

УДК 524.7+52-33+51-71

© Червон С. В., Фомин И. В., Кошелев Н. А., Журавлев В. М., 2024

СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНЫЕ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ, СОГЛАСОВАННЫЕ ПО НАБЛЮДАТЕЛЬНЫМ ОГРАНИЧЕНИЯМ*Червон С. В.^{a,b,c,1}, Фомин И. В.^{b,2}, Кошелев Н. А.^{a,3}, Журавлев В. М.^{a,4}^a Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, Ульяновск, 432048, Россия^b Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия^c Казанский федеральный университет, Казань, 420008, Россия

В данной работе рассматриваются методы построения космологических моделей на основе скалярно-тензорных теорий гравитации. В качестве основного метода построения космологических моделей рассматривается использование определенных функциональных и параметрических связей между динамикой расширения Вселенной и типом скалярно-тензорных теорий гравитации в пространстве Фридмана-Робертсона-Уокера. Рассмотрены модели космологической инфляции с различным видом ускоренного расширения ранней Вселенной. Рассматривается соответствие предложенных моделей наблюдательным ограничениям на параметры космологических возмущений.

Ключевые слова: Скалярно-тензорные теории гравитации, космологическая инфляция, скалярные поля, космологические параметры.

SCALAR-TENSOR THEORIES OF GRAVITY CONSISTENT WITH OBSERVATIONAL CONSTRAINTSChervon S. V.^{a,b,c,1}, Fomin I. V.^{b,2}, Koshelev N. A.^{a,3}, Zhuravlev V. M.^{a,4}^a Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk, 432071, Russia^b Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia^c Kazan Federal University, Kazan, 420008, Russia

This paper discusses methods for constructing cosmological models based on scalar-tensor theories of gravity. The main method for constructing cosmological models is the use of certain functional and parametric relationships between the dynamics of the expansion of the Universe and the type of scalar-tensor theories of gravity in the Friedman-Robertson-Walker space. Models of cosmological inflation with different types of accelerated expansion of the early Universe are considered. The correspondence of the proposed models to observational constraints on the parameters of cosmological perturbations is considered.

Keywords: Scalar-tensor theories of gravity, cosmological inflations, scalar fields, cosmological parameters.

PACS: 04.40.-b, 98.62.Dm

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2024.2.26-37

*Настоящая работа выполнена в рамках Дополнительного соглашения №073-03-2024-060/1 от 13.02.2024 к Соглашению о предоставлении субсидии из федерального бюджета на финансовое обеспечение выполнения государственного задания на оказание государственных услуг (выполнения работ) № 073-03-2024-060 от 18.01.2024, заключенным между ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова» и Министерством просвещения Российской Федерации.

¹E-mail: chervon.sergey@gmail.com²E-mail: ingvor@inbox.ru³E-mail: koshna71@inbox.ru⁴E-mail: zhvictorm@gmail.com

Введение

В настоящее время рассматривается большое количество космологических моделей на основе различных типов материальных полей [1–3] и модификаций теории гравитации Эйнштейна [4–6]. Данные космологические модели можно рассматривать как развитие первых моделей, основанных на эволюции определенного скалярного поля и гравитации Эйнштейна (см. обзор в [7, 8]). Причинами модификации исходных инфляционных моделей являются необходимость учета эффектов квантовой теории гравитации на ранней стадии эволюции Вселенной [9] и объяснения повторного ускоренного расширения Вселенной в современную эпоху [10, 11].

Одной из первых модификаций ОТО являются скалярно-тензорные теории гравитации (СТГ) [12]. Этот тип модифицированных теорий гравитации успешно решает проблемы построения непротиворечивых сценариев эволюции ранней Вселенной и ее многократного ускоренного расширения. Следует также отметить, что скорость распространения гравитационных волн в случае скалярно-тензорных теорий гравитации равна скорости света в вакууме, как и в случае гравитации Эйнштейна [13, 14], что соответствует недавним измерениям характеристик гравитационных волн от слияний черных дыр и нейтронных звезд [15].

Построение инфляционных сценариев на основе скалярно-тензорных теорий гравитации проводилось в различных исследованиях с использованием точных и приближенных решений уравнений космологической динамики [12, 18, 19]. В качестве важного критерия корректности моделей ранней Вселенной рассматривается соответствие спектральных параметров космологических возмущений наблюдательным ограничениям, полученным из измерений анизотропии и поляризации реликтового излучения [16, 17].

Также отметим, что для случая скалярно-тензорных теорий гравитации основными параметрами, характеризующими тип космологической модели ранней Вселенной, являются: функция неминимальной связи $F(\phi)$, которая определяет тип СТГ, и параметр Хаббла $H(t)$, соответствующий динамике ускоренного расширения Вселенной [12]. Поэтому, для построения и анализа космологических моделей можно определить соотношения между этими параметрами, подразумевающие возможность соответствия наблюдательным данным.

В настоящей работе рассматривается метод построения верифицированных по наблюдательным данным космологических моделей на основе данного подхода. Приводятся примеры космологических моделей на основе скалярно-тензорной гравитации, соответствующие наблюдательным данным. Также рассматривается обобщение данного метода на случай неминимальной связи скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне. В заключении рассматриваются перспективы развития предложенного подхода к построению космологических моделей на основе скалярно-тензорной гравитации.

1. Согласованные скалярно-тензорные теории гравитации

В представленной работе рассматриваются обобщенные скалярно-тензорные теории гравитации, действие которых можно привести к виду

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int \{F(\phi)R - \omega(\phi)g^{\mu\nu}\phi_{,\mu}\phi_{,\nu} - 2V(\phi)\} \sqrt{-g}d^4x + S_m. \quad (1)$$

Здесь κ - эйнштейновская гравитационная постоянная¹, $g^{\mu\nu}$ - контравариантные компоненты метрического тензора, R - скалярная кривизна, $F(\phi)$, $\omega(\phi)$, $V(\phi)$ - некоторые дифференцируемые функции скалярного поля ϕ , S_m - интеграл действия материальных полей. Функция $V(\phi)$ представляет собой потенциальную энергию или, как это принято в космологии, потенциал самодействия поля ϕ . При $F(\phi) = 1$ модель с действием (1) переходит в эйнштейновскую теорию гравитации в присутствии неканонического скалярного поля с потенциалом самодействия.

¹В дальнейшем полагаем $\kappa = 1$

Хотя при построении и анализе рассматриваемых моделей широко используются точные решения, вычисление параметров космологических неоднородностей проводится в приближении медленного скатывания [20]. Это связано с трудностью решения квантовомеханической задачи расчёта генерации первичных неоднородностей из квантовых флуктуаций на стадии инфляции вне режима медленного скатывания. Метод расчёта параметров космологических возмущений в моделях скалярно-тензорной гравитации изначально рассматривался в работах [21, 22]. В дальнейшем, данный метод использовался для оценки значений параметров космологических возмущений в работах [12, 23–25].

Наборы данных, на согласование с которым проверяются космологические теории, разнообразны. Это данные по космическому микроволновому излучению, первичному нуклеосинтезу, первичным барионным осцилляциям, первичным чёрным дырам, локальным тестам в Солнечной системе и т.д. В данной работе проверяется соответствие ограничениям на специальные параметры космологических возмущений, которые получают прежде всего из наблюдений анизотропии реликтового излучения [16], [17]:

$$n_s = 0.9649 \pm 0.0042, \quad (2)$$

$$r < 0.035, \quad (3)$$

$$\mathcal{P}_s = 2.1 \times 10^{-9}, \quad (4)$$

где n_s – спектральный индекс скалярных неоднородностей, \mathcal{P}_s – спектр скалярных возмущений, r – тензорно-скалярное отношение. Следует отметить, что верхняя оценка (3) на r указана для случая масштабно-инвариантного первичного спектра гравитационных волн.

Верификация моделей космологической инфляции по данным ограничениям является принципиальной, поскольку значения параметров космологических возмущений непосредственно связаны с фоновыми параметрами космологических моделей [8].

Рассмотрим примеры моделей космологических моделей на основе определенной связи между фоновыми параметрами инфляционных моделей и функциями, определяющими тип скалярно-тензорной гравитации.

1.1. Промежуточная инфляция

Модель промежуточной инфляции с действием (1) без материи рассматривалась в работе [23] на основе следующего соотношения между параметром Хаббла и функцией неминимальной связи

$$F(t) = \left(\frac{H(t)}{\lambda} \right)^2. \quad (5)$$

На основе соответствия физических потенциалов известным скалярно-тензорным теориям гравитации, которое формально выражается посредством следующих соотношений

$$V(\phi) \simeq 3\lambda^2 F^2(\phi), \quad (6)$$

$$\omega(\phi) = - \left(k + \frac{1}{2} \right) \frac{F'}{F}, \quad (7)$$

$$F(\phi) = \lambda^{-2} [(2k - 1)(\alpha t - \lambda)]^{2/(1-2k)}, \quad (8)$$

был восстановлен вид параметра Хаббла

$$H(t) = [(2k - 1)(\alpha t - \lambda)]^{1/(1-2k)}, \quad (9)$$

где $\alpha > 0$, λ и k – некоторые постоянные.

Параметр Хаббла (9) соответствует случаю промежуточной инфляции [8], различные режимы ускоренного расширения ранней Вселенной в зависимости от выбора постоянной k рассматривались в работе [23].

Рассмотрим производную параметра Хаббла

$$\dot{H} = -\frac{\alpha [(2k-1)(\alpha t - \lambda)]^{1/(1-2k)}}{(2k-1)(\alpha t - \lambda)}. \quad (10)$$

При условии $(2k-1)(\alpha t - \lambda) > 0$ получим $\dot{H} < 0$.

Рассматривая условие завершения инфляционной стадии на основе относительного ускорения расширения ранней Вселенной

$$\frac{\ddot{a}}{a} = H^2 + \dot{H} = 0, \quad (11)$$

получим следующее время завершения инфляционной стадии

$$t_e = \frac{\lambda}{\alpha} + \frac{(\alpha)^{\frac{1}{2(1-k)}}}{(2k-1)}. \quad (12)$$

Таким образом, данные модели имеют выход из стадии инфляции.

На основе наблюдательных ограничений на параметры космологических возмущений найдены следующие ограничения на значения постоянных параметров модели

$$\lambda^2 < 6.7 \times 10^{-10}, \quad (13)$$

$$k < 1. \quad (14)$$

Также было отмечено, что любые будущие наблюдательные ограничения не носят принципиального характера для верификации данных моделей, а связаны с уточнением значений данных констант.

В качестве примеров рассмотрены инфляционные модели на основе гравитации Бранса-Дикке, индуцированной гравитации, неминимальной связи и экспоненциальной связи скалярного поля и кривизны [23].

1.2. Модель степенной инфляции

Другой тип инфляционных моделей на основе действия (1) рассматривался в работе [24]

$$F(t) = 1 - \frac{\gamma}{a^2(t)}, \quad (15)$$

где безразмерная константа $\gamma > 0$.

При квазиэкспоненциальном расширении ранней Вселенной параметр расхождения с гравитацией Эйнштейна $\gamma/a^2(t)$ быстро убывает, и к моменту пересечения радиуса Хаббла космологическими возмущениями модель становится неотличимой от случая ОТО. Как следствие, параметры данных космологических моделей практически неотличимы от случая гравитации Эйнштейна.

В данной работе рассматривался параметр Хаббла

$$H(t) = mt^{-1}, \quad (16)$$

что приводит к расширению по степенному закону

$$a(t) \sim t^m. \quad (17)$$

Условие равенства нулю относительного ускорения (11), в данном случае, приводит к соотношению $m = 1$. Таким образом, модель степенной инфляции не соответствует выходу из режима ускоренного расширения без привлечения дополнительных физических процессов, которые должны учитываться в уравнениях космологической динамики. Тем не менее, на основе предложенного подхода можно рассматривать различные режимы ускоренного расширения ранней Вселенной.

1.3. Модель экспоненциально-степенной инфляции

В работе [25] рассматривались космологические модели на основе скалярно-тензорной гравитации с функцией вида

$$F(t) = \left(1 + \frac{m}{\lambda t}\right)^2. \quad (18)$$

Также рассматривался параметр Хаббла⁰⁰

$$H(t) = \lambda + mt^{-1}, \quad (19)$$

который соответствует экспоненциально-степенному закону роста масштабного фактора

$$a(t) \sim t^m e^{\lambda t}. \quad (20)$$

Параметр λ может быть как положительным, так и отрицательными, однако только для отрицательных значений λ решение (20) может описывать Вселенную с конечной по времени инфляционной стадией эволюции. В работе [25], в которой была предложена эта модель, случаю $\lambda < 0$ уделяется особое внимание.

Рассмотрим для метрики (20) относительное ускорение

$$Q := \frac{\ddot{a}}{a} = \frac{1}{t^2} [\lambda^2 t^2 + 2\lambda m t + m(m-1)]. \quad (21)$$

Требование наличия ускорения в расширении Вселенной означает, что относительное ускорение $Q > 0$. Корни квадратного уравнения

$$\lambda^2 t^2 + 2\lambda m t + m(m-1) = 0$$

равны²

$$t_1 = \frac{-m + \sqrt{m}}{\lambda}, \quad t_2 = \frac{-m - \sqrt{m}}{\lambda}. \quad (22)$$

При $\lambda > 0$ очевидно, что $t_2 < 0$. Чтобы момент времени t_1 был положительным $t_1 > 0$ необходимо потребовать $0 < m < 1$. При этом имеем замедленное расширение Вселенной ($Q < 0$) до момента t_1 и ускоренное расширение (позднюю инфляцию) при $t > t_1$. Отметим, что Вселенная всегда расширяется, так как H всегда больше нуля в силу справедливости неравенства $\frac{m}{t} > -\lambda$ при положительном λ .

Случай $\lambda < 0$ означает, что $t_2 > t_1$ и $t_2 > 0$ всегда. Если $t_1 > 0$ (при $m > 1$), то имеем две стадии ускорения Вселенной. Заметим здесь, что условие $H > 0$ выполняется в ограниченном течении времени, а именно, до момента $t_{cont} = -\frac{m}{\lambda}$, после которого начинается сжатие Вселенной. Таким образом, при заданных параметрах, Вселенная претерпевает раннюю инфляцию при $t < t_1$, затем расширяется с замедлением до момента сжатия t_{cont} . Далее начинается замедленное сжатие, которое переходит в ускоренное после момента времени t_2 .

Вторая возможность $t_1 < 0$ (при $0 < m < 1$). Вселенная замедленно расширяется до момента t_{cont} после которого начинается замедленное сжатие до момента t_2 , которое ускоряется после этого. Таким образом, здесь отсутствует инфляция.

Определим параметры медленного скатывания на стадии инфляции

$$\epsilon \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{m}{(m + \lambda t)^2}, \quad \delta_F \equiv \frac{\dot{F}}{HF} = -2\epsilon, \quad \delta \equiv -\frac{\ddot{H}}{2H\dot{H}} = \frac{1}{m + \lambda t}, \quad (23)$$

то есть параметр медленного скатывания ϵ возрастает.

Далее запишем условие завершения инфляции как $\epsilon = 1$, что эквивалентно условию $\ddot{a} = 0$. Для момента времени, когда это происходит, получаем

$$t_e = -\frac{m}{\lambda} + \frac{\sqrt{m}}{\lambda} = t_1. \quad (24)$$

²В работе [25] нумерация корней противоположная

Момент времени t_i , соответствующий ΔN хаббловских увеличений масштабного фактора до конца инфляции, является решением уравнения

$$\Delta N = m \ln \left(\frac{t_1}{t_i} \right) + \lambda (t_1 - t_i). \quad (25)$$

Уравнение можно упростить, введя величины

$$\tau_i = -\lambda t_i, \quad \tau_1 = -\lambda t_1 = m - \sqrt{m}. \quad (26)$$

В терминах этих величин уравнение принимает вид

$$\Delta N = m \ln \left(\frac{\tau_1}{\tau_i} \right) - \tau_1 + \tau_i. \quad (27)$$

Для каждого значения $m > 1$ имеется свое решение. Это решение можно выразить через W -функцию Ламберта:

$$\tau_i = -m \cdot W_0 \left(- \left(1 - \frac{1}{\sqrt{m}} \right) e^{-\left(1 - \frac{1}{\sqrt{m}}\right) e^{-\frac{\Delta N}{m}}} \right), \quad (28)$$

где $W_0(x)$ - основная W -функция Ламберта.

Рассмотрение параметров космологических неоднородностей, сгенерированных на стадии инфляции, присутствует в работе [25]. Осветим основные этапы немного более подробно. Основные формулы приведены в работе [25], они полностью согласуются с результатами работ [13], [26].

Спектральный индекс скалярных неоднородностей подсчитывается как

$$n_s - 1 = -2\epsilon - \delta_Q, \quad \delta_Q \equiv \frac{\dot{Q}}{HQ}, \quad (29)$$

где

$$Q = F \frac{2\dot{H}^2 - H\ddot{H}}{(H^2 + \dot{H})^2} \quad (30)$$

и подсчет выполняется в момент пересечения волной неоднородностей горизонта, за ΔN хаббловских увеличений до конца инфляции.

Используя $F = H^2/\lambda^2$ и уравнение (19), получаем

$$Q = \frac{2m}{|\lambda|t_i} \left(\frac{m - |\lambda|t_i}{(m - |\lambda|t_i)^2 - m} \right)^2. \quad (31)$$

Подстановка уравнений (23) и (31) в уравнение (29), в терминах τ_i , дает

$$n_s - 1 = -\frac{1}{m} \frac{1}{1 - \tau_i/m} - \frac{4\tau_i/m}{m(1 - \tau_i/m)^2 - 1}. \quad (32)$$

В силу выражения (27), это уравнение позволяет найти спектральный индекс как функцию параметра m . Соответствующий график представлен на Рис. 1а. Из графика видно, что все значения спектрального индекса скалярных неоднородностей $m > 50$ согласуются с ограничениями на спектральный индекс. Наилучшее согласие достигается в области $60 < m < 100$. При этом все условия режима медленного скатывания соблюдаются.

Для скалярно-тензорного отношения r основным выражением является

$$r = 16\epsilon_s = 16 \frac{Q}{F}. \quad (33)$$

Для рассматриваемых моделей, в терминах τ_i , выражение для этой величины можно записать в виде

$$r = \frac{32\tau_i/m}{(m(1 - \tau_i/m)^2 - 1)^2}. \quad (34)$$

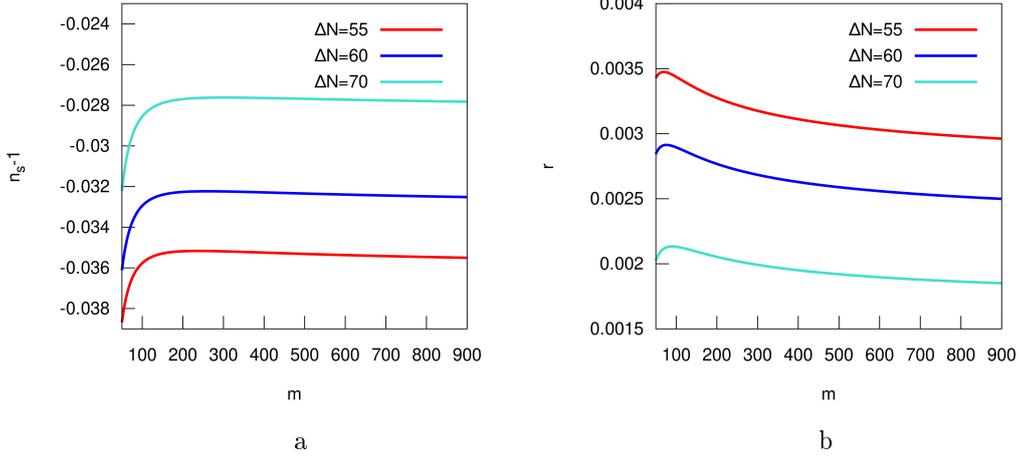


Рис. 1. Величина $n_s - 1$ (а) и скалярно-тензорное отношение r (б) как функции параметра m на интервале (50,900) при трёх значениях ΔN .

Отсюда, в частности, при $m = 100$ и $\Delta N = 60$ получается $r = 0.00289$. Видно, что это модели с экстремально низким скалярно-тензорным отношением, и потому удовлетворяют наблюдательным ограничениям. График зависимости $r(m)$ представлен на Рис. 1б.

Также, в работе [27] были получены следующие выражения параметров космологических возмущений в терминах параметров медленного скатывания

$$r = 32m\delta^3(m\delta - 1), \quad (35)$$

$$n_s - 1 = 3\delta - 5m\delta^2. \quad (36)$$

Исключая из данных выражений параметр δ , получим явный вид зависимости тензорно-скалярного отношения от спектрального индекса скалярных возмущений

$$r = \frac{2}{625m^2} \left[\left(-3 + \sqrt{20m(1 - n_s) + 9} \right)^3 \left(7 + \sqrt{20m(1 - n_s) + 9} \right) \right]. \quad (37)$$

Также, рассмотрим предел зависимости (37) при $m \rightarrow \infty$, что дает

$$r_\infty = \frac{32}{25} (1 - n_s)^2. \quad (38)$$

Отметим, что для случая $m \rightarrow 0$ из выражения (37) следует, что $r = 0$.

Для $n_s = 0.9663 - 0.0041 = 0.9622$ из выражения (38) получим $r_\infty = 0.0018$, что соответствует наблюдательному ограничению (3).

Осталось проверить ограничения на значения параметра λ . Здесь можно использовать соотношение

$$\mathcal{P}_s = \frac{H^2}{8\pi^2 Q} \approx \frac{1}{16\pi^2 m} \frac{\left((m - |\lambda|t_i)^2 - m \right)^2}{|\lambda|t_i} \lambda^2 = 2.1 \times 10^{-9}. \quad (39)$$

При $m = 100$ получаем $\mathcal{P}_s \approx 69.998\lambda^2 = 2.1 \times 10^{-9}$. Этому условию соответствуют достаточно малые значения параметра λ . Они гарантируют, что космологические возмущения покидают горизонт при временах много больших планковского времени.

Таким образом, для рассмотренного класса моделей существует область параметров, в которой модели хорошо согласуются с наблюдательными данными.

1.4. Модель с квази-экспоненциальной инфляцией специального вида

В работе [27] представлен еще один класс моделей вида (1), которые допускают вакуумное космологическое расширение по закону

$$a(t) \sim e^{\lambda t} e^{-\xi t^2/2}. \quad (40)$$

Такие модели получаются при условии (5) и дополнительном анзаце

$$H(t) = \lambda - \xi t, \quad \lambda > 0. \quad (41)$$

При $\lambda - \xi t > 0$, т.е. при достаточно ранних временах, имеет место расширение. На больших временах, при

$$t > t_{cont} \equiv \frac{\lambda}{\xi}, \quad (42)$$

происходит сжатие вселенной. При временах

$$t < t_1 \equiv t_{cont} - \frac{1}{\sqrt{\xi}} \quad (43)$$

характер расширения имеет инфляционный характер ($\ddot{a} > 0$). Более того, при $t < 0$ реализуется суперинфляция ($\dot{H} > 0$). Таким образом, это модели, в которых есть окончание инфляции. Момент времени t_1 также примем за конец инфляции в режиме медленного скатывания. В тот момент времени $\epsilon(t_1) = 1$. Поскольку эволюция в таких моделях заканчивается вечным сжатием, при отсутствии современной инфляции, то модель может быть применима только в очень ранней вселенной, когда еще можно не учитывать взаимодействие с материей.

В работе [27] определено несколько наборов функциональных зависимостей $V(\phi)$, $F(\phi)$ и $\omega(\phi)$, приводящих к одним и тем же уравнениям (5), (40) и (41). Получены выражения для \mathcal{P}_s , n_s , r . Тем не менее, сравнение предсказаний теории с наблюдательными данными, присутствующее в работе [27], желательнее провести максимально аккуратно и подробно.

Подсчёт параметров космологических возмущений основан на прежних уравнениях (29), (30), (33). Вычисление в нашем случае даёт

$$Q = 2 \frac{\xi^2}{\lambda^2} \frac{(\lambda - \xi t_i)^2}{\left((\lambda - \xi t_i)^2 - \xi\right)^2}, \quad (44)$$

$$\epsilon = \frac{\xi}{(\lambda - \xi t_i)^2}, \quad (45)$$

$$\delta_Q = -\frac{2\xi}{(\lambda - \xi t_i)^2} + \frac{4\xi}{(\lambda - \xi t_i)^2 - \xi}, \quad (46)$$

$$n_s - 1 = -\frac{4\xi}{(\lambda - \xi t_i)^2 - \xi}, \quad (47)$$

$$r = \frac{32\xi^2}{\left((\lambda - \xi t_i)^2 - \xi\right)^2}, \quad (48)$$

где t_i , как и прежде, обозначает момент пересечения волной неоднородности горизонта.

Полученные уравнения удобно переписать, используя безразмерное время

$$\tau_i \equiv \sqrt{\xi} t_i. \quad (49)$$

В частности, получаем

$$n_s - 1 = -\frac{4}{\left(\frac{\lambda}{\sqrt{\xi}} - \tau_i\right)^2 - 1}, \quad (50)$$

$$r = 2(n_s - 1)^2. \quad (51)$$

Видно, что скалярно-тензорное соотношение оказывается квадратичной функцией от $n_s - 1$. причем такой, что если $n_s - 1$ удовлетворяет наблюдательным ограничениям, то и r им тоже удовлетворяет.

Осталось посчитать значения n_s и r для неоднородностей на космологически значимых масштабах. Надо посчитать эти величины для волны, пересекающей горизонт за ΔN хаббловских расширений до конца инфляции. Момент времени t_i , когда это происходит, можно найти из уравнений

$$N \equiv \int H dt = \lambda t - \frac{1}{2} \xi t^2 + const, \quad (52)$$

$$\Delta N = \lambda t_1 - \frac{1}{2} \xi t_1^2 - \lambda t_i + \frac{1}{2} \xi t_i^2. \quad (53)$$

Обозначив

$$\omega = \frac{\lambda}{\sqrt{\xi}}, \quad (54)$$

и проделав простые преобразования, получим квадратное уравнение

$$(\tau_i - \omega)^2 = 2\Delta N + 1. \quad (55)$$

Подставка этого выражения в (50) даёт

$$n_s - 1 = -\frac{2}{\Delta N}. \quad (56)$$

Для первого параметра медленного скатывания аналогично

$$\epsilon = \frac{1}{2\Delta N + 1}. \quad (57)$$

Надо отметить, что в выражения (56) и (57) входит только ΔN , явная зависимость от λ и ξ отсутствует.

Выражения (51) и (56) оказываются довольно чувствительными к количеству e -фолдов между пересечением волной неоднородностей горизонта и окончанием инфляции. Полагая $\Delta N = 60$, получаем

$$n_s - 1 \approx -0.033, \quad r \approx 0.00218, \quad (58)$$

в прекрасном согласии с наблюдательными данными.

Осталось только проверить возможность выбора подходящего λ . Эту величину можно выбрать так, чтобы выполнялось условие

$$\mathcal{P}_s = \frac{H^2}{8\pi^2 Q} = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \Delta N^2 = 2.1 \times 10^{-9}. \quad (59)$$

Таким образом, данная модель также удовлетворяет наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений.

1.5. Космологические модели, неотличимые от эйнштейновских на уровне линейной теории возмущений

В работе [28] представлен специальный класс космологических моделей с действием вида

$$S = \frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} [F(\phi, R) - \omega(\phi) g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - 2V(\phi)], \quad (60)$$

где $F(\phi, R) = R + f(\phi)R + \xi(\phi)R_{GB}^2$, функция $f(\phi)$ определяет взаимодействие скалярного поля и скалярной кривизны R и $\xi(\phi)$ – функция взаимодействия поля со скаляром Гаусса-Бонне $R_{GB}^2 = R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R^2$.

Особенностью представленных теорий является тот факт, что параметры их космологических возмущений с очень высокой точностью совпадают с параметрами в космологических моделях на основе эйнштейновской гравитации для функций вида

$$f(t) = -\frac{\beta_{ST}}{a^2(t)}, \quad f(\phi) = -\frac{\beta_{ST}}{a_0^2} \exp\left(\int \frac{H}{H'_\phi} d\phi\right), \quad (61)$$

$$\dot{\xi} = -\frac{\alpha_{GB}}{2a^5 H^2}, \quad \xi'_\phi = \frac{\alpha_{GB}}{4a_0^5 H'_\phi H^2} \exp\left(\frac{5}{2} \int \frac{H}{H'_\phi} d\phi\right), \quad (62)$$

$$\omega(t) = 1 - \frac{3H^2}{\dot{H}a^2} \left(\beta_{ST} + \frac{2\alpha_{GB}}{Ha^3} \right), \quad (63)$$

$$\omega(\phi) = 1 + \frac{3}{2} \left(\frac{H}{H'_\phi} \right)^2 \exp\left(\int \frac{H}{H'_\phi} d\phi\right) \left[\beta_{ST} + \frac{2\alpha_{GB}}{H} \exp\left(\frac{3}{2} \int \frac{H}{H'_\phi} d\phi\right) \right], \quad (64)$$

где a_0 – некоторое начальное значение масштабного фактора, α_{GB} и β_{ST} – константы связи скалярного поля со скаляром Гаусса-Бонне и скалярной кривизной соответственно.

Фоновые космологические решения, в данном случае, совпадают с решениями, полученными на основе гравитации Эйнштейна. Также, на сегодняшнем уровне точности наблюдений, в линейной теории возмущений, данные модели неотличимы от соответствующих космологических моделей в рамках общей теории относительности.

Заключение

В данной работе рассматривались скалярно-тензорные теории гравитации, подразумевающие возможность построения актуальных космологических моделей. Показано, что для специального выбора соотношений между функцией неминимальной связи и параметрами фоновой динамики возможно построение верифицированных моделей космологической инфляции. Также было показано, что предложенный подход можно обобщить на случай моделей с неминимальной связью скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне.

Отметим, что представленные случаи динамики расширения ранней Вселенной, которые использовались для построения и анализа инфляционных моделей, не исчерпывают возможностей применения предложенного метода. Развитие и обобщение предложенных методов на случай различного вида фоновой динамики и различные эпохи эволюции Вселенной является перспективным направлением дальнейших исследований.

References

1. Frieman J., Turner M., Huterer D. Dark Energy and the Accelerating Universe. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 2008, no. 46, pp. 385–432.
2. Unnikrishnan S., Sahni V. Resurrecting power law inflation in the light of Planck results. *JCAP*, 2013, no. 10, 063.
3. Chervon S.V. Chiral Cosmological Models: Dark Sector Fields Description. *Quant. Matt.*, 2013, no. 2, pp. 71–82.
4. Clifton T., Ferreira P.G., Padilla A., Skordis C. Modified Gravity and Cosmology. *Phys. Rept.*, 2012, no. 513, pp. 1–189.
5. Nojiri S., Odintsov S.D., Oikonomou V.K. Modified Gravity Theories on a Nutshell: Inflation, Bounce and Late-time Evolution. *Phys. Rept.*, 2017, no. 692, pp. 1–104.
6. Ishak M. Testing General Relativity in Cosmology. *Living Rev. Rel.*, 2019, no. 22 no.1, 1.
7. Martin J., Ringeval C., Vennin V. Encyclopædia Inflationaris. *J. Phys. Conf. Ser. Phys. Dark Univ.*, 2014, no. 5-6, pp. 75–235.
8. Chervon S., Fomin I., Yurov V., Yurov A. Scalar Field Cosmology. *WSP*, 2019.

9. Baumann D., McAllister L. *Inflation and String Theory*. Cambridge University Press, 2015.
10. Perlmutter S., *et al.* [Supernova Cosmology Project]. Measurements of Ω and Λ from 42 High Redshift Supernovae. *Astrophys. J.*, 1999, no. 517, pp. 565–586.
11. Riess A.G., *et al.* [Supernova Search Team]. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron. J.*, 1998, no. 116, pp. 1009–1038.
12. Fujii Y., Maeda K. *The scalar-tensor theory of gravitation*. Cambridge University Press, 2007.
13. De Felice A., Tsujikawa S., Elliston J., Tavakol R. Chaotic inflation in modified gravitational theories. *JCAP*, 2011, no. 08, 021.
14. De Felice A., Tsujikawa S. Conditions for the cosmological viability of the most general scalar-tensor theories and their applications to extended Galileon dark energy models. *JCAP*, 2012, no. 02, 007.
15. Abbott B.P., *et al.* [LIGO Scientific, Virgo, Fermi-GBM and INTEGRAL]. Gravitational Waves and Gamma-rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB 170817A. *Astrophys. J. Lett.*, 2017, vol. 848, no. 2, L13.
16. Akrami Y., *et al.* [Planck]. Planck 2018 results. X. Constraints on inflation. *Astron. Astrophys.*, 2020, no. 641, A10.
17. Ade P.A.R., *et al.* [BICEP and Keck]. Improved Constraints on Primordial Gravitational Waves using Planck, WMAP, and BICEP/Keck Observations through the 2018 Observing Season. *Phys. Rev. Lett.*, 2021, vol. 127, no. 15, 151301.
18. Belinchón J.A., Harko T., Mak M.K. Exact scalar–tensor cosmological models. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2017, vol. 26, no. 07, 1750073.
19. Pozdeeva E.O., Skugoreva M.A., Toporensky A.V., Vernov S.Y. Possible evolution of a bouncing universe in cosmological models with non-minimally coupled scalar fields. *JCAP*, 2016, no. 12, 006.
20. Riotto A. Inflation and the theory of cosmological perturbations. *ICTP Lect. Notes Ser.*, 2003, no. 14, pp. 317–413.
21. Boisseau B., Esposito-Farese G., Polarski D., Starobinsky A.A. Reconstruction of a scalar tensor theory of gravity in an accelerating universe. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, no. 85, 2236.
22. Starobinsky A.A., Tsujikawa S., Yokoyama J. Cosmological perturbations from multifield inflation in generalized Einstein theories. *Nucl. Phys. B*, 2001, no. 610, pp. 383–410.
23. Fomin I., Chervon S.V., Morozov A.N., Golyak I.S. Relic gravitational waves in verified inflationary models based on the generalized scalar–tensor gravity. *Eur. Phys. J. C*, 2022, vol. 82, no. 7, 642.
24. Fomin I., Chervon S. Inflation with explicit parametric connection between general relativity and scalar–tensor gravity. *Mod. Phys. Lett. A*, 2018, vol. 33, no. 28, 1850161.
25. Fomin I.V., Chervon S.V., Tsyganov A.V. Generalized scalar-tensor theory of gravity reconstruction from physical potentials of a scalar field. *Eur. Phys. J. C*, 2020, no. 80, 350.
26. De Felice A., Tsujikawa S. Primordial non-Gaussianities in general modified gravitational models of inflation. *JCAP*, 2011, no. 04, 029.
27. Fomin I.V., Chervon S.V. The exact solutions in verified cosmological models based on generalized scalar-tensor gravity. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2020, no. 1557, 012020.
28. Fomin I.V., Chervon S.V. Reconstruction of general relativistic cosmological solutions in modified gravity theories. *Phys. Rev. D*, 2019, vol. 100, no. 2, 023511.

Авторы

Червон Сергей Викторович, д.ф.-м.н, профессор, лаборатория гравитации, космологии, астрофизики, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, пл. Ленина, 4/5, Ульяновск, 432071, Россия; кафедра физики, Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, Москва, 105005, Россия; институт физики, Казанский федеральный университет, ул. Кремлевская, 18, Казань, 420008, Россия.

E-mail: chervon.sergey@gmail.com

Фомин Игорь Владимирович, д.ф.-м.н., профессор, кафедра физики, Московский технический университет им. Н.Э. Баумана, 2-я ул. Баумана, 5, Москва, 105005, Россия.

E-mail: ingvor@inbox.ru

Кошелев Николай Анатольевич, к.ф.-м.н., доцент, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, площадь Ленина, к. 4/5, Ульяновск, 432071, Россия.

E-mail: koshna71@inbox.ru

Журавлев Виктор Михайлович, д.ф.-м.н., профессор, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, Площадь Ленина, к. 4/5, Ульяновск, 432071, Россия.

E-mail: zhvictorm@gmail.com

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Червон С. В., Фомин И. В., Кошелев Н. А., Журавлев В. М. Скалярно-тензорные теории гравитации, согласованные по наблюдательным ограничениям. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2024. № 2. С. 26–37.

Authors

Chervon Sergei Viktorovich, Dr.Sci., Professor, Laboratory of gravitation, cosmology, astrophysics, Ulyanovsk State Pedagogical University after I.N.Ulyanov, 4/5 Lenin Square, Ulyanovsk, 432071, Russia; Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University, 5, 2nd Baumanskaya str. 1, Moscow, 105005, Russia; Institute of Physics, Kazan Federal University, Kremlevskaya ul. 18, Kazan, 420008, Russia.

E-mail: chervon.sergey@gmail.com

Fomin Igor Vladimirovich, Dr.Sci., Professor, Physics Department, Bauman Moscow State Technical University, 2-nd Baumanskaya street, 5, Moscow, 105005, Russia.

E-mail: ingvor@inbox.ru

Koshelev Nikolay Anatolyevich, Ph.D., Associate Professor, Ulyanovsk State Pedagogical University after I.N.Ulyanov, Lenin's Square, B. 4/5, Ulyanovsk, 432071, Russia.

E-mail: koshna71@inbox.ru

Zhuravlev Victor Mikhailovich, Dr.Sci., Professor, Ulyanovsk State Pedagogical University after I.N.Ulyanov, Lenin's Square, B. 4/5, Ulyanovsk, 432071, Russia.

E-mail: zhvictorm@gmail.com

Please cite this article in English as:

Chervon S. V., Fomin I. V., Koshelev N. A., Zhuravlev V. M. Scalar-tensor theories of gravity consistent with observational constraints. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2024, no. 2, pp. 26–37.