

УДК 524.7+52-33+51-71

© Журавлев В. М., 2024

ЭВОЛЮЦИЯ ПЫЛЕВЫХ ДИСКОВ И ДЖЕТЫ В МОДЕЛЯХ ДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ. РОЛЬ “ТЕМНОЙ МАТЕРИИ”

Журавлев В. М.^{a,1}^a Ульяновский государственный педагогический университет, г. Ульяновск, 432048, Россия

Кратко излагается модель строения и динамики пылевых дисковых структур в условиях динамического равновесия. Показано, что важную роль в формировании структуры дисков играет неоднородное распределение функции массивности частиц в пространстве, которая является моделью “темной материи”. Появляющиеся в модели дисковые структуры могут содержать джеты и балджи.

Ключевые слова: Динамика самогравитирующей пыли, динамическое равновесие, структура пылевых дисков, джеты, темная материя.

EVOLUTION OF DUST DISKS AND JETS IN DYNAMIC EQUILIBRIUM MODELS. THE ROLE OF “DARK MATTER”

Zhuravlev V. M.^{a,1}^a Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk, 432071, Russia

A model of the structure and dynamics of dust disk structures under conditions of dynamic equilibrium is briefly presented. It is shown that an important role in the formation of the disk structure is played by the inhomogeneous distribution of the particle massiveness function in space, which is a model of “dark matter”. Disk structures that appear in the model may contain jets and bulges.

Keywords: Dynamics of self-gravitating dust, dynamic equilibrium, structure of dust disks, jets, dark matter.

PACS: 04.40.-b, 98.62.Dm

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2024.1.54-58

Введение

В работах [1, 2] была предложена модель автомодельной динамики звезд и других астрофизических объектов, основанная на понятии динамического равновесия. В отличие от статического равновесия динамическое равновесие учитывает наличие автомодельной эволюции астрофизических объектов, обусловленных неточным балансом между силой тяготения и силой Архимеда, приложенных к элементарному объему газа. Дисбаланс между локальными силами Архимеда и тяготения приводит к возникновению специфического явления – радиального потока Хаббла вместе с определенного вида зональным потоком.

В настоящей работе объектом исследования является среда, состоящая из пыли. В астрофизике такие объекты возникают в форме дисковых структур вблизи звезд, планет и могут ассоциироваться с эллиптическими галактиками. При анализе таких структур в важную роль играет величина массивности частиц среды, которая оказывается существенным элементом, объясняющим эффект “скрытой массы” или “темной материи”. Цель работы - вывод уравнений структуры и динамики пылевых дисковых структур в условиях динамического равновесия и установление роли пространственного распределения массивности в объяснении джетов и балджей.

¹E-mail: zhvictorm@gmail.com

1. Уравнения осесимметричного потока пыли

Динамика самогравитирующей пылевидной среды в рамках классической механики описывается в цилиндрической системе координат уравнениями Эйлера и Пуассона :

$$\begin{aligned} u_t + uu_r + wu_z - \frac{v^2}{r} &= -\phi_r, & w_t + ww_r + ww_z &= -\phi_z, & v_t + uv_r + wv_z + \frac{wv}{r} &= 0, \\ \rho_t + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru\rho) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) &= 0, & \operatorname{div} \mathbf{g} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\phi_r) + \frac{\partial}{\partial z}\phi_z = 4\pi \mathcal{D}G\rho. \end{aligned} \quad (1)$$

В этих уравнениях $u(r, z, t)$, $v(r, z, t)$, $w(r, z, t)$ – компоненты скорости гидродинамического потока, $\rho(r, z, t)$ – плотность пыли, $\phi(r, z, t)$ – потенциал поля тяготения: $\mathbf{g} = -\nabla\phi$, G – постоянная тяготения Ньютона, r и z – радиальная и вертикальная координаты, t – время. Множитель \mathcal{D} в уравнении Пуассона описывает эффект скрытой массы или “темной материи” [2].

2. Динамика маркеров и плотность вещества

Следуя работам [1, 2], для описания динамики пыли воспользуемся методом гидродинамических маркеров (лагранжевых переменных). Свяжем с частицами пыли гидродинамические маркерные функции $e^a(r, z, t)$, $a = 1, 2$, которые по определению удовлетворяют уравнению переноса маркеров в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial e^a}{\partial t} + u \frac{\partial e^a}{\partial r} + w \frac{\partial e^a}{\partial z} \equiv e_t^a + (\mathbf{v}, \nabla) e^a = 0, \quad a = 1, 2. \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{v} = (u, v, w)$ – вектор скорости потока. Слагаемое с производной по азимутальному углу исчезает в силу цилиндрической симметрии задачи. Система (2) допускает дифференциальное тождество, которое можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}(r^{-1}|J|) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru(r^{-1}|J|)) + \frac{\partial}{\partial z}(w(r^{-1}|J|)) = 0, \quad (3)$$

где функция $|J|$ – якобиан преобразования от координат r, z цилиндрической системы координат в координаты e^1, e^2 . Тождество (3) представляет дифференциальный закон сохранения плотности J . Отсюда следует, что любая функция ρ :

$$\rho = M_0 r^{-1} \mathcal{M}(e^1, e^2) |J|, \quad |J| = |\det \hat{\mathbf{J}}|, \quad \hat{\mathbf{J}} = \begin{vmatrix} e_r^1 & e_z^1 \\ e_r^2 & e_z^2 \end{vmatrix}, \quad (4)$$

может быть отождествлена с плотностью массы вещества, поскольку она автоматически удовлетворяет закону сохранения массы (1). Здесь $\mathcal{M}(e^1, e^2)$ – массивность частиц, являющаяся функцией маркеров, M_0 – масштабный коэффициент, имеющий размерность массы.

3. Уравнение Пуассона и маркеры

Как показано в [1, 2], компоненты напряженности гравитационного поля можно в общем случае представить в такой форме:

$$g_1 = -\frac{\partial \phi}{\partial r} = -2\pi G M_0 \mathcal{Q} r^{-1} |J| K^1 - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad g_2 = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -2\pi G M_0 \mathcal{Q} r^{-1} |J| K^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad (5)$$

где

$$K^\alpha = \sum_{b=1}^2 e^b \frac{\partial x^\alpha}{\partial e^b}, \quad \alpha = 1, 2. \quad (6)$$

Напряженность \mathbf{g} в этом случае удовлетворяет уравнению Пуассона (1) Это уравнение отличается от классического уравнения Пуассона наличием множителя:

$$\mathcal{D} = \frac{\mathcal{Q}}{\mathcal{M}} \left(1 + \frac{1}{2} e^a \frac{\partial x^\alpha}{\partial e^a} \frac{\partial \ln \mathcal{Q}}{\partial x^\alpha} \right) = \frac{1}{\mathcal{M}} \left(\mathcal{Q} + \frac{1}{2} K^\alpha \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial x^\alpha} \right) \quad (7)$$

в правой части. Множитель \mathcal{D} позволяет отождествить появление эффекта “темной материи” с наличием в среде частиц различной массы, т.е. с \mathcal{M} и \mathcal{Q} .

4. Динамическое равновесие и автомодельные переменные

По аналогии с работами [1, 2] введем автомодельные переменные:

$$\xi = r/a(t), \quad \zeta = z/b(t),$$

где функции $a(t)$ и $b(t)$ – масштабные факторы. Для таких автомодельных переменных скорость потока и эйлерово ускорение имеют следующий вид:

$$u = \frac{da}{dt}\xi(\mathbf{e}), \quad w = \frac{db}{dt}\zeta(\mathbf{e}); \quad \frac{du}{dt} = \ddot{a}\xi, \quad \frac{dw}{dt} = \ddot{b}\zeta. \quad (8)$$

Поскольку $\xi(\mathbf{e})$ и $\zeta(\mathbf{e})$ зависят только от $\mathbf{e} = (e^1, e^2)$, то эту зависимость можно обратить, что дает: $e^a = \mathcal{E}^a(\xi, \zeta)$.

Плотность среды и скорость зонального потока в автомодельных переменных будет иметь такой вид:

$$\rho = \frac{M_0}{a(t)^2 b(t)} \mathcal{R}(\xi, \zeta), \quad v = \frac{\mathcal{V}(\xi, \zeta)}{a}, \quad \mathcal{R} = \mathcal{M}(\xi, \zeta) \frac{|\mathcal{J}(\xi, \zeta)|}{\xi}, \quad \mathcal{J} = \det \begin{vmatrix} \mathcal{E}_\xi^1 & \mathcal{E}_\zeta^1 \\ \mathcal{E}_\xi^2 & \mathcal{E}_\zeta^2 \end{vmatrix} \quad (9)$$

Функции $\mathcal{R}(\xi, \zeta)$ и $\mathcal{V}(\xi, \zeta)$ – коэффициенты плотности и зональной скорости. Для K^1 и K^2 находим:

$$|J|K^1 = \frac{1}{b}\mathcal{K}^1(\xi, \zeta), \quad |J|K^2 = \frac{1}{a}\mathcal{K}^2(\xi, \zeta); \quad \mathcal{K}^1(\xi, \zeta) = |\mathcal{J}|\mathcal{E}^a \frac{\partial \xi}{\partial \mathcal{E}^a}, \quad \mathcal{K}^2(\xi, \zeta) = |\mathcal{J}|\mathcal{E}^a \frac{\partial \zeta}{\partial \mathcal{E}^a} \quad (10)$$

Подставляя (10) в (3), приходим к следующему уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \mathcal{K}^1 + \frac{\partial}{\partial \zeta} \mathcal{K}^2 = 2|\mathcal{J}|. \quad (11)$$

5. Уравнения в автомодельных переменных

Уравнения для u и w в автомодельных переменных принимают такой вид:

$$\ddot{a}\xi - \frac{1}{a^3} \mathcal{V}^2 = -\frac{2\pi GM_0}{ab} \frac{1}{\xi} \mathcal{Q}\mathcal{K}^1 - \frac{1}{ab} \frac{\Psi_\zeta}{\xi}, \quad \ddot{b}\zeta = -\frac{2\pi GM_0}{a^2} \frac{1}{\xi} \mathcal{Q}\mathcal{K}^2 + \frac{1}{a^2} \frac{\Psi_\xi}{\xi} \quad (12)$$

Исходя из необходимости разделить переменные в этих уравнениях, выберем вид функции $\Psi(\xi, \zeta, t)$ следующим образом:

$$\Psi = \frac{b}{a^2} \Psi_1(\xi, \zeta) + 2\pi GM_0 \Psi_0(\xi, \zeta), \quad Q = Q_0(\xi, \zeta) + \frac{b(t)}{a^2(t)} Q_1(\xi, \zeta). \quad (13)$$

Здесь Ψ_0 , Ψ_1 , Q_0 , Q_1 – некоторые вспомогательные функции.

Условия разделения переменных требуют выполнения следующих соотношений:

$$-Q_0\mathcal{K}^1 - \Psi_{0,\zeta} = \frac{\lambda_1}{2\pi GM_0} \xi^2, \quad -Q_0\mathcal{K}^2 + \Psi_{0,\xi} = \frac{\lambda_2}{2\pi GM_0} \zeta \xi, \quad (14)$$

$$\mathcal{V}^2(\xi, \zeta) - Q_1\mathcal{K}^1 - \frac{\partial \Psi_1}{\partial \zeta} = \mu_1 \xi^2, \quad -Q_1\mathcal{K}^2 + \frac{\partial \Psi_1}{\partial \xi} = \mu_2 \xi \zeta,$$

где $\lambda_{1,2}$ и $\mu_{1,2}$ – произвольные вещественные параметры разделения переменных. В этом случае уравнения эволюции во времени будут иметь такой вид:

$$\ddot{a} = \frac{\mu_1}{a^3} + \frac{\Lambda_1}{ab}, \quad \ddot{b} = \frac{\mu_2}{a^4} b + \frac{\Lambda_2}{a^2}, \quad (15)$$

где $\Lambda_1 = (2\pi GM_0)^{-1} \lambda_1$, $\Lambda_2 = (2\pi GM_0)^{-1} \lambda_2$.

Уравнения системы (14) приводятся к двум уравнениям:

$$\Lambda_1 \xi \frac{\partial Q_0}{\partial \xi} + \Lambda_2 \zeta \frac{\partial Q_0}{\partial \zeta} + \xi^{-1} \left(\Psi_{0,\zeta} \frac{\partial Q_0}{\partial \xi} - \Psi_{0,\xi} \frac{\partial Q_0}{\partial \zeta} \right) - 2 \frac{Q_0^2}{\mathcal{M}} \mathcal{R} = \Lambda_0 Q_0, \quad (16)$$

$$\Lambda_1 \xi \frac{\partial \Delta}{\partial \xi} + \Lambda_2 \zeta \frac{\partial \Delta}{\partial \zeta} + \xi^{-1} \left(\Psi_{0,\zeta} \frac{\partial \Delta}{\partial \xi} - \Psi_{0,\xi} \frac{\partial \Delta}{\partial \zeta} \right) + \Lambda_0 \Delta - \mu_0 = -\frac{1}{\xi} \frac{\partial V^2}{\partial \xi}. \quad (17)$$

Важно отметить, что уравнения для Q_0 и Δ оказываются независимыми.

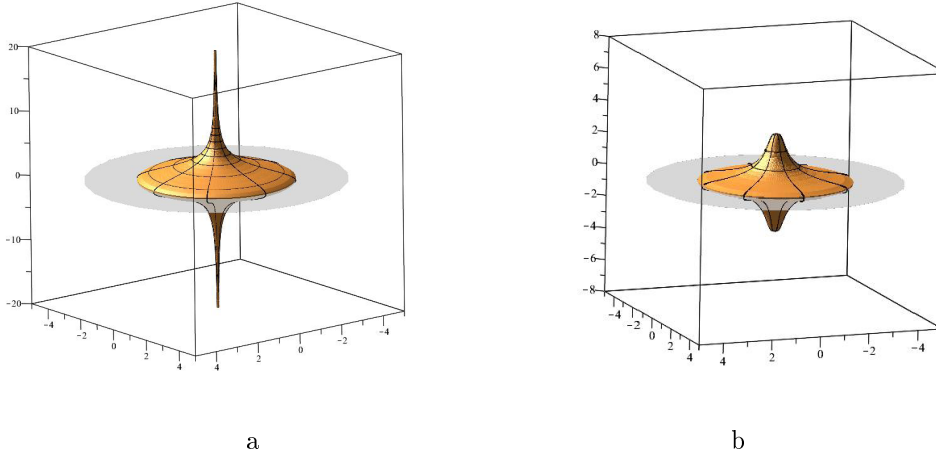


Рис. 1. Изоповерхности \mathcal{R} (20): а – диск с джетом, б – диск с балджем. Серым цветом изображена средняя плоскость диска

6. Некоторые частные распределения в пространстве. Диски и джеты

Одной из простейших гипотез относительно пространственного распределения массивности является предположение, что более массивные частицы среды формируются в области с большей средней плотностью массы. Простейшая формой зависимости \mathcal{M} от \mathcal{R} , соответствующих данной гипотезе, является степенная функция:

$$\mathcal{M} = m_0 \mathcal{R}^k, \quad (18)$$

с постоянными параметрами $m_0 > 0$ и k .

В результате использования сделанных предположений уравнение (16) будет иметь такой вид:

$$\Lambda_1 \xi \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \xi} + \Lambda_2 \zeta \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \zeta} = \frac{1}{k} (\Lambda_0 \mathcal{R} + 2\mathcal{R}^2). \quad (19)$$

Интегрируя это уравнение, приходим к следующим соотношениям:

$$\mathcal{R} = -\frac{\Lambda_0}{2} \frac{1}{C(\chi) \xi^{L_0} + 1}, \quad \chi = \Lambda_2 \ln \xi - \Lambda_1 \ln \zeta, \quad L_0 = -\Lambda_0 / (k\Lambda_1). \quad (20)$$

Здесь $C(\chi)$ – произвольная дифференцируемая функция переменной χ , постоянная вдоль характеристик. Из (20) следует, что условие $\mathcal{R} > 0$ может выполняться только в случае $\Lambda_0 = 2\Lambda_1 + \Lambda_2 < 0$. Примеры решений (20) для $C(\chi) = A_1 e^{L_1 \chi} + A_2 e^{L_2 \chi} + A_3$ приведены на рис. 1. На этом рисунке изображены изоповерхности плотности пыли для некоторых значений параметров модели.

Заключение

В работе получены уравнения динамики и структуры пылевых дисков в условиях динамического равновесия, которые позволяют объяснить наличие эффекта “темной материи” с помощью неоднородного пространственного распределения функции массивности частиц. Кривую вращения дисков в этом случае также связывается с неоднородной массивностью частиц. Такой подход позволяет естественным образом объяснить существованием джетов и балджей в астрофизических дисковых структурах, например, галактиках и квазарах.

Список литературы

1. Журавлев В.М. Модели динамического равновесия астрофизических объектов. *ЖЭТФ*. 2022. Т. 162. № 6. С. 850–877.
2. Журавлев В.М. Динамическое равновесие и осцилляции звезд с неравномерной массивностью частиц среды. *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки*. 2023, № 4. (в печати)

References

1. Zhuravlev V.M. Modeli dinamicheskogo ravnovesiay astrofizicheskikh ob'ektov. *JETP*, 2022, vol. 162, no. 6, pp. 850–877.
2. Zhuravlev V.M. Dynamic equilibrium and oscillations of stars with uneven massiveness of particles in the medium. *Izvestiya Vysshikh uchebnykh zavedeniy. Volga region. Physical and mathematical sciences*, 2023, no. 4. (in the press)

Авторы

Журавлев Виктор Михайлович, д.ф.-м.н., профессор, Ульяновский государственный педагогический университет, г. Ульяновск, 432071, Россия.

E-mail: zhvictorm@gmail.com

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Журавлев В. М. Эволюция пылевых дисков и джеты в моделях динамического равновесия. Роль “темной материи”. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2024. № 1. С. 54–58.

Authors

Zhuravlev Victor Mickhailovich, Dr., Professor, Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk, 432071, Russia.

E-mail: zhvictorm@gmail.com

Please cite this article in English as:

Zhuravlev V. M. Evolution of dust disks and jets in dynamic equilibrium models. The role of “dark matter”. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2024, no. 1, pp. 54–58.