

УДК 5530.12+531.51+517.944+519.713+514.774+519.711.3+551.5.001.57+517.957

© Самигуллина А. Р., 2024

**ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ОСНОВАННЫХ НА АСИММЕТРИЧНОМ
СКАЛЯРНОМ ХИГГСОВОМ ДУБЛЕТЕ С ПОТЕНЦИАЛЬНЫМ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ МЕЖДУ КОМПОНЕНТАМИ, ПОСТРОЕНИЕ
ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ ЭЙНШТЕЙНА-ХИГГСА ***

Самигуллина А. Р.^{a,1}^a Казанский федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия

Программный комплекс (ПК) предназначен для автоматизированного численно-аналитического моделирования нелинейных динамических систем, основанных на асимметричном скалярном Хиггсовом дублете с потенциальным взаимодействием между компонентами. ПК может применяться для научных исследований. ПК обеспечивает выполнение следующих функций: автоматизированный вывод численного решения ОДУ в функциональном виде, автоматизированный вывод полученных решений в графическом формате в трехмерном фазовом подпространстве $\mathbb{R}^3 = \{\Phi, Z, H\}$ и $\mathbb{R}^3 = \{\phi, z, H\}$.

Ключевые слова: Уравнения Эйнштейна, гиперповерхность Эйнштейна-Хиггса, интеграл полной энергии, СКМ Maple.

**SOFTWARE PACKAGE FOR STUDYING NONLINEAR DYNAMIC SYSTEMS
BASED ON AN ASYMMETRIC SCALAR HIGGS DOUBLET WITH POTENTIAL
INTERACTION BETWEEN COMPONENTS, CONSTRUCTION OF AN
EINSTEIN-HIGGS HYPERSURFACE**

Samigullina A. R.^{a,1}^a Kazan Federal University, Kazan, 420008, Russia

The software package (PC) is designed for automated numerical and analytical modeling of nonlinear dynamical systems based on the asymmetric scalar Higgs doublet with potential interactions between components. PC can be used for scientific research. The PC provides the following functions: automated output of numerical ODE solutions in functional form, automated output of the obtained solutions in graphical form format in three-dimensional phase subspace $\mathbb{R}^3 = \{\Phi, Z, H\}$ and $\mathbb{R}^3 = \{\phi, z, H\}$.

Keywords: Einstein equations, Einstein-Higgs hypersurface, total energy integral, SCM Maple.

PACS: 04.20.Cv, 98.80.Cq, 96.50.S, 52.27.Ny, 02.60.Cb, 07.05.Tr, 04.25.-g

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2024.2.18-25

Введение

Все фазовые траектории динамической системы [1], [3], [4], [5], соответствующей космологической модели, лежат на гиперповерхности Эйнштейна-Хиггса [5], топология этой поверхности определяет глобальные свойства космологической модели. Сказанное относится не только к рассматриваемому здесь случаю, но и к любым видам потенциальной энергии скалярных полей.

* Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной в рамках государственной поддержки Казанского (Приволжского) федерального университета в целях повышения его конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

¹E-mail: alsu_sam@mail.ru

Необходимость создания программных инструментов для компьютерного исследования этих поверхностей, и посвящена данная статья.

1. Математическая модель космологической эволюции

1.1. Асимметричный скалярный Хиггсов дублет с потенциальным взаимодействием между компонентами

Опишем базовые соотношения математической модели космологической эволюции классического скалярного Хиггсова поля основанной на асимметричном скалярном дублете и ее основные свойства. В качестве полевой модели рассмотрим самосогласованную систему уравнений Эйнштейна, классического Φ и фантомного ϕ скалярных полей, с потенциалом Хиггса, которому соответствует функция Лагранжа ¹

$$L = \frac{1}{16\pi}(g^{lm}\Phi_{,l}\Phi_{,m} - 2V(\Phi)) + \frac{1}{16\pi}(-g^{lm}\varphi_{,l}\varphi_{,m} - 2v(\varphi)) + \frac{1}{8\pi}\gamma\Phi^2\varphi^2, \quad (1)$$

где

$$V(\Phi) = -\frac{\alpha}{4}\left(\Phi^2 - \frac{m^2}{\alpha}\right)^2 \quad (2)$$

$$v(\varphi) = -\frac{\beta}{4}\left(\varphi^2 - \frac{\mu^2}{\beta}\right)^2 \quad (3)$$

– потенциальная энергия Хиггса соответствующих скалярных полей, α и β константы их самодействия, γ – константа взаимодействия компонент дублета, m и μ – их массы квантов.

Канонический тензор энергии-импульса (см., например, [2]) скалярного дублета относительно функции Лагранжа (1) имеет вид

$$\begin{aligned} 8\pi T_i^k &= \Phi_{,i}\Phi^{,k} - \frac{\delta_i^k}{2}\Phi_{,j}\Phi^{,j} + \delta_i^k V(\Phi) \\ -\phi_{,i}\phi^{,k} &+ \frac{\delta_i^k}{2}\Phi_{,j}\Phi^{,j} + \delta_i^k v(\phi) - \delta_i^k \gamma \Phi^2 \phi^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Гравитационное поле скалярного дублета описывается уравнениями Эйнштейна с тензором энергии-импульса T_i^k (4) и *затравочной космологической постоянной* Λ_0

$$G_i^k = R_i^k - \frac{1}{2}R\delta_i^k = 8\pi T_i^k + \Lambda_0\delta_i^k. \quad (5)$$

Затравочное значение космологической постоянной Λ_0 связана с её наблюдаемым значением Λ , получающимся при изъятии постоянного слагаемого в потенциальной энергии, соотношением

$$\Lambda = \Lambda_0 - \frac{m^4}{4\alpha} - \frac{\mu^4}{4\beta}. \quad (6)$$

Функции Лагранжа (1) соответствуют уравнения скалярных полей:

$$\Delta\Phi + V'_\Phi - 2\gamma\Phi\phi^2 = 0; \quad (7)$$

$$-\Delta\phi + v'_\phi - 2\gamma\Phi^2\phi = 0, \quad (8)$$

где

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^i}\sqrt{-g}g^{ik}\frac{\partial}{\partial x^k}. \quad (9)$$

¹Здесь и далее используется планковская система единиц $G = \hbar = c = 1$.

1.2. Полная система уравнений для метрики Фридмана

В случае пространственно-плоской метрики Фридмана

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (10)$$

где $a(t)$ - масштабный фактор и не зависящих от трехмерных координат скалярных полей $\Phi(t)$, $\phi(t)$ тензор энергии-импульса скалярного поля принимает изотропную структуру

$$T_k^i = (\varepsilon + p)\delta_4^i \delta_k^4 - p\delta_k^i, \quad (11)$$

где

$$\varepsilon = T_4^4 = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 + V(\Phi) \right) + \frac{1}{8\pi} \left(-\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + v(\phi) \right) - \frac{1}{8\pi} \gamma \Phi^2 \phi^2; \quad (12)$$

$$p = -T_\alpha^\alpha = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 - V(\Phi) \right) - \frac{1}{8\pi} \left(\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + v(\phi) \right) + \frac{1}{8\pi} \gamma \Phi^2 \phi^2, \quad (13)$$

так что

$$\varepsilon + p = \frac{1}{8\pi} (\dot{\Phi}^2 - \dot{\phi}^2), \quad (14)$$

где ε - плотность энергии и p - давление космологической системы.

Уравнения полей скалярного дублета (7)–(8) в метрике (10) принимают вид

$$\ddot{\Phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\Phi} + V'_\Phi - 2\gamma\Phi\phi^2 = 0; \quad (15)$$

$$-\ddot{\phi} - 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi} + v'_\phi - 2\gamma\Phi^2\phi = 0. \quad (16)$$

Нетрудно видеть, что из всех уравнений Эйнштейна (5) только два нетривиальных:

$$\frac{4}{4} : 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 - V(\Phi) + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - v(\phi) + \gamma\Phi^2\phi^2 - \Lambda_0 = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\alpha}{\alpha} : 2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 - V(\Phi) - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - v(\phi) + \gamma\Phi^2\phi^2 - \Lambda_0 = 0 \quad (18)$$

Придадим этим уравнениям более компактный вид, переходя от независимой переменной $a(t)$ к переменной $H(t)$ (см. [3] и содержащиеся там комментарии). Для этого продифференцируем по времени уравнение Эйнштейна (17)

$$\frac{6\dot{a}\ddot{a}}{a^2} - \frac{6\dot{a}^3}{a^3} - \ddot{\Phi}\dot{\Phi} - V'_\Phi\dot{\Phi} + \ddot{\phi}\dot{\phi} - v'_\phi\dot{\phi} - 2\gamma\Phi\dot{\Phi}\phi^2 - 2\gamma\Phi^2\dot{\phi}\phi = 0. \quad (19)$$

Умножая обе части уравнений поля (15) и (16) соответственно на $\dot{\Phi}$ и $\dot{\phi}$ и подставляя результат в (17), получим

$$3\frac{\dot{a}}{a} \left(\frac{2\ddot{a}}{a} - \frac{2\dot{a}^2}{a^2} + \dot{\Phi}^2 - \dot{\phi}^2 \right) = 0. \quad (20)$$

Вводя далее параметр Хаббла

$$H = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (21)$$

перепишем (20) в форме

$$6H \left(\dot{H} + \frac{\dot{\Phi}^2}{2} - \frac{\dot{\phi}^2}{2} \right) = 0 \Rightarrow \dot{H} = -\frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2. \quad (22)$$

Заметим, что уравнение (22) можно записать в эквивалентном виде, складывая уравнения (17) и (18) и применяя подстановку (21)

$$\dot{H} = -3H^2 + \frac{m^2\Phi^2}{2} - \frac{\alpha\Phi^4}{4} + \frac{\mu^2\phi^2}{2} - \frac{\beta\phi^4}{4} - \gamma\Phi^2\phi^2 + \Lambda. \quad (23)$$

Полученной системе уравнений можно придать нормальный вид, т.е., представить её в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка разрешенных относительно производных:

$$\dot{\xi} = H, \quad (\equiv F_1); \quad (24)$$

$$\dot{\Phi} = Z, \quad (\equiv F_2); \quad (25)$$

$$\dot{Z} = -3HZ - m^2\Phi + \alpha\Phi^3 + 2\gamma\Phi\phi^2, \quad (\equiv F_3); \quad (26)$$

$$\dot{\phi} = z, \quad (\equiv F_4); \quad (27)$$

$$\dot{z} = -3Hz + \mu^2\phi - \beta\phi^3 - 2\gamma\Phi^2\phi, \quad (\equiv F_5); \quad (28)$$

$$\dot{H} = -3H^2 + \frac{m^2\Phi^2}{2} - \frac{\alpha\Phi^4}{4} + \frac{\mu^2\phi^2}{2} - \frac{\beta\phi^4}{4} - \gamma\Phi^2\phi^2 + \Lambda, \quad (\equiv F_6). \quad (29)$$

Нормальная система динамических уравнений (24) – (29) описывает фазовые траектории в шестимерном фазовом арифметическом пространстве $\mathbb{R}^6 = \{\xi, H, \Phi, Z, \phi, z\}$. Каждой конкретной фазовой траектории, определяемой начальными условиями, в этом фазовом пространстве соответствует конкретная космологическая модель.

$$3H^2 - \frac{Z^2}{2} + \frac{\alpha\Phi^4}{4} - \frac{m^2\Phi^2}{2} + \frac{z^2}{2} + \frac{\beta\phi^4}{4} - \frac{\mu^2\phi^2}{2} + \gamma\Phi^2\phi^2 - \Lambda = 0. \quad (30)$$

Уравнение (30) определяет гиперповерхность в фазовом пространстве динамической системы (24)–(29) эту гиперповерхность будем называть *гиперповерхностью Эйнштейна-Хиггса*, на которой лежат все фазовые траектории этой системы [1]. Уравнение (30) определяет начальные значения параметра Хаббла $H(0) \equiv H_0$ при заданных начальных значениях $\Phi(0) \equiv \Phi_0$, $\phi(0) \equiv \phi_0$, $Z(0) \equiv Z_0$, $z(0) \equiv z_0$.

$$H_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{Z_0^2}{2} - \frac{\alpha\Phi_0^4}{4} + \frac{m^2\Phi_0^2}{2} - \frac{z_0^2}{2} - \frac{\beta\phi_0^4}{4} + \frac{\mu^2\phi_0^2}{2} - \gamma\Phi_0^2\phi_0^2 + \Lambda}. \quad (31)$$

Два симметричных решения для начального значения параметра Хаббла $H_0 \pm \equiv H_0$ соответствуют старту из состояния расширения (+), либо из состояния сжатия (-).

2. Опции команд для построения гиперповерхности Эйнштейна-Хиггса

В серии работ [1], [4] – [5] было проведено детальное исследование космологических моделей. Результаты этих работ было получены с помощью численного моделирования в СКМ Maple. Математическая модель, положенная в основу этих работ, состоит из нормальной системы уравнений (24) – (29), где полностью определяется заданием параметров \mathbf{P} и начальных условий \mathbf{I} :

$$\mathbf{P} = [[\alpha, \beta, m, \mu], \Lambda, \gamma], \quad \mathbf{I} = [\Phi_0, Z_0, \phi_0, z_0, e], \quad (32)$$

где $e = \pm 1$ – индикатор решения (31).

Команда `Eqs0` описывающая динамическую систему (24) – (29), где опция `param` – набор фундаментальных параметров системы (24) – (29) вводится в виде упорядоченного списка \mathbf{P} , имеет вид:

```
Eqs0:=proc(param) local alpha,beta,gamma,m,mu,Lambda:
alpha:=param[1]: beta:=param[2]: m:=param[3]:
mu:=param[4]: Lambda:=param[5]: gamma:=param[6]:
```

```
[diff(xi(t),t)=H(t),diff(Phi(t),t)=Z(t),
diff(Z(t),t)=-3*H(t)*Z(t)-m^2*Phi(t)+alpha*Phi(t)^3+2*gamma*Phi(t)*varphi(t)^2,
diff(varphi(t),t)=z(t),
diff(z(t),t)=-3*H(t)*z(t)+mu^2*varphi(t)-beta*varphi(t)^3-2*gamma*Phi(t)^2*varphi(t),
diff(H(t),t)=-3*H(t)^2+m^2*Phi(t)^2/2-alpha*Phi(t)^4/4+mu^2*varphi(t)^2/2-
beta*varphi(t)^4/4-gamma*Phi(t)^2*varphi(t)^2+Lambda]
end proc:
```

Введем также начальные условия для системы (24) – (29) с помощью команды `Inits`, где опция `INIT` вводится в виде упорядоченного списка **I**,

```
Inits:=proc(param,INIT) local Phi0,Z0,varphi0,z0,e,E0,H0,SBS:
Phi0:=INIT[1]:Z0:=INIT[2]:varphi0:=INIT[3]:z0:=INIT[4]:e:=INIT[5]:
SBS:={Phi=Phi0,Z=Z0,varphi=varphi0,z=z0}:
E0:=evalf(subs(SBS,E(param))):
if E0>=0 then
H0:=evalf(1/sqrt(3)*sqrt(E0)):
else print("E0<0!"):
end if:
[xi(0)=0,Phi(0)=Phi0,Z(0)=Z0,varphi(0)=varphi0,z(0)=z0,H(0)=e*H0]:
end proc:
```

Решение системы динамических уравнений (24) – (29) достигается командой `DS_r` – где опция `tau` – значение временной переменной

```
DS_r:=proc(param,IC,tau) local PP,PPP,ICS:
ICS:=Inits(param,IC):
PP:=dsolve({op(Eqs0(param)),op(ICS)}, type=numeric,output=listprocedure,
[xi(t),H(t),Phi(t),Z(t),varphi(t),z(t)],
method=rosenbrock,maxfun=5*10^(10),abserr = 1.*10^(-13), relerr = 1.*10^(-13)):
PPP:=subs(t=tau,PP):
[rhs(PPP(tau)[2]),rhs(PPP(tau)[3]),rhs(PPP(tau)[4]),rhs(PPP(tau)[5]),
rhs(PPP(tau)[6]),rhs(PPP(tau)[7])];
end proc:
```

В дальнейшем мы используем специальные программные процедуры `Surf_Einst_Phi` и `Surf_Einst_phi`, позволяющие автоматически строить гиперповерхность Эйнштейна-Хиггса в подпространстве $\Sigma_\Phi = \{\Phi, Z, H\}$

```
Surf_Einst_Phi:=proc(param,IC,tau,FZh,n,tr) local
alpha,beta,m,mu,Lambda,gamma,z_0,varphi_0,EQ,
Phi1,Phi2,Z1,Z2,h1,h2:
alpha:=param[1]:beta:=param[2]:m:=param[3]:mu:=param[4]:
Lambda:=param[5]:gamma:=param[6]:
varphi_0:=DS_r(param,IC,tau)[5]:
z_0:=DS_r(param,IC,tau)[6]:
Phi1:=FZh[1,1]:Phi2:=FZh[1,2]:Z1:=FZh[2,1]:Z2:=FZh[2,2]:
h1:=FZh[3,1]:h2:=FZh[3,2]:
EQ:=subs({varphi=varphi_0,z=z_0},Eq_Surf(param)):
plots[implicitplot3d](EQ,Phi=Phi1..Phi2,Z=Z1..Z2,H=h1..h2
,grid=[n,n,n],style=PATCHNOGRID,color=COLOR(RGB,0.5,0.5,0.5),
labels=[Phi,Z,H],labelfont=[TIME,ROMAN,16],transparency=tr):
end proc:
```

и в подпространстве $\Sigma_\phi = \{\phi, z, H\}$

```
Surf_Einst_varphi:=proc(param,IC,tau,fzh,n,tr) local
alpha,beta,m,mu,Lambda,gamma,Z_0,Phi_0,EQ,
varphi1,varphi2,z1,z2,h1,h2:
alpha:=param[1]:beta:=param[2]:m:=param[3]:mu:=param[4]:
Lambda:=param[5]:gamma:=param[6]:
Phi_0:=DS_r(param,IC,tau)[3]:
Z_0:=DS_r(param,IC,tau)[4]:
varphi1:=fzh[1,1]:varphi2:=fzh[1,2]:z1:=fzh[2,1]:z2:=fzh[2,2]:
h1:=fzh[3,1]:h2:=fzh[3,2]:
EQ:=subs({Phi=Phi_0,Z=Z_0},Eq_Surf(param)):
plots[implicitplot3d](EQ,varphi=varphi1..varphi2,z=z1..z2,H=h1..h2,
grid=[n,n,n],style=PATCHNOGRID,color=COLOR(RGB,0.5,0.5,0.5),
labels=[varphi,z,H],labelfont=[TIMES,ROMAN,16],transparency=tr):
end proc:
```

Первые три опции `param,IC,tau` описаны выше. Опция `n` – определяет размеры прямоугольной сетки, на которой генерируются точки. Прозрачность должна оцениваться в диапазоне от 0 до 1. Значение 0 означает «непрозрачно», а значение 1 означает «полностью прозрачно». Опция `tr` – определяет прозрачность поверхности.

На Рис. 1 – Рис. 4 показан результат исполнения команд:

```
>Surf_Einst_Phi([1,1,1,1,0.1,1],[0.99,0,0,0,1],10,
[[-2.5,2.5],[-3,3],[-1.5,1.5]],50,0.1);

>Surf_Einst_varphi([1,1,1,1,0.1,1],[0.99,0,0,0,1],10,
[[-2,2],[-1,1],[-0.4,0.4]],50,0.1);

>Surf_Einst_Phi([-1,-1,1,1,1,1],[0.99,0,0,0,1],1,
[[-3,3],[-5,5],[-2,2]],50,0.1)

>Surf_Einst_varphi([1,1,1,1,-0.1,1],[0,0,0.99,0,1],1,
[[-2,2],[-0.8,0.8],[-0.3,0.3]],50,0.1);
```

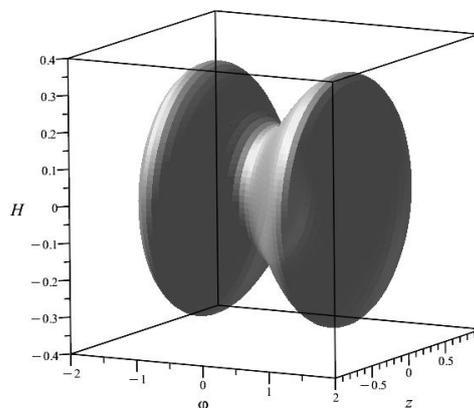
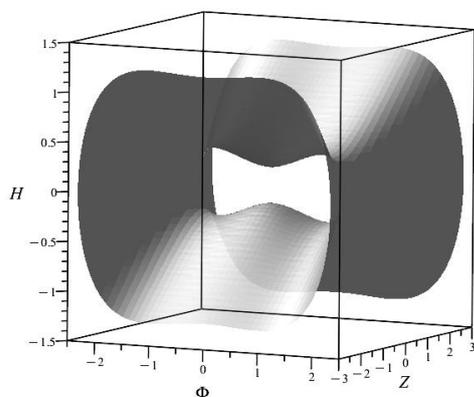


Рис. 1. Однополостной гиперboloид в Σ_ϕ : $P = [[1, 1, 1, 1], 0.1, 1]$, $I = [0.99, 0, 0, 0, 1]$. **Рис. 2.** Однополостной гиперboloид в Σ_ϕ : $P = [[1, 1, 1, 1], 0.1, 1]$, $I = [0.99, 0, 0, 0, 1]$.

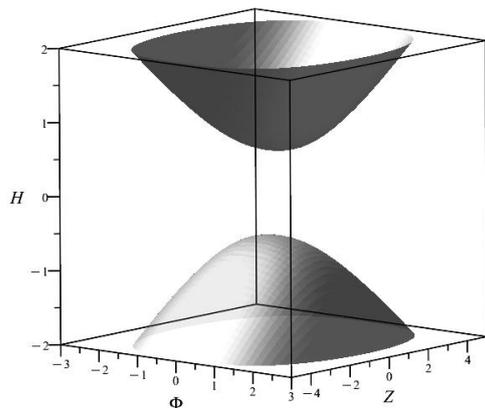


Рис. 3. Двуполостной гиперboloид в Σ_ϕ : $P = [[-1, -1, 1, 1], 1, 1]$, $I = [0.99, 0, 0, 0, 1]$

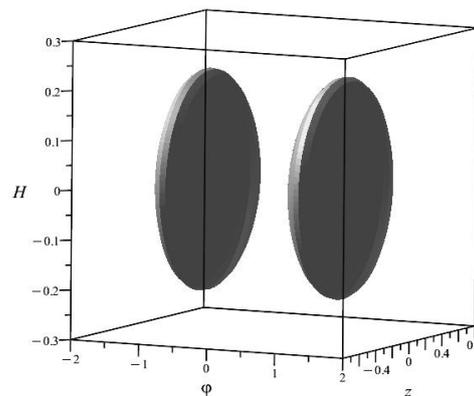


Рис. 4. Двуполостной гиперboloид в Σ_ϕ : $P = [[1, 1, 1, 1], -0.1, 1]$, $I = [0, 0, 0.99, 0, 1]$

Из этих примеров видно, что топология поверхности на Рис. 1 и Рис. 2 допускает переходы космологической модели от стадии расширения к стадии сжатия $H_+ \rightarrow H_-$, а топология поверхности на Рис. 3 и Рис. 4 – не допускает.

Список литературы

1. Игнат'ев Ю.Г., Самигуллина А.Р. Исследование полной модели космологической эволюции классического скалярного поля с Хиггсовым потенциалом. IV. Масштабные преобразования модели. *Известия ВУЗов, Физика*. 2024. Т. 67. № 4. С. 5–19.
2. Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields*. Pergamon Press. Oxford·New York·Toronto·Sydney· Paris· Frankfurt, 1971.
3. Ignat'ev Yu.G., Ignatyev D.Yu. *Grav. and Cosmol.*, **26**, 29 (2020); arXiv:2005.14010 [gr-qc].
4. Ignat'ev Yu.G., Samigullina A.R. Complete cosmological evolution model of a classical scalar field with a Higgs potential.III. Features of phase trajectory flows. *Russian Physics Journal*, vol. 64, no. 10, pp. 1808–1814.
5. Ignat'ev Yu.G., Samigullina A.R. Complete Model of Cosmological Evolution of a Classical Scalar Field with the Higgs Potential. I. Analysis of the Model. *Russian Physics Journal*, vol. 64, no. 3, pp. 523–533.

References

1. Ignat'ev Yu.G., Samigullina A.R. Study of a complete model of the cosmological evolution of a classical scalar field with a Higgs potential. IV. Scale converted models. *Russian Physics Journal*, 2024, vol. 67, no. 4, pp. 5–19.
2. Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields*. Pergamon Press. Oxford·New York·Toronto·Sydney· Paris· Frankfurt, 1971.
3. Ignat'ev Yu.G., Ignatyev D.Yu. *Grav. and Cosmol.*, **26**, 29 (2020); arXiv:2005.14010 [gr-qc].
4. Ignat'ev Yu.G., Samigullina A.R. Complete cosmological evolution model of a classical scalar field with a Higgs potential.III. Features of phase trajectory flows. *Russian Physics Journal*, vol. 64, no. 10, pp. 1808–1814.
5. Ignat'ev Yu.G., Samigullina A.R. Complete Model of Cosmological Evolution of a Classical Scalar Field with the Higgs Potential. I. Analysis of the Model. *Russian Physics Journal*, vol. 64, no. 3, pp. 523–533.

Авторы

Самигуллина Алсу Ринатовна, м.н.с, институт физики, Казанский федеральный университет, ул. Кремлевская, д. 16А, г. Казань, 420008, Россия.

E-mail: alsu_sam@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Самигуллина А. Р. Программный комплекс исследования нелинейных динамических систем, основанных на асимметричном скалярном Хиггсовом дублете с потенциальным взаимодействием между компонентами, построение гиперповерхности Эйнштейна-Хиггса. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2024. № 2. С. 18–25.

Authors

Samigullina Alsu Rinatovna, junior researcher, Institute of Physics, Kazan Federal University, Kremlyovskaya str., 16A, Kazan, 420008, Russia.

E-mail: alsu_sam@mail.ru

Please cite this article in English as:

Samigullina A. R. Software package for studying nonlinear dynamic systems based on an asymmetric scalar Higgs doublet with potential interaction between components, construction of an Einstein-Higgs hypersurface. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2024, no. 2, pp. 18–25.