_{M^4} \left(R_j^i R_i^j - \frac{1}{3} R^2 \right) dv - 8\pi^2 \chi(M^4),$$

где W_{ijkl} – тензор Вейля,

$$\chi(M^4) = \sum_{k=0}^4 (-1)^k \beta_k(M^4) = 2\beta_0(M^4) - 2\beta_1(M^4) + \beta_2(M^4)$$

– характеристика Эйлера-Пуанкаре многообразия M^4 , а $\beta_k(M^4)$ – k -мерное число Бетти.

Появление 4-мерной ручки, изображено на рис. 9, б), 3-мерной – также на рис. 9, б). При этом многообразии M^4 превращается в многообразии \widetilde{M}^4 и меняются соответствующие числа Бетти. Иначе говоря

$$\delta\chi = \chi(\widetilde{M}^4) - \chi(M^4) \neq 0.$$

Можем написать, что

$$\begin{aligned} \int_{\widetilde{M}^4} \widetilde{W}_{iklm} \widetilde{W}^{iklm} dv - 2 \int_{\widetilde{M}^4} \left(\widetilde{R}_j^i \widetilde{R}_i^j - \frac{1}{3} \widetilde{R}^2 \right) dv - \\ - \int_{M^4} W_{iklm} W^{iklm} dv + 2 \int_{M^4} \left(R_j^i R_i^j - \frac{1}{3} R^2 \right) dv = -8\pi^2 \delta\chi. \end{aligned}$$

В случае, например конформно плоских метрик, тензор Вейля обнуляется и

$$-2 \int_{\widetilde{M}^4} \left(\widetilde{R}_j^i \widetilde{R}_i^j - \frac{1}{3} \widetilde{R}^2 \right) dv + 2 \int_{M^4} \left(R_j^i R_i^j - \frac{1}{3} R^2 \right) dv = -8\pi^2 \delta\chi. \quad (26)$$

Поскольку тензор Риччи выражается с помощью уравнений Эйнштейна через тензор энергии-импульса

$$R_{ik} = \varkappa \left(T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} T \right),$$

или для $T_{ik} = \varepsilon u_i u_k$, $g^{ik} u_i u_k = 1$,

$$R_{ik} = \varkappa \left(\varepsilon u_i u_k - \frac{1}{2} g_{ik} \varepsilon \right), \quad R = \frac{\varkappa}{2} \varepsilon,$$

то формулу (26) можно символически записать как

$$\kappa^2 \int_{B^4} (\delta\varepsilon)^2 dv = -8\pi^2 \delta\chi,$$

где κ – некоторая физическая константа.

Следовательно, имеем для среднего значения скачка плотности энергии ε , влекущего образование кротовой норы:

$$\langle (\delta\varepsilon)^2 \rangle = -\frac{8\pi^2}{\kappa^2 v(B^4)} \delta\chi.$$

Здесь B^4 – множество-носитель топологической, гладкой и метрической структур пространств-времен M^4 и \widetilde{M}^4 :

$$M^4 = \langle B^4, \mathcal{T}, \mathcal{G}, g \rangle, \quad \widetilde{M}^4 = \langle B^4, \widetilde{\mathcal{T}}, \widetilde{\mathcal{G}}, \widetilde{g} \rangle,$$

из которых мы в данной статье сконцентрировали внимание только на метаморфозе топологической структуры, предложив конструкцию возникновения кротовых нор.

Конечно, мы представили лишь схему вычисления затрат энергии, которую крайне сложно реализовать, но во всяком случае мы видим путь, идя по которому можно такие вычисления провести.

Тем не менее заметим, что при образовании 4-мерной кротовой норы меняется только число Бетти β_1 . Значит, $\delta\chi = -2[\beta_1(\widetilde{M}^4) - \beta_1(M^4)] = -2 \cdot (1 - 0) = -2$ и тогда

$$\langle (\delta\varepsilon)^2 \rangle = -\frac{8\pi^2}{\kappa^2 v(B^4)}(-2) = \frac{16\pi^2}{\kappa^2 v(B^4)} > 0,$$

что хорошо согласуется с тем, что в левой части этой формулы также стоит положительная величина.

И, следовательно,

$$\sqrt{\langle (\delta\varepsilon)^2 \rangle} = \frac{4\sqrt{2}\pi}{\kappa\sqrt{v(B^4)}} > 0,$$

где мы, естественно имели в виду арифметический корень⁹. Как видим, 4-мерные кротовые норы образуются для полета варп-корабля, двигатель которого работает на **положительной энергии**.

Однако при образовании 3-мерной кротовой норы меняется только число Бетти β_2 , т.е. многообразии \widetilde{M}^4 содержит 2-мерную «дыру»¹⁰ (см. рис. 7, б)). Значит, $\delta\chi = 1 - 0 = +1$ и тогда

$$\langle (\delta\varepsilon)^2 \rangle = -\frac{8\pi^2}{\kappa^2 v(B^4)} \cdot 1 = -\frac{8\pi^2}{\kappa^2 v(B^4)} < 0.$$

Получили, мнимую плотность энергии

$$\sqrt{\langle (\delta\varepsilon)^2 \rangle} = \frac{2\sqrt{2}\pi}{\kappa\sqrt{v(B^4)}} i.$$

Это какая-то *сильно* экзотическая материя.

12.3. Величина плотности энергии, меняющая топологию

Мы оценили плотность энергии

$$\langle \delta\varepsilon \rangle \sim \frac{c^4}{4\pi G\sigma}, \quad (27)$$

при которой начинается образование 3- или 4-мерных кротовых нор [4]. При этой достигнутой двигателем корабля плотности энергии меняется топология пространства-времени – пространство становится либо несвязным, т.е. отрывается кусок пространства D_0 , либо неодносвязным – образуется 3-мерная кротовая нора.

Каковы величины плотности энергии в различных ситуациях?

- 1) $\sigma \sim 10^{20} \text{ см}^2$ (Солнце) имеем $\langle \delta\rho \rangle = c^2 \langle \delta\varepsilon \rangle \sim 10^7 \text{ г/см}^3$, $M_{\odot, \text{warп}} \sim 10^6 M_{\odot}$;
- 2) $\sigma \sim 10^{12} \text{ см}^2$ (нейтронная звезда) имеем $\langle \delta\rho \rangle \sim 10^{15} \text{ г/см}^3$, $M_{ns, \text{warп}} \sim 10 M_{\odot}$;

⁹Алгебраический корень дает как положительную, так и отрицательную энергию, порождающую 4-мерную кротовую нору. Возможно, это всего лишь следствие избыточности данной математической модели (лишнее решение при возведении уравнения в квадрат).

¹⁰Поскольку пространство-время развивается из 3-пространства, и его топология, в общем, непредсказуема, то наше утверждение основывается на следующем результате: «В категории гладких многообразий гомологическая 3-сфера не всегда ограничивает гомологический 4-шар и поэтому минимальное второе число Бетти всех односвязных 4-многообразий, ограниченных гомологической 3-сферой, не всегда равно нулю» [40].

3) для $\sigma \sim 10^8 \text{ см}^2$ (корабль радиусом 100 м) имеем $\langle \delta\rho \rangle \sim 10^{19} \text{ г/см}^3$, $M_{s, \text{варп}} \sim 10^{31} \text{ г} \sim \frac{1}{100} M_{\odot} \sim 10^4 M_{\oplus}$.

Следовательно, образованию кротовых нор за счет ресурсов корабля препятствует мощный энергетический барьер – необходимо породить гигантские плотности энергии. Для звезд ситуация иная – они остаются в пространстве, лишь нейтронные звезды близки к тому, чтобы уйти из окружающего пространства. Это неплохо согласуется с тем, что в случае потери устойчивости нейтронные конфигурации претерпевают гравитационный коллапс [4].

Вспомним, что для сверхсветового полета корабля Алькубьерре, находящегося в центре варп-пузыря, в данном случае это D_0 , с радиусом $R = 100 \text{ м}$ и со сферической оболочкой толщиной $\Delta = 1 \text{ м}$, требуется энергия, оцениваемая как энергия $1/4 M_{\odot}$ (см. § 1.2). Но это больше критической энергии, указанной в формуле (27), пример 3). Следовательно, варп-корабль Алькубьерре должен «вырыть» кротовую нору. Причем для ухода в 4-мерную кротовую нору используется традиционная, положительная энергия, а в случае 3-мерной кротовой норы – смесь положительной и экзотической [60].

Становится понятным, почему Ленцу и Сегмену удалось найти варп-двигатель, работающий на положительной энергии. На сверхсветовом режиме соответствующий варп-корабль уходит в 4-мерную кротовую нору.

13. Варп-двигатель как 3-мерная кротовая нора. 1988 год

В 1988 году Моррис и Торн опубликовали статью [41], в которой они заявили об использовании 3-мерных кротовых нор для сверхбыстрых межзвёздных перелетов. В этом же году они [8] писали о создании 3-мерной кротовой норы, которая превращается в машину времени¹¹, если погонять один из ее концов с релятивистской скоростью¹². Уже тогда они столкнулись с экзотической материей, которая нужна была для образования 3-мерной кротовой норы.

Позже стала обсуждаться проблема стабильности 3-мерных кротовых нор. Они ведут себя весьма своеобразным образом. Как писал Торн [42, с. 491-493] ни одна из таких 3-мерных кротовых нор, найденных в результате решения уравнения Эйнштейна, не годилась для «дела» – появляются на короткое время, а затем схлопываются и исчезают. «Их полное время жизни от момента возникновения до исчезновения настолько мало, что никто и ничто (ни человек, ни излучение, ни какой бы то ни было сигнал) не в состоянии преодолеть туннель от одного устья до другого. Любая попытка пройти через туннель закончится ничем: все будет разрушено в момент его исчезновения ... единственный способ удержать 3-мерную кротовую нору открытой – пропустить через нее вещество, которое будет расталкивать ее стенки гравитационными силами».

Это вещество Торн назвал *экзотическим*. При точной формулировке, оно нарушает энергетические условия, поскольку должно расталкивать, расфокусировать и световые лучи. Сразу видно из этих условий $T_{\alpha\beta} u^{\alpha} u^{\beta} \leq 0$, что это так, когда экзотическое вещество имеет *отрицательную плотность энергии*. Соображение Торна было строго доказано Пейджем, а много раньше в 1975 году Д. Гэнноном и К.В. Ли [42, с. 496].

¹¹Под машиной времени понимается пространство-время, в котором есть гладкие времениподобные замкнутые кривые, т.е. временные петли.

¹²Предложенная конструкция машины времени неверна. Во-первых, в их описании конструкции есть момент, который противоречит принципу эквивалентности, а во-вторых, хотя они и заявляют о кротовой норе, соответствующее решение в рамках ОТО – это метрики, заданные на 3-мерном цилиндре, а не на 3-мерной плоскости с приклеенной ручкой. Подобного же мнения был М.Ю. Константинов [44]. Корректная склейка двух асимптотически плоских концов никем не была сделана, хотя были найдены конструкции 3-мерной кротовой норы, либо с помощью переклейки 3-мерного пространства \mathbb{R}^3 , ведущей к образованию кротовой норы заданной длины (2012, [6, 48]), либо за счет склейки двух \mathbb{R}^3 (2016, [49]). Синхронность хода часов вдоль кротовой норы также невозможна и пр. (см. [6]) Автор писал об этом на заре электронной почты двум авторам публикаций о торновской машине времени. Англоязычный известный специалист исправил соответствующее место в своей готовящейся к печати книге.

14. Кротовые норы, причинность и машина времени

Речь идет о тесной связи кротовых нор с нарушением принципа причинности.

14.1. Случай 3-мерных кротовых нор

При порождении 3-мерной кротовой норы может случиться, что ее концы окажутся в областях с разным темпом времени. В таком случае может сработать конструкция превращения кротовой норы в машину времени, как об этом писали Торн и др. [8].

14.2. Случай 4-мерных кротовых нор

Использование 4-мерных кротовых нор в качестве машины времени подробно описано в статье [43] и в деталях в книге [6]. Естественно, поскольку мы работаем в рамках классической, не квантовой ОТО, приходится говорить о нарушении причинности и о решении парадокса дедушки. Решение этих проблем основывается на том, что пространство-время в ОТО, и реальное пространство-время, *не совсем абсолютны*, их события текучи, вариантны, и это не дает внуку возможности убить дедушку в юном возрасте. Иначе говоря, ОТО следует переформулировать в терминах интуиционистской логики.

14.3. Случай 3-мерных кротовых нор

В своей книге Кип Торн [42, с. 502] заявляет, что существует классический способ порождения 3-мерной кротовой норы в 3-пространстве, но за это придется заплатить большую цену, должна существовать машина времени: «...будет сворачиваться также и время. Более точно выражаясь, такое создание червоточины требует возможности путешествия назад во времени: каким бы «механизмом» эта червоточина ни создавалась, он, фактически, является машиной времени, которая переносит объекты из более поздних моментов строительства к более ранним (но не раньше начала строительства)».

Торн ссылается на следующую теорему Героча [45]:

Пусть M^4 – компактное пространство время, границей которого является непересекающееся объединение двух замкнутых пространственноподобных 3-многообразия, M^3 и \widetilde{M}^3 . Предположим, что M^4 допускает непрерывный выбор световых конусов будущего и не имеет замкнутой времениподобной кривой. Тогда M^3 и \widetilde{M}^3 диффеоморфны, а $M^4 = M^3 \times [0, 1]$.

Однако, поскольку порождение 3-мерной кротовой норы – это изменение топологии 3-пространства, а именно измененным, недиффеоморфным будет, скажем \widetilde{M}^3 , то по теореме Героча пространство-время либо будет вместе с кротовой норой приобретать машину времени, либо потеряет временную ориентацию, т.е. оси световых конусов не будут задавать везде ненулевое непрерывное времениподобное векторное поле. Время будет течь беспорядочно в пространстве времени, приобретающем 3-мерную кротовую нору. Более того, векторное поле, задававшее временную ориентацию, может занулиться, а это означает появления сингулярности в пространстве-времени.

Кстати, в статье [46] мы показали как может меняться топология в пространстве, чтобы либо образовалась 3-мерная кротовая нора, либо 4-мерная кротовая нора.

Заключение

В обзоре мы представили наиболее значимые достижения и проблемы в области теории варп-корабля. Мы видим, что за последние пять-десять лет эта тематика была достаточно привлекательной и в своих исследованиях авторы рассматривали в основном варп-корабли типа Альбукерре,

а для них пытались решать такие серьезные проблемы как управляемость варп-пузырем и поиски конструкций варп-двигателей, не использующих экзотическую материю.

Объем статьи не позволяет представить результаты, касающиеся излучения гравитационных волн варп-двигателем [58], прохождение сферического варп-корабля через горизонт черной дыры изнутри наружу [59], массы варп-пузыря и другие.

Отметим важное обстоятельство: варп-корабли типа Альбукьерре требуют либо отрицательную энергию как это было в начале данного проекта, либо уже положительную как это заявлено в последние годы. Но всегда это гигантские абсолютные значения энергии. Почему, казалось бы одна и та же идея, приводит к разному знаку энергии? Ответ прост: при гигантских значениях энергии (по величине!) происходит изменение топологии пространства, как сказано в § 13.3, а знак энергии указывает на тип топологического перемещения. При положительной энергии – это образование 4-мерной кротовой норы, а при отрицательной образуется 3-мерная кротовая нора. Перемещения без изменения топологии также происходят, но при плотностях энергии меньших, чем $c^4/G\sigma$.

Попытку построить микроварп-двигатель предприняла группа Уайта [61]. В основе их работы физика полости Казимира, в которой они получили области с отрицательной энергией, похожие на то, что имеется в проекте Альбукьерре (на рис. 6, а)). Создание варп-двигателя не является их основной темой исследований (они финансируются Министерством обороны США). Уайт заявляет: «Чтобы быть ясным, наше открытие — не аналог варп-пузыря, это настоящий, хотя и скромный и крошечный, варп-пузырь».

Очевидно одно – варп-корабли способны решить проблему сверхбыстрых межзвездных перелетов. Но для этого нужно научиться порождать гигантские плотности энергии, независимо от знака энергии, и решить проблему защиты экипажа от различного типа излучений. Конечно, величины необходимой энергии кажутся нам гигантскими, но, вспомним, что и бомба, способная уничтожить город, для исследователей XVII века виделась бы не менее фантастичной, чем варп-корабль сегодня.

Список литературы

1. Alcubierre M. The Warp drive: Hyper-fast travel within general relativity. *Class. Quant. Grav.* 1994. V. 11. L73–L77 pp. arXiv: gr-qc/0009013.
2. Гуц А.К. Космический корабль, разрушающий пространство. *Техника-молодежи*. 1983. № 11. С. 14–16.
3. Гуц А.К. Многомерная гравитация и машина времени. *Известия вузов. Физика*. 1996. № 2. С. 14–19.
4. Гуц А.К. Изменение топологии физического пространства в замкнутой вселенной. *Известия вузов. Физика*. 1982. № 5. С. 23–26.
5. Гуц А.К. Нарушение связности физического пространства. *Известия вузов. Физика*. 1983. №.8. С. 3–6.
6. Гуц А.К. *Физика реальности*. Омск: Изд-во КАН, 2012. 424 с.
7. Гуц А.К. Разрывая пространство к звездам. *Вечерний Омск* от 18 ноября 1981 г.
8. Morris M. S., Thorne K. S., Yurtsever U. Wormholes, Time Machines, and the Weak Energy Condition. *Physical Review Letters*. 1988. V. 61. 1446–1449 pp.
9. Википедия: Варп-двигатель. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Варп-двигатель>
10. Bobrick A., Martire G. Introducing Physical Warp Drives. arXiv: 2102.06824v2 [gr-qc] (2021).
11. Alcubierre M., Lobo F. S. N. Warp drive basics / In: Wormholes, Warp Drives and Energy Conditions. 279 p. arXiv: 2103.05610 [gr-qc].
12. Ford L.H., Roman T.A. Averaged energy conditions and quantum inequalities. *Phys. Rev. D*. 1995. V. 51. 4277–4286 pp. arXiv:gr-qc/9410043.
13. Pfenning M.J., Ford L.H. Unphysical nature of warp drive. *Classical and Quantum Gravity*. 1997. V. 14. 1743–1752 pp.
14. Pfenning M.J., Ford L.H. Quantum Inequality Restrictions on Negative Energy Densities in Curved Spacetimes. arXiv: gr-qc/9805037v1.

15. Gauthier C., Gravel P., Melanson. New lower bounds for the energy of large or micro-warp drive bubbles. *J. Gravitation & Cosmology*. 2003. V. 9. no. 4 (36). 301–306 pp.
16. Epstein H., Glaser V., Jaffe A. Nonpositivity of the energy density in quantized field theories. *Nuovo Cimento*. 1985. V. 36. 1016–1022 pp.
17. Everett A.E. Warp drive and causality. *Phys. Rev. D*. 1996. V. 53. 7365–7368 pp.
18. Shoshany B., Snodgrass B. Warp Drives and Closed Timelike Curves. arXiv: 2309.10072v2 [gr-qc].
19. Segman Y. Warp Drive with Positive Energy. *Journal of High Energy Physics, Gravitation and Cosmology*. 2021. V. 7. no. 3. 906–913 pp.
20. Segman Y. Modification in Alcubierre Warp Drive Geometry to Preserve. *European Journal of Applied Sciences*. 2024. Vol. 12. no. 3. 189–206 pp. DOI:10.14738/aivp.123.17054.
21. Olum K.D. Superluminal travel requires negative energies. *Phys. Rev. Lett.* 1998. V. 81. 3567–3570 pp. arXiv: gr-qc/9805003.
22. Olum K.D. Superluminal travel requires negative energies. arXiv: gr-qc/9805003v2.
23. Lobo F.S.N., Visser M. Linearized warp drive and the energy conditions. arXiv: gr-qc/0412065.
24. Hiscock W.A. Quantum effects in the Alcubierre warp drive spacetime. arXiv: gr-qc/9707024.
25. Barceló C., Finazzi S., Liberati S. On the impossibility of superluminal travel: the warp drive lesson. arXiv:1001.4960v1 [gr-qc].
26. Finazzi S., Liberati S., Barceló C. Semiclassical instability of dynamical warp drives. arXiv:0904.0141v2 [gr-qc].
27. Loup F., Held R., Waite D., Halerewicz E. Jr., Stabno M., Kuntzman M., Sims R. A causally connected superluminal Warp Drive spacetime. arXiv: gr-qc/0202021.
28. Santos-Pereira O.L., Abreu E., Ribeiro M. B. Dust content solutions for the Alcubierre warp drive spacetime. *The European Physical Journal C*. 2020. V. 80. P. 786.
29. Santos-Pereira O.L., Abreu E.M. C., Ribeiro M.B. Fluid dynamics in the warp drive spacetime geometry, arXiv: 2101.11467v2 [gr-qc].
30. Santos-Pereira O.L., Abreu E.M. C., Ribeiro M.B. Warp drive dynamic solutions considering different fluid sources. arXiv: 2111.01298v1 [gr-qc].
31. Кушнер А.Г. Разработка методов управления нелинейными процессами в сплошных средах. В сб.: *Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2023)*. Труды Шестнадцатой международной конференции. Москва, 2023. С.138–143.
32. Natario J. Warp Drive With Zero Expansion. *Class. Quant. Grav.* 2002. V.. 19. 1157 pp. arXiv: gr-qc/0110086.
33. Van Den Broeck C. A ‘warp drive’ with more reasonable total energy requirements. *Class. Quant. Grav.* 1999. V. 16. 3973–3979 pp. arXiv: gr-qc/9905084.
34. Lentz E.W. Breaking the warp barrier: hyper-fast solitons in Einstein-Maxwell- plasma theory. *Classical and Quantum Gravity*. 2021. V. 38. P. 075015. URL: <https://arxiv.org/pdf/2006.07125>.
35. Lentz E.W. Hyper-Fast Positive Energy Warp Drives. arXiv: 2201.00652.
36. Helmerich C., Fuchs J., Bobrick A., Sellers L., Melcher B., Martire G. Analyzing Warp Drive Spacetimes with Warp Factory. arXiv: 2404.03095v2 [gr-qc].
37. Siyu Bian, Yi Wang, Zun Wang, Mian Zhu. Obstacles from interstellar matters and distortion in warp drive superluminal travel scenario. *Eur. Phys. J. C*. 2022. V. 82. P. 861.
38. Revenós A. On the Gauss-Bonnet formula on the odd-dimensional manifolds. *Tohoku Math. J.* 1979. V. 31. no. 2. 165–178 pp.
39. Avez, A. Characteristic Classes and Weyl Tensor: Applications to General Relativity. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 1970. V. 6. no. 2. 265–268 pp.
40. Sato Y. 3-dimensional homology handles and minimal second betti numbers of 4-manifolds. *Osaka J. Math.* 1998. V. 35. 509–527 pp.
41. Morris M. S., Thorne K. S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity. *Am. J. Phys.* 1988. V. 56. no. 5. 395–412 pp.
42. Торн К.С. *Черные дыры и складки времени: Дерзкое наследие Эйнштейна*. М.: Издательство физико-математической литературы, 2007. 616 с.

43. Guts A.K. Time machine as 4-dimensional wormhole. arXiv: gr-qc/9612064v1.
44. Костантинов М.Ю. О кинематических свойствах топологически нетривиальных моделей пространства-времени *Известия вузов. Физика*. 1992. № 12. С. 84–88.
45. Geroch R. P. Topology in General Relativity. *Journal of Mathematical Physics*. 1967. V. 8. 782–786 pp.
46. Гуц А.К., Подоксёнов М.Н. Топологическое описание образования кротовых нор в общей теории относительности. *Пространство, Время и Фундаментальные Взаимодействия*. 2022. № 4 (41). С.4–12.
47. Maldacena J., Milekhin A. Popov F. Traversable wormholes in four dimensions. arXiv: 1807.04726v2.
48. Гуц А.К. Модель образования ручки в 3-мерном римановом многообразии. *Дни геометрии в Новосибирске, 2013. Тезисы международной конференции*. Новосибирск: Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН. 29 августа - 31 августа 2013 г. С. 36–37.
49. Gibbons G.W., Volkov M.S. Ring wormholes via duality rotations. *Physics Letters*. 2016. V. B760. 324–328 pp.
50. Loup F., Waite D., Halerewicz E. Jr. Reduced total energy requirements for a modified Alcubierre warp drive spacetime. arXiv: gr-qc /0107097.
51. Alcubierre M. *Introduction to 3+1 Numerical Relativity*. Oxford University Press, 2008.
52. Visser M., Bassett B.A., Liberati S. Superluminal censorship. *Nuclear Physics B. Proceedings Supplements*. 2000. V. 88(1). 267–270 pp.
53. Visser M., Lobo F.S.N. Warp drive basics. arXiv: 2103.05610 [gr-qc].
54. Santiago J., Schuster S., Visser M. Generic warp drives violate the null energy condition. *Phys. Rev. D*. 2022. V. 105. no. 6. 064038 p. arXiv: 2105.03079 [gr-qc].
55. Шкловский И. С. *Вселенная, жизнь, разум*. М.: Журнал «Экология и жизнь», 2006.
56. Geroch R., “Faster than light?” / In: *Advances in Lorentzian geometry*. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2011. arXiv:1005.1614 [gr-qc].
57. Graham N., Olum K.D. Achronal averaged null energy condition. URL: <https://arxiv.org/abs/0705.3193v2>.
58. Clough K., Dietrich T., Khan S. What no one has seen before: gravitational waveforms from warp drive collapse. arXiv: 2406.02466v2 [gr-qc].
59. Eroshenko Yu. N. Escape from a black hole with spherical warp drive. arXiv: 2210.17468v2 [gr-qc].
60. Гуц А.К. Топологический характер работы варп-двигателя Алькьюберре при выходе на сверхсветовую скорость. *Эффективное обеспечение научно-технологического прогресса: исследование задач и поиск решений: сборник статей Международной научно-практической конференции (г. Магнитогорск, РФ, 25 августа 2024г.)*. - Уфа: Аэтерна, 2024 (в печати).
61. White H., Vera J., Han A., Bruccoleri A.R., MacArthur J. Worldline numerics applied to custom Casimir geometry generates unanticipated intersection with Alcubierre warp metric. *Eur. Phys. J.* 2021. V. 81 C. P. 677. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-09484-z>

References

1. Alcubierre M. The Warp drive: Hyper-fast travel within general relativity. *Class. Quant. Grav.* 1994. V. 11. L73-L77 pp. arXiv: gr-qc/0009013.
2. Guts A.K. A spaceship destroying space. *Technology for the Youth*. 1983. № 11. P. 14-16. (in Russ.)
3. Guts A.K. Multidimensional gravity and the time machine. *Izvestiya vuzov. Physics*. 1996. № 2. P. 14-19. (in Russ.)
4. Guts A.K. Changing the topology of physical space in a closed universe. *Izvestiya vuzov. Physics*. 1982. № 5. P. 23–26. (in Russ.)
5. Guts A.K. Disruption of the connectivity of physical space. *Izvestiya vuzov. Physics*. 1983. №.8. P. 3–6. (in Russ.)
6. Guts A.K. *Physics of reality*. 2012. 424 p. (in Russ.)
7. Guts A.K. Tearing space towards the stars. *Evening Omsk* dated November 18, 1981 (in Russ.)
8. Morris M. S., Thorne K. S., and Yurtsever U. Wormholes, Time Machines, and the Weak Energy Condition. *Physical Review Letters*. 1988. V. 61. 1446–1449 pp.

9. Vikipediya: Varp-dvigatel'. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/> (in Russ.)
10. Bobrick A., Martire G. Introducing Physical Warp Drives. arXiv: 2102.06824v2 [gr-qc].
11. Alcubierre M., Lobo F. S. N. Warp drive basics / In: Wormholes, Warp Drives and Energy Conditions. 1-279 p. arXiv: 2103.05610 [gr-qc].
12. Ford L.H., Roman T.A. Averaged energy conditions and quantum inequalities. *Phys. Rev. D.* 1995. V. 51. 4277–4286 pp. arXiv:gr-qc/9410043.
13. Pfenning M.J., Ford L.H. Unphysical nature of warp drive. *Classical and Quantum Gravity.* 1997. V. 14. 1743–1752 pp.
14. Pfenning M., Ford L.H. Quantum Inequality Restrictions on Negative Energy Densities in Curved Spacetimes. arXiv: gr-qc/9805037v1.
15. Gauthier C., Gravel P., Melanson. New lower bounds for the energy of large or micro-warp drive bubbles. *J. Gravitation & Cosmology.* 2003. V. 9. no. 4 (36). 301–306 pp.
16. Epstein H., Glaser V. , Jaffe A. Nonpositivity of the energy density in quantized field theories. *Nuovo Cimento.* 1965. V. 36. 1016–1022 pp.
17. Everett A.E. Warp drive and causality. *Phys. Rev. D.* 1996. V. 53. 7365–7368 pp.
18. Shoshany B., Snodgrass B. Warp Drives and Closed Timelike Curves. arXiv: 2309.10072v2 [gr-qc].
19. Segman Y. Warp Drive with Positive Energy. *Journal of High Energy Physics, Gravitation and Cosmology.* 2021. V. 7. no. 3. 906–913 pp.
20. Segman Y. Modification in Alcubierre Warp Drive Geometry to Preserve. *European Journal of Applied Sciences.* 2024. Vol. 12. no. 3. 189–206 pp. DOI:10.14738/aivp.123.17054.
21. Olum K.D. Superluminal travel requires negative energies. *Phys. Rev. Lett.* 1998. V. 81. 3567-3570 pp. arXiv: gr-qc/9805003.
22. Olum K.D. Superluminal travel requires negative energies. arXiv: gr-qc/9805003v2.
23. Lobo F.S.N., Visser M. Linearized warp drive and the energy conditions. arXiv: gr-qc/0412065.
24. Hiscock W.A. Quantum effects in the Alcubierre warp drive spacetime. arXiv: gr-qc/9707024.
25. Barceló C., Finazzi S., Liberati S. On the impossibility of superluminal travel: the warp drive lesson. arXiv: 1001.4960v1 [gr-qc].
26. Finazzi S., Liberati S., Barceló C. Semiclassical instability of dynamical warp drives. arXiv: 0904.0141v2 [gr-qc].
27. Loup F., Held R., Waite D., Halerewicz E. Jr., Stabno M., Kuntzman M., Sims R. A causally connected superluminal Warp Drive spacetime. arXiv: gr-qc/0202021.
28. Santos-Pereira O.L., Abreu E., Ribeiro M. B. Dust content solutions for the Alcubierre warp drive spacetime. *The European Physical Journal. C.* 2020. V. 80. P. 786.
29. Santos-Pereira O.L., Abreu E.M. C., Ribeiro M.B. Fluid dynamics in the warp drive spacetime geometry, arXiv: 2101.11467v2 [gr-qc].
30. Santos-Pereira O.L., Abreu E.M. C., Ribeiro M.B. Warp drive dynamic solutions considering different fluid sources. arXiv: 2111.01298v1 [gr-qc].
31. Kushner A.G. Development of methods for controlling nonlinear processes in continuous media. In.: *Management of Large-scale systems Development (MLSD'2023). Proceedings of the Sixteenth International Conference.* Moscow, 2023. P. 138–143. (in Russ.)
32. Natario J. Warp Drive With Zero Expansion. *Class. Quant. Grav.* 2002. V. 19. 1157 pp. URL: [arxiv/gr-qc/0110086](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0110086).
33. Van Den Broeck C. A 'warp drive' with more reasonable total energy requirements. *Class. Quant. Grav.* 1999. V. 16. 3973 pp. arXiv: gr-qc/9905084.
34. Lentz E.W. Breaking the warp barrier: hyper-fast solitons in Einstein-Maxwell- plasma theory. *Classical and Quantum Gravity.* 2021. V. 38. 075015 p. URL: <https://arxiv.org/pdf/2006.07125>.
35. Lentz E.W. *Hyper-Fast Positive Energy Warp Drives.* arXiv:2201.00652.
36. Helmerich C., Fuchs J., Bobrick A., Sellers L., Melcher B., Martire G. Analyzing Warp Drive Spacetimes with Warp Factory. arXiv: 2404.03095v2 [gr-qc].
37. Siyu Bian, Yi Wang, Zun Wang, Mian Zhu. Obstacles from interstellar matters and distortion in warp drive superluminal travel scenario. *Eur. Phys. J. C.* 2022. V. 82. P. 861.

38. Revenós A. On the Gauss-Bonnet formula on the odd-dimensional manifolds. *Tohoku Math. J.* 1979. V. 31. no. 2. 165–178 pp.
39. Avez A. Characteristic Classes and Weyl Tensor: Applications to General Relativity. *Proceedings of the National Academy of Sciences.* 1970. V. 6. no. 2. 265–268 pp.
40. Sato Y. 3-dimensional homology handles and minimal second betti numbers of 4-manifolds. *Osaka J. Math.* 1998. V. 35. 509–527 pp.
41. Morris M. S., Thorne K.S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity. *Am. J. Phys.* 1988. V. 56. no. 5. 395–412 pp.
42. Torn K.S. *Black Holes and the Folds of Time: Einstein's Audacious Legacy.* M.: Publishing House of physico-mathematical literature, 2007. 616 p.
43. Guts A.K. Time machine as 4-dimensional wormhole. arXiv: gr-qc/9612064v1.
44. Konstantinov M. Yu. On the kinematic properties of topologically nontrivial space-time models. *Izvestiya vuzov. Physics.* 1992. no. 12. 83-87 pp. (in Russ.).
45. Geroch R. P. Topology in General Relativity. *Journal of Mathematical Physics.* 1967. V. 8. 782–786 pp.
46. Guts A.K., Podoksyonov M.N. Topological description of wormhole formation in the general theory of relativity. *Space, Time, and Fundamental Interactions.* 2022. № 4 (41). P.4–12. (in Russ.).
47. Maldacena J., Milekhin A. Popov F. Traversable wormholes in four dimensions. arXiv: 1807.04726v2.
48. Guts A.K. A model of pen formation in a 3-dimensional Riemannian manifold. *Days of Geometry in Novosibirsk, 2013. Abstracts of the international conference.* Novosibirsk: Institute of mathematics S. L. Soboleva SO RAN. 29 August-31 August 2013. P. 36–37. (in Russ.)
49. Gibbons G.W., Volkov M.S. Ring wormholes via duality rotations. *Physics Letters.* 2016. V. B760. 324–328 pp.
50. Loup F., Waite D., Halerewicz E. Jr. Reduced total energy requirements for a modified Alcubierre warp drive spacetime. arXiv: gr-qc /0107097.
51. Alcubierre M. Introduction to 3+1 Numerical Relativity. Oxford University Press, 2008.
52. Visser M., Bassett B.A., Liberati S. Superluminal censorship. *Nuclear Physics B. Proceedings Supplements.* 2000. V. 88(1). 267–270 pp.
53. Visser M., Lobo F.S.N. Warp drive basics. arXiv: 2103.05610 [gr-qc].
54. Santiago J., Schuster S., Visser M. Generic warp drives violate the null energy condition. *Phys. Rev. D.* 2022. V. 105. no. 6. 064038 p. arXiv: 2105.03079 [gr-qc].
55. Shklovskiy I.S. *The universe, life, mind.* M.: Ecology and life, 2006. (in Russ.)
56. Geroch R., “Faster than light?” / In: Advances in Lorentzian geometry. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2011. arXiv:1005.1614 [gr-qc].
57. Graham N., Olum K.D. Achronal averaged null energy condition. URL: <https://arxiv.org/abs/0705.3193v2>.
58. Clough K., Dietrich T., Khan S. What no one has seen before: gravitational waveforms from warp drive collapse. arXiv: 2406.02466v2 [gr-qc].
59. Eroshenko Yu. N. Escape from a black hole with spherical warp drive. arXiv:2210.17468v2 [gr-qc].
60. Guts A.K. The topological nature of the operation of the Alcubierre warp engine when reaching superluminal speed. *Effective provision of scientific and technological progress: research of tasks and search for solutions: collection of articles of the International Scientific and Practical Conference (Magnitogorsk, Russian Federation, August 25, 2024).* – Ufa: Aeterna, 2024. (in Russ.)
61. White H., Vera J., Han A., Bruccoleri A.R., MacArthur J. Worldline numerics applied to custom Casimir geometry generates unanticipated intersection with Alcubierre warp metric. *Eur. Phys. J.* 2021. V. 81 C. P. 677. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-09484-z>

Авторы

Гуц Александр Константинович, д.ф.-м.н., профессор, Сочинский государственный университет, ул. Политехническая, д. 7, г. Сочи, 354013, Россия.

E-mail: aguts@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Гуц А. К. Варп-двигатель и общая теория относительности. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2024. № 3-4. С. 20–52.

Authors

Guts Alexander Konstantinovich, D.Sci., Professor, Sochi State University, Polytechnic st. 7, Sochiy, 354013, Russia.

E-mail: aguts@mail.ru

Please cite this article in English as:

Guts A.K. Warp Drive and General Relativity. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2024, no. 3-4, pp. 20–52.