УДК 53.01

МОДЕЛИ С ПОПРАВКАМИ ПО КРИВИЗНЕ И КВАНТОВЫМИ ПОПРАВКАМИ В АСТРОФИЗИКЕ*

Зенин О. И.[a,1], Алексеев С. О.[a,b,2], Немтинова А. В.[c,3], Байдерин А. А.[b,4]

[a] Кафедра квантовой теории и физики высоких энергий, Физический факультет, МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, 119234, Россия.

[b] Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга, МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, 119234, Россия.

[c] Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, г. Екатеринбург, 620002, Россия.

Для модели нелокальной гравитации с помощью алгоритма Ньюмена-Яниса получено новое решение вида “вращающаяся черная дыра” (ЧД). Показано, как можно учитывать квантовые гравитационные поправки при моделировании теней ЧД с использованием вращающихся метрик при независимом от модели подходе. Предложенный подход будет эффективным в будущем, при увеличении точности наблюдений, поскольку потребуется теоретическое обоснование новых результатов. Показано, что место введения новых полей и/или разложений по кривизне можно учитывать различные полевые поправки.

Ключевые слова: Тень черной дыры, Event Horizon Telescope, расширенные теории гравитации, Sgr A*, квантовая гравитация, метрика Керра.

MODELS WITH CURVATURE AND QUANTUM CORRECTIONS IN ASTROPHYSICS

Zenin O. I.[a,1], Alexeyev S. O.[a,b,2], Nemtinova A. V.[c,3], Baiderin A. A.[b,4]

[a] Department of Quantum Theory and High Energy Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119234, Russia.

[b] Sternberg State Astronomical Institute, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119234, Russia.

[c] Ural Federal University named by First President of Russia B.N.Eltsin, Yekaterinburg, 620002, Russian Federation.

For the nonlocal gravity model, a new solution of the rotating black hole (BH) type was obtained using the Newman-Janis algorithm. It was shown how it is possible to take into account quantum gravitational corrections for modeling black hole shadows using rotating metrics in a model-independent approach. This approach will be effective in the future, as the accuracy of observations increases, since in this case a theoretical justification of new results is required. It is shown that it is possible to take into account various field corrections instead of introducing new fields and/or expansions in curvature.

Keywords: Black hole shadow, Event Horizon Telescope, extended theories of gravity, Sgr A*, quantum gravity, Kerr metric.

PACS: 04.80.Cc, 04.50.Kd
DOI: 10.17238/issn2226-8812.2024.1.59-64

*Работа Зенина О.И. финансировалась за счет средств Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС” грант 22-2-2-11-1.

[1]E-mail: dkiiiabu4@gmail.com
[2]E-mail: alexeyev@physics.msu.ru
[3]E-mail: aleksandra.nemtinova14@mail.ru
[4]E-mail: baiderin21a@gmail.com

Введение

В настоящей работе мы обсудим применение нелокальных действий в расширенных моделях гравитации. Данный подход был предложен, например в [1]. С помощью данного подхода возможно смоделировать темную энергию более естественным способом. Одним из примеров нелокальных конструкций является модель Рэндалл-Сандрума [2]. Данный подход позволил установить новые ограничения на гравитационные модели, используя данные физики высоких энергий [3]. Рассмотрим следующий Лагранжиан (поскольку нас интересуют вклады только нелокальных членов, запишем только соответствующую часть):

$$L_{NL} \quad = \quad \alpha R \log \frac{\Box}{\mu^2} R + \beta R_{\mu\nu} \log \frac{\Box}{\mu^2} R^{\mu\nu} + \gamma R_{\mu\nu\alpha\beta} \log \frac{\Box}{\mu^2} R^{\mu\nu\alpha\beta}, \tag{1}$$

где R, $R_{\mu\nu}$ и $R_{\mu\nu\alpha\beta}$ — скаляр Риччи, тензоры Риччи и Римана соответственно, c_i, α, β и γ — числовые коэффициенты [4]. Решения вида "черная дыра" для действия (1) получено и имеет вид (в сигнатуре $(-,+,+,+)$):

$$ds^2 = -f_t dt^2 + f_r dr^2 + r^2 d\Omega^2, \tag{2}$$

где метрические функции:

$$f_r \quad \simeq \quad \left(1 - \frac{2G_n M}{r}\right)^{-1} - (\alpha + \beta + 3\gamma)\frac{128\pi G_n^2 M}{r^3} + O(G_n^3) = \left(1 - \frac{2G_n M}{r}\right)^{-1} - \frac{\hat{\beta}\hbar G_n^2 M}{r^3} + O(G_n^3),$$

$$f_t \quad \simeq \quad \left(1 - \frac{2G_n M}{r}\right) - (\alpha - \gamma)\frac{384\pi G_n^2 M}{r^3} + O(G_n^3) = \left(1 - \frac{2G_n M}{r}\right) - \frac{\hat{\alpha}\hbar G_n^2 M}{r^3} + O(G_n^3).$$

Величины $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ — это линейные комбинации калибровочных коэффициентов из Табл. 1 в [4], M — масса черной дыры, а $G_n = l_p^2$ (l_p — Планковская длина) — эффективная гравитационная постоянная в Планковской системе единиц $c = \hbar = 1$.

Отметим, что в данном решении присутствует комбинация вида $G_n M$, то есть, произведение массы ЧД и квантового коэффициента G_n. Однако, в случае Sgr A* масса $M \approx 10^{40}$ г значительно больше планковских масс ($M \approx 10^{-5}$ г), поэтому влияние третьего порядка в (2) будет ничтожно мало. Так как наша цель заключается в разработке модельно-независимого подхода к учету нелокальных членов, мы продолжим работать с коэффициентами другого порядка. При данном подходе возможно теоретическое моделирование теней ЧД с дополнительными степенями свободы без добавления новых полей. Обратим внимание, что данная метрика (2) является сферически-симметричной ЧД. Однако, оба объекта, полученных Event Horizon Telescope (EHT) [5] являются вращающимися ЧД. Поэтому требуется нахождение решения типа Керра на основе существующего решения типа Шваршильда, полученного в [4]. Для это применим алгоритм Ньюмена-Яниса, а в дальнейшем произведем моделирование для полученного решения.

1. Получение вращающегося решения с помощью метода Ньюмена-Яниса

Для получения вращающегося варианта решения типа ЧД (как обобщения невращающегося решения) часто используется специальный алгоритм [6]: алгоритм Ньюмена-Яниса [7]. С его помощью был получен вид метрики в координатах Бойера-Линдквиста с учетом вращения черной дыры ($\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2\theta$), где a — параметр вращения:

$$\begin{aligned} ds^2 = &- \frac{(f_r^{-1} r^2 + a^2 \cos^2\theta)}{(\omega + a^2\cos^2\theta)^2}\rho^2 dt^2 - 2a\sin^2\theta \left[\frac{\omega - f_r^{-1} r^2}{(\omega + a^2 \cos^2\theta)^2}\right]\rho^2 dt d\phi + \\ &+ \frac{\rho^2}{f_r^{-1} r^2 + a^2} dr^2 + \rho^2 d\theta^2 + \rho^2 \sin^2\theta \left[1 + a^2 \sin^2\theta \frac{2\omega - f_r^{-1} r^2 + a^2\cos^2\theta}{(\omega + a^2\cos^2\theta)^2}\right] d\phi^2. \end{aligned} \tag{3}$$

В этой метрике ω имеет вид:

$$\omega = r^2 \left(1 + \frac{(\hat{\alpha} + \hat{\beta}) f_{ex}}{2}\right), \qquad f_s = 1 - \frac{2MG_n}{r}, \qquad f_{ex} = \frac{G_n^2 M}{r^3}. \tag{4}$$

Используя уравнение Гамильтона-Якоби для нулевых геодезических, получим координаты границы тени:

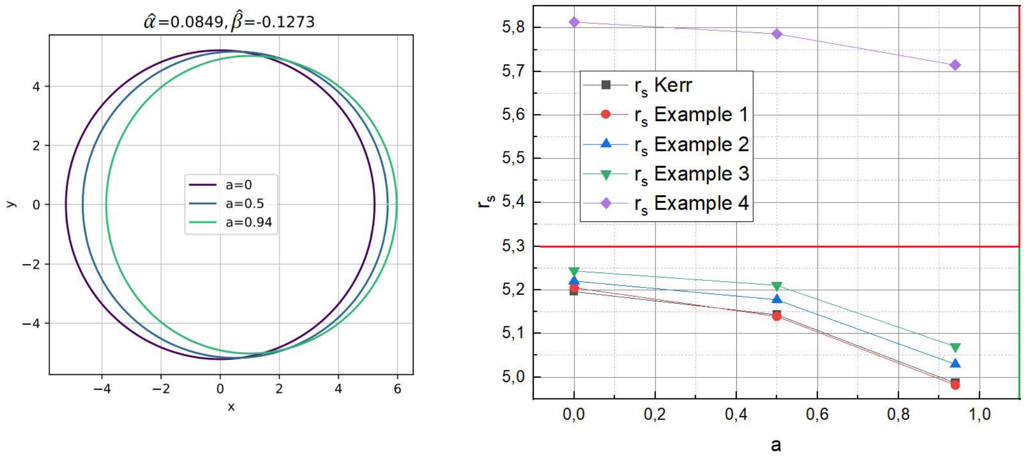
$$x' = -\frac{\lambda}{\sin\theta_0}, \tag{5}$$

$$y' = \pm\sqrt{\eta + a^2\cos^2\theta_0 - \frac{\lambda^2}{\tan^2\theta_0}}, \tag{6}$$

где θ_0 — угол между плоскостью вращения черной дыры и лучом зрения наблюдателя. В приведенных выше выражениях параметры λ и η определяются как:

$$\lambda = \frac{\omega + a^2}{a} - \frac{2\omega'}{a}\frac{(f_r^{-1}r^2 + a^2)}{(f_r^{-1}r^2)'}, \tag{7}$$

$$\eta = \frac{4(f_r^{-1}r^2 + a^2)}{(f_r^{-1}r^2)'^2}\omega'^2 - \frac{1}{a^2}\left[\omega - \frac{2(f_r^{-1}r^2 + a^2)}{(f_r^{-1}r^2)'}\omega'\right]^2, \tag{8}$$



a) *b)*

Рис. 1. Профиль тени черной дыры при различных a для случая примера 2 (a) и зависимость размера тени r_s от параметра вращения a для случая метрики Керра и различных фиксированных полей (b) при угле наклона плоскости вращения $\theta_0 = \frac{\pi}{6}$ (Sgr A*).

2. Моделирование тени черной дыры Sgr A*

Проведем моделирование тени черной дыры Sgr A*. По результатам моделирования EHT [8] показано, что наиболее вероятные значения параметра вращения a — это 0.5 и 0.94. Будем использовать гравитационные поправки к метрике устойчивой звезды, удовлетворяющие уравнению Толмена-Оппенгеймера-Волкова [9], коэффициенты Вильсона из [4]. Выразим новые коэффициенты $\hat{\alpha} = -(\alpha + \beta + 3\gamma)128/11520\pi$, $\hat{\beta} = (\alpha - \gamma)384/11520\pi$:

Тип поля	α	β	γ	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
Скаляр	5	-2	2	0.031830991	0.031830991
Фермион	-5	8	7	0.08488264	-0.127324316
Вектор	-50	176	-26	0.169765314	-0.254647752
Гравитон	250	-244	424	4.520000449	-1.846200376

В таблице ниже показаны значения дополнительных параметров, а также эффективный размер тени r_s для случая $a = 0$. Отметим, что в данном случае моделирование производится для случая массы ЧД $M = 1$ (поскольку в реальном случае $M = 10^{44}$ эффект исчезает) и для различных значений параметров, определенных в [9]. Далее назовем их примерами 1-4, поскольку,

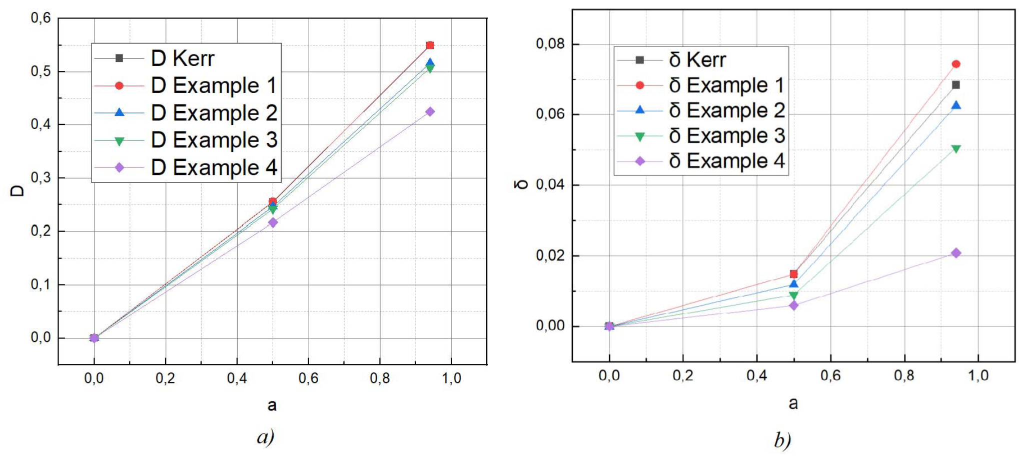


Рис. 2. Зависимость смещения D (a) и параметра искажения δ (b) от параметра вращения a для случая метрики Керра и различных фиксированных полей при угле наклона плоскости вращения $\theta_0 = \frac{\pi}{6}$ (Sgr A*).

для реальных полей с учетом разницы масс (планковские и звездные) для Sgr A* такие значения дополнительных полей не дадут никакого эффекта, поэтому мы рассматриваем их как возможные значения параметров в модельно независимом подходе.

Тип решения	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	r_s
Керр	0	0	5.196
Пример 1	0.0318	0.0318	5.193
Пример 2	0.0849	-0.1273	5.228
Пример 3	0.1698	-0.2546	5.259
Пример 4	4.52	-1.846	5.813

На Рис. 1(a) показан профиль теней черной дыры Sgr A* из данных EHT (наклон плоскости вращения $\theta_0 = \pi/6$, значения параметра вращения a равны 0.5 и 0.94, и, для сравнения, $a = 0$). Видно, что тень смещается от оси симметрии с увеличением a и становится асимметричной вдоль направления x (при больших значениях a). При $a \to 0$ восстанавливается круглая тень для метрики Шварцшильда. Рассмотрим размер тени ЧД (Рис. 1(b)). Видно, что размер тени зависит от параметра вращения a. Заметим, что ограничения EHT проходят все поля (зеленая область), кроме поля из примера 4 (уже в красной области). Теперь рассмотрим параметр смещения D (Рис. 2(a)), который определяется как $D = (x_{min} + x_{max})/2$. Заметим, что с увеличением модуля значений параметров $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ смещение становится меньше. Последним рассмотрим параметр искажения δ (Рис. 2(b)), определяемый как $\delta_{cs} = \Delta_{cs}/r_s$ (Δ_{cs} — расстояние от левого края тени до круговой аппроксимации). Отметим, что максимальное искажение получится при $a = 0.94$ и равно около 5-8% (кроме случая примера 4). При этом при параметре вращения $a = 0.5$ искажение составит около 1.5%.

Заключение

В данной работе было получено вращающееся решение для модели квантовой гравитации, используя алгоритм Ньюмена-Яниса и учитывая действие (1). Проведено моделирование тени черной дыры для вращающейся метрики в чисто квазикерровском случае, а также с учетом дополнительных полей в случае черных дыр Планковских масс ($M \approx 10^{-5}$ г). Из ограничений на размер тени, описанных в [5], исключен случай примера 4 ($r_s = 5.813$ при максимально разрешенном 5.3). По результатам EHT [8] наиболее вероятный угол наклона для Sgr A* составляет $\theta_0 = 30°$, а наиболее вероятные значения a 0.5 и 0.94. Нами было показано, что в гипотетическом случае $M \approx 10^{-5}$ г тень деформируется незначительно. При $a = 0.94$ деформация составляет около 5-8% (кроме примера 4), а при $a = 0.5$ - около 1.5%. С увеличением разрешения изображения можно будет с большой точностью определить параметры вращения Sgr A*.

Данный алгоритм может быть применен на широкий класс нелокальных гравитационных теорий, что будет произведено в дальнейшем.

Список литературы

1. Барвинский А.О. Космологические браны и макроскопические дополнительные измерения. *УФН*. 2005. **175**. 569.

2. Боос Э.Э., Буничев В.Е., Волобуев И.П., Смоляков М.Н. Геометрия, физика и феноменология модели Рэндалл-Сундрума. *ЭЧАЯ*. 2012. **43**. 1.

3. Alexeyev S., Calmet X., Latosh B. Gravity induced non-local effects in the standard model. *Phys. Lett. B*, 2018, **776**, 111.

4. Calmet X., Casadio R., Kuipers F. Quantum gravitational corrections to a star metric and the black hole limit. *Phys. Rev. D*, 2019, **100**, 086010.

5. The Event Horizon Telescope Collaboration, First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. II. EHT and Multi-wavelength Observations, Data Processing, and Calibration. *Astrophys. J. Lett.*, 2022, **930**, L13.

6. Erbin H. Janis-Newman algorithm: generating rotating and NUT charged black holes. *Universe*, 2017, **3**, 19.

7. Newman E.T., Janis A.I. Note on the Kerr Spinning-Particle Metric. *J. Math. Phys.*, 1965, **6**, 915.

8. The Event Horizon Telescope Collaboration, First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. VI. Testing the Black Hole Metric, *Astrophys. J. Lett.*, 2022, **930**, L17.

9. Calmet X., El-Menoufi B.K. Quantum corrections to Schwarzschild black hole. *Eur. Phys. J. C*, 2017, **77**, 243.

References

1. Barvinskii A.O. Cosmological branes and macroscopic extra dimensions, *Phys. Usp.*, 2005, **48**, 545.

2. Boos E.E., Bunichev V.E., Volobuev I.P., Smolyakov M.N. Geometry, physics, and phenomenology of the Randall-Sundrum model. *Phys. Part. Nucl.*, 2012, **43**, 42.

3. Alexeyev S., Calmet X., Latosh B. Gravity induced non-local effects in the standard model. *Phys. Lett. B*, 2018, **776**, 111.

4. Calmet X., Casadio R., Kuipers F. Quantum gravitational corrections to a star metric and the black hole limit. *Phys. Rev. D*, 2019, **100**, 086010.

5. The Event Horizon Telescope Collaboration, First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. II. EHT and Multi-wavelength Observations, Data Processing, and Calibration. *Astrophys. J. Lett.*, 2022, **930**, L13.

6. Erbin H. Janis-Newman algorithm: generating rotating and NUT charged black holes. *Universe*, 2017, **3**, 19.

7. Newman E.T., Janis A.I. Note on the Kerr Spinning-Particle Metric. *J. Math. Phys.*, 1965, **6**, 915.

8. The Event Horizon Telescope Collaboration, First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. VI. Testing the Black Hole Metric, *Astrophys. J. Lett.*, 2022, **930**, L17.

9. Calmet X., El-Menoufi B.K. Quantum corrections to Schwarzschild black hole. *Eur. Phys. J. C*, 2017, **77**, 243.

Авторы

Зенин Олег Игоревич, аспирант, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий, Физический факультет, МГУ имени М.В. Ломоносова, ул. Колмогорова, 1, стр. 2, г. Москва, 119234, Россия.
E-mail: dkiiiabu4@gmail.com

Алексеев Станислав Олегович, д. ф.-м. н., ведущий научный сотрудник, Отдел релятивистской астрофизики, Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга, МГУ имени М.В. Ломоносова, Университетский пр-т, 13, г. Москва, 119234, Россия; профессор, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий, Физический факультет, МГУ имени М.В. Ломоносова, ул. Колмогорова, 1, стр. 2, г. Москва, 119234, Россия.
E-mail: alexeyev@physics.msu.ru

Немтинова Александра Вячеславовна, студент, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, Мира, 19, г. Екатеринбург, 620002, Россия.
E-mail: aleksandra.nemtinova14@mail.ru

Байдерин Артем Андреевич, аспирант, кафедра квантовой теории и физики высоких энергий, Физический факультет, МГУ имени М.В. Ломоносова, ул. Колмогорова, 1, стр. 2., г. Москва, 119234, Россия.
E-mail: baiderin21a@gmail.com

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:
Зенин О. И., Алексеев С. О., Немтинова А. В., Байдерин А. А. Модели с поправками по кривизне и квантовыми поправками в астрофизике. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия.* 2024. № 1. С. 59–64.

Authors

Zenin Oleg Igorevich, postgraduate student, Department of Quantum Theory and High Energy Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, st. Kolmogorova, 1, building 2, Moscow, 119234, Russia.
E-mail: dkiiiabu4@gmail.com

Alexeyev Stanislav Olegovich, Ph.D., leading researcher, Department of Relativistic Astrophysics, Sternberg State Astronomical Institute, Lomonosov Moscow State University, Universitetskiy Ave., 13, Moscow, 119234, Russia; Professor, Department of Quantum Theory and High Energy Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, st. Kolmogorova, 1, building 2, Moscow, 119234, Russia.
E-mail: alexeyev@physics.msu.ru

Nemtinova Alexandra Vyacheslavovna, student, Ural Federal University named by First President of Russia B.N.Eltsin, Ulitsa Mira, 19, Yekaterinburg, 620002, Russian Federation.
E-mail: aleksandra.nemtinova14@mail.ru

Baiderin Artem Andreevich, postgraduate student, Department of Quantum Theory and High Energy Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, st. Kolmogorova, 1, building 2, Moscow, 119234, Russia.
E-mail: baiderin21a@gmail.com

Please cite this article in English as:
Zenin O. I., Alexeyev S. O., Nemtinova A. V., Baiderin A. A. Models with curvature and quantum corrections in astrophysics. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2024, no. 1, pp. 59–64.