

УДК 537.8, 53.043, 53.098

© Панасенко Л. А., Долгов А. Д., 2024

**КОНВЕРСИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОД
ДЕЙСТВИЕМ КОСМОЛОГИЧЕСКОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ФОНЕ
ВСЕЛЕННОЙ ФРИДМАНА ***Панасенко Л. А.^{a,1}, Долгов А. Д.^{b,a,2}^a Новосибирский Государственный Университет, г. Новосибирск, 630090, Россия.^b Объединенный Институт Ядерных Исследований, г. Дубна, 141980, Россия.

В работе рассмотрен эффект конверсии гравитационных волн (ГВ) в электромагнитные волны (ЭМВ) под действием внешнего магнитного поля. Цель исследования – оценка влияния этого эффекта на амплитуду реликтовых ГВ частотой $10^{-18} - 10^{-16}$ Гц. Известно, что амплитуда космологического магнитного поля растет при движении вспять по времени как обратный квадрат масштабного фактора. По этой причине эффект конверсии в космологическом магнитном поле мог бы быть значительным и привести к затуханию реликтовых ГВ, объяснив причину отсутствия влияния первичных тензорных возмущений плотности на реликтовый микроволновой фон. В данном исследовании произведен вывод связанной системы дифференциальных уравнений для распространения ГВ и ЭМВ на фоне метрики Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера. После чего система решена численно для одной из поляризаций ГВ в течение эпохи радиационного доминирования в приближении однородного магнитного поля. Напряженность магнитного поля в современной Вселенной принята равной 1 нГс – верхнему ограничению на напряженность космологического магнитного поля в наше время. В результате были сделаны выводы о крайне незначительном влиянии эффекта конверсии ГВ в ЭМВ под действием космологического магнитного поля на амплитуду длинноволновых реликтовых ГВ.

Ключевые слова: реликтовые гравитационные волны, действие Гейзенберга-Эйлера, космологическое магнитное поле, метрика Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера.

**GRAVITATIONAL WAVE CONVERSION INTO ELECTROMAGNETIC WAVES IN
COSMOLOGICAL MAGNETIC FIELD ON THE FRIEDMAN UNIVERSE
BACKGROUND**Panasenko L. A.^{a,1}, Dolgov A. D.^{b,a,2}^a Novosibirsk State University, Novosibirsk, 630090, Russia.^b Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 141980, Russia.

This paper examines the effect of gravitational wave (GW) conversion into electromagnetic wave (EMW) under the influence of an external magnetic field. The purpose of the study is to assess the influence of this effect on the amplitude of relict GWs with a frequency of $10^{-18} - 10^{-16}$ Hz. As it is known, the amplitude of the cosmological magnetic field increases when moving backward in time as the inverse square of the scale factor. This means that the conversion effect in the cosmological magnetic field might lead to the damping of relict GWs, explaining the reason for the absence of tensor density perturbation traces in the cosmic microwave background. In this study, a coupled system of differential equations was derived for the propagation of GW and EMW in the Friedman-Lemaitre-Robertson-Walker metric. After that, the system was solved numerically for one of the GW polarizations in during the radiation dominance epoch in the approximation of a uniform magnetic field. The field strength in the present day universe is assumed to be 1 nG – the upper limit on the cosmological magnetic field strength (present day value). As a result, the conclusion was obtained on insignificant influence of the effect of GW conversion into electromagnetic waves in a cosmological magnetic field on the long-wave relict GW amplitude.

*Работа поддержана грантом РФФИ номер 23-42-00066.

¹E-mail: l.vetoshkina@gsu.ru²E-mail: dolgov@nsu.ru

Keywords: relic gravitational waves, Heisenberg–Euler action, cosmological magnetic fields, Friedman–LeMaitre–Robertson–Walker space-time.

PACS: 04.30.Nk, 41.20.Jb, 11.10.Ef
 DOI: 10.17238/issn2226-8812.2024.1.84-89

Введение

Многие модели инфляции Вселенной предсказывают рождение тензорных возмущений метрики – реликтовые гравитационные волны (ГВ) [1–3]. Тем не менее, до сих пор не удалось обнаружить их отпечаток на поляризации реликтового излучения. Напротив, с увеличением точности измерений ограничение на амплитуду реликтовых ГВ становится все более строгим [4, 5]. В данной работе проверяется гипотеза о том, что длинноволновые реликтовые ГВ затухли вследствие их взаимодействия с космологическим магнитным полем в ранней Вселенной.

Эффект конверсии ГВ в электромагнитные волны (ЭМВ) во внешнем электромагнитном поле известен давно. Однако, он не рассматривался в искривленном пространстве-времени. Переход ГВ в ЭМВ происходит при рассмотрении петлевой поправки к действию Максвелла – эффективного действия Гейзенберга–Эйлера [6]. Оно описывает рассеяние фотона на фотоне посредством рождения виртуальной электрон-позитронной пары. Таким образом, действие для электромагнитного поля в приближении $B \ll m_e^2$ принимает вид:

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{Max} + \mathcal{A}_{HE} = -\frac{1}{4} \int d^4x \sqrt{-g} (F^2 + A_\mu J^\mu) + \int d^4x \sqrt{-g} C_0 \left[(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu})^2 + \frac{7}{4} (\tilde{F}^{\mu\nu} F_{\mu\nu})^2 \right]. \quad (1)$$

Где $C_0 = \alpha^2/(90m_e^4)$, $\alpha = 1/137$ – постоянная тонкой структуры, A_μ – потенциал электромагнитного поля, J^μ – ток, $\tilde{F}_{\alpha\beta} = \frac{\sqrt{-g}}{2} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} F^{\mu\nu}$ – дуальный тензор Максвелла (см. п. 83 книги [7]).

Важно отметить, что несмотря на то, что второе слагаемое в ур.(1) имеет второй порядок малости по α , эффект перехода ГВ в ЭМВ может быть значительным вследствие нескольких соображений:

1. Напряженность космологического магнитного поля растет при движении вспять по времени по закону $B(t) = B_0/a(t)^2$, где $a(t)$ – масштабный фактор. Таким образом, в эпоху радиационного доминирования (РД) может принимать значения на 8–18 порядков больше современного значения (для $a \in [10^{-9}, 10^{-4}]$), приводя к значительному эффекту конверсии;
2. В эпоху РД Вселенная была заполнена первичной плазмой, взаимодействие с которой могло приводить к выбыванию рождающихся фотонов из пучка, препятствуя их обратной конверсии в ГВ;
3. РД стадия длилась десятки тысяч лет, и, вероятно, даже малый коэффициент конверсии ГВ в ЭМВ может привести к значительному эффекту затухания амплитуды реликтовых ГВ.

Статья имеет следующую структуру: в разделе 1 кратко описана методика вывода связанной системы уравнений гравитон-фотон на фоне метрики Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера (ФЛ-РУ), сформулирована рассматриваемая задача и перечислены упрощения, которые были введены с целью оценки эффекта по порядку величины. В разделе 2 описан метод численного решения и представлены результаты. В заключении сделаны выводы по результатам исследования.

1. Методика

Обозначим полные величины верхним подчеркиванием, и разложим их до первого порядка по возмущению

$$\begin{aligned} \bar{g}_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad \bar{A}_\mu = A_\mu + f_\mu, \\ \bar{F}_{\mu\nu} &= F_{\mu\nu} + f_{\mu\nu} = (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) + (\partial_\mu f_\nu - \partial_\nu f_\mu), \end{aligned} \quad (2)$$

где $g_{\mu\nu}, A_\mu, F_{\mu\nu}$ – фоновые значения метрики, потенциала и тензора электромагнитного поля соответственно, $h_{\mu\nu}, f_\mu, f_{\mu\nu}$ – поправки первого порядка по возмущению к этим же величинам.

Далее кратко опишем вывод уравнения движения для возмущений метрики и для фотона в общем случае искривленного фонового пространства-времени, не приводя громоздких математических выкладок. После чего, запишем систему для случая метрики ФЛРУ с учетом ряда упрощений, перечисленных в разделе 1.3. Более подробно с выводом читатель может ознакомиться в нашей работе [8].

1.1. Уравнение для гравитационной волны

Запишем уравнение Эйнштейна для полных тензора Риччи, скаляра кривизны, тензора энергии импульса и полной метрики, $\bar{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\bar{g}_{\mu\nu}\bar{R} = 8\pi G\bar{T}_{\mu\nu}$, и разложим его до первого порядка по возмущению:

$$R_{\mu\nu}^{(1)} - \frac{1}{2}\left(h_{\mu\nu}R + g_{\mu\nu}R^{(1)}\right) = 8\pi GT_{\mu\nu}^{(1)}. \quad (3)$$

Обратим внимание, что в правой части уравнения стоит поправка к тензору энергии-импульса электромагнитного поля $T_{\mu\nu}^{(1)} = T_{\mu\nu}^{Max(1)} + T_{\mu\nu}^{HE(1)}$. Чтобы ее выразить воспользуемся соотношением $\bar{T}_{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-\bar{g}}}\frac{\delta\bar{\mathcal{A}}}{\delta\bar{g}_{\mu\nu}}$ и разложим до первого порядка по возмущению: $\bar{T}_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} + T_{\mu\nu}^{(1)}$. Здесь $\bar{\mathcal{A}}$ означает действие, выраженное в терминах полных величин.

1.2. Уравнение для электромагнитной волны

Для вывода уравнения движения ЭМВ возьмем вариацию действия электромагнитного поля (1), выраженное в терминах полных величин, и приравняем ее к нулю, положив $J^\mu = 0, f^t = 0$. Далее, разложим полученное уравнение до первого порядка по возмущению.

Также необходимо учесть взаимодействие фотонов с первичной плазмой. Для этого добавим еще два слагаемых: $(\Gamma\dot{f}_j + \Omega_{pl}^2 f_j)$. Первое слагаемое пропорционально коэффициенту затухания из-за рассеяния фотона на частицах плазмы $\Gamma = v\sigma n \sim \alpha^2 T$, где $v \approx 1$ – относительная скорость фотона и центра рассеяния, $n = 0.1g_*T^3$ – плотность заряженных частиц в плазме, $g_* = 10 - 100$ – число сортов заряженных частиц в эпоху РД, $\sigma = \alpha^2/T$ – сечение рассеяния. Второе слагаемое пропорционально квадрату плазменной частоты $\Omega_{pl}^2 = \frac{e^2 n}{m_e} \sim \alpha T^2$, где m_e – масса электрона. Оно ограничивает частоты ЭМВ, которые могут распространяться в плазме ($\omega > \Omega_{pl}$) [9].

Еще один эффект, который нужно учесть – конформная аномалия [10,11]. Электромагнитный тензор имеет ненулевое значение следа, что приводит к дополнительному слагаемому в левой части уравнения движения фотона: $\alpha\beta(\partial_\mu F_{\nu}^\mu \ln a - HF_{\nu}^t)$, где β – первый коэффициент разложения бета-функции. Первое слагаемое здесь – это перенормировка заряда, второе – рождение фотонов в конформно-плоской метрике.

1.3. Формулировка задачи и упрощения

Рассмотрим чисто тензорную ГВ, которая распространяется в метрике ФЛРУ вдоль оси z , и входит в область, заполненную магнитным полем и плазмой. Примем, что магнитное поле однородно, то есть зависит только от масштабного фактора $a(t)$.

В ходе работы было показано, что эффект конверсии отсутствует для ГВ, которая распространяется вдоль вектора внешнего магнитного поля, поэтому для оценки эффекта по порядку величины сверху, примем, что внешнее магнитное поле направлено по оси x .

Важным результатом является также разделение системы уравнений на две независимые подсистемы $\{f^x, h_\times\}$ и $\{\Phi, \Psi, f^y, h_+\}$, где Φ, Ψ – скалярные степени свободы возмущений метрики [3]. Таким образом, в присутствии внешнего магнитного поля ГВ переходит в ЭМВ и в скалярные возмущения пространства-времени. Смешивание мод ГВ легко объясняется тем, что разделение

уравнений движения для разложения возмущений метрики по поляризациям возможно только при наличии аксиальной симметрии задачи. В рассматриваемом случае, помимо волнового вектора ГВ, присутствует дополнительный вектор \mathbf{V} , нарушающий эту симметрию.

Заметим также, что при высоких температурах, помимо электронов и позитронов, в петлю рассеяния фотона на фотоне дают вклад и другие фермионы. Таким образом, в общем случае коэффициент $C = C(T)$ зависит от температуры. В рассматриваемой задаче-оценке этой зависимостью можно пренебречь.

Сделаем еще одно важное замечание о том, что мы пренебрегаем поправками к ТЭИ от фонового магнитного поля, так как гравитация фонового магнитного поля пренебрежимо мала по сравнению с гравитацией фона материи.

2. Результаты

В представленной работе мы остановимся на решении первой независимой подсистемы дифференциальных уравнений. В терминах масштабного фактора и с учетом вышеперечисленных упрощений система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 f^x : a^2 H^2 f^{x''} + a H^2 \left[1 + a \frac{H'}{H} + 8 \frac{2B_0^2 C_0 - a^4}{16B_0^2 C_0 - a^4} + a H \Gamma \right] f^{x'} + \\
 + \left[\frac{k^2}{a^2} + 2a H H' - 8 H^2 \frac{4B_0^2 C_0 + a^4}{16B_0^2 C_0 - a^4} + 2\Gamma H + \omega_{pl}^2 \right] f^x - \alpha \beta H^2 (a f^{x'} + 2 f^x) = - \frac{ik B_0}{a^4 m_{pl}} h_{\times}, \\
 h_x^y : a^2 H^2 h_{\times}'' + (4a H^2 + a^2 H H') h_{\times}' + \left[\frac{k^2}{a^2} + \frac{16\pi G B_0^2}{a^4} \left(1 - \frac{4B_0^2 C_0}{a^4} \right) \right] h_{\times} = \\
 = - \frac{16\pi G B_0 ik}{a^2} \left(1 - \frac{16B_0^2 C_0}{a^4} \right) m_{pl} f^x,
 \end{aligned} \tag{4}$$

где штрих означает производную по масштабному фактору, H – параметр Хаббла, m_{pl} – масса Планка, G – гравитационная постоянная.

Решение полученной системы производилось численно на языке Python с использованием пакета solve-ivp в интервале $a \in [10^{-9}, 10^{-4}]$, для значения напряженности магнитного поля в наше время $B_0 = 1$ нГс [12] и для частот ГВ 10^{-18} Гц и 10^{-16} Гц. В результате было получено, что к концу РД стадии амплитуды ГВ данных частот были подавлены на величину порядка 0.01%.

Заключение

По результатам исследования можно сделать вывод, что эффект конверсии реликтовых ГВ в ЭМВ под действием космологического магнитного поля незначительно влияет на амплитуду длинноволновых реликтовых ГВ. Действительно, даже для оценки сверху, в предположении однородности магнитного поля и ортогональности вектора распространения ГВ к направлению магнитного поля, было получено подавление ГВ частотой 10^{-18} – 10^{-16} Гц на величину порядка 0.01%. При этом, фоновое реликтовое излучение дает возможность измерения отношения интенсивностей первичных тензорных возмущений к скалярным, которое пропорционально квадрату амплитуды реликтовых ГВ. Таким образом, на наблюдательных данных эффект составит всего одну десятитысячную процента. Значит, гипотеза подавления реликтовых ГВ из-за их взаимодействия с космологическим магнитным полем не подтвердилась.

Тем не менее, полученные в данной работе результаты могут быть полезны в задачах распространения ГВ вблизи источников достаточно сильных магнитных полей (намагниченные газопылевые облака, магнетары). Фоновую метрику нужно будет заменить, воспользовавшись системой уравнений, выведенной в общем случае искривленного пространства-времени. Интересны, к тому же, качественные выводы о смешивании мод различных спиральностей ГВ.

В последующих работах планируется решить вторую подсистему дифференциальных уравнений, так как вопрос о том, бегут ли порождаемые скалярные возмущения является нетривиальным и представляет интерес. Также планируется рассмотреть решение для более высоких частот реликтовых ГВ.

Список литературы

1. Linde A.D. Inflationary cosmology. *Lect. Notes Phys.*, 2008, vol. 738, pp. 1–54.
2. Grishchuk L.P. Amplification of gravitational waves in an isotropic universe. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 1974, vol. 39, no. 3, p. 402.
3. Горбунов Д.С., Рубаков В.А. Введение в теорию ранней вселенной: космологические возмущения и инфляционная теория. М.: Красанд, 2020.
4. Planck Collaboration, Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 2020, vol. 641.
5. Galloni G. et al. Updated constraints on amplitude and tilt of the tensor primordial spectrum. *JCAP*, 2023, vol. 04, no. 062.
6. Heisenberg W., Euler H. Folgerungen aus der Diracschen Theorie des Positrons. *Zeitschrift für Physik*, 1936, vol. 98, pp. 714–732.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля, Том 2. М.: Физматлит, 2020.
8. Dolgov A.D., Panasenko L.A., Bochko V.A. Graviton to Photon Conversion in Curved Space-Time and External Magnetic Field. *Universe*, 2024, vol. 10(1), no. 7.
9. Питаевский Л.П., Лифшиц Е.М. Физическая кинетика, Том 10, Гл. III. М.: Физматлит, 2020.
10. Duff M.J. Twenty Years of the Weyl Anomaly. *Class. Quant. Grav.*, 1994, vol. 11, pp. 1387–1404.
11. Dolgov A.D. Conformal Anomaly and the Production of Massless Particles by a Conformally Flat Metric. *Sov. Phys. JETP*, 1981, vol. 54, pp. 223–228.
12. Barrow J.D., Ferreira P.G., Silk J. Constraints on a Primordial Magnetic Field. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, vol. 78, pp. 3610–3613.

References

1. Linde A.D. Inflationary cosmology. *Lect. Notes Phys.*, 2008, vol. 738, pp. 1–54.
2. Grishchuk L.P. Amplification of gravitational waves in an isotropic universe. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 1974, vol. 39, no. 3, p. 402.
3. Gorbunov D.S., Rubakov V.A. *Introduction to the theory of the early universe: Cosmological perturbations and inflationary theory*. Hackensack, USA: World Scientific, 2011.
4. Planck Collaboration, Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 2020, vol. 641.
5. Galloni G. et al. Updated constraints on amplitude and tilt of the tensor primordial spectrum. *JCAP*, 2023, vol. 04, no. 062.
6. Heisenberg W., Euler H. Folgerungen aus der Diracschen Theorie des Positrons. *Zeitschrift für Physik*, 1936, vol. 98, pp. 714–732.
7. Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields*, vol. 2, N.Y.: Pergamon press, 1971.
8. Dolgov A.D., Panasenko L.A., Bochko V.A. Graviton to Photon Conversion in Curved Space-Time and External Magnetic Field. *Universe*, 2024, vol. 10(1), no. 7.
9. Pitaevskii L.P., Lifshitz E.M. *Physical Kinetic*, vol. 10, ch. III. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2012.
10. Duff M.J. Twenty Years of the Weyl Anomaly. *Class. Quant. Grav.*, 1994, vol. 11, pp. 1387–1404.
11. Dolgov A.D. Conformal Anomaly and the Production of Massless Particles by a Conformally Flat Metric. *Sov. Phys. JETP*, 1981, vol. 54, pp. 223–228.
12. Barrow J.D., Ferreira P.G., Silk J. Constraints on a Primordial Magnetic Field. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, vol. 78, pp. 3610–3613.

Авторы

Панасенко Любовь Алексеевна, аспирант, Новосибирский Государственный Университет, ул. Пирогова, д. 2, г. Новосибирск, 630090, Россия.

E-mail: l.vetoshkina@gsu.ru

Долгов Александр Дмитриевич, д.ф.-м.н., профессор, Новосибирский Государственный Университет, ул. Пирогова, д. 2, г. Новосибирск, 630090, Россия; главный научный сотрудник, Объединенный Институт Ядерных Исследований, ул. Жолио-Кюри, д. 6, г. Дубна, 141980, Россия.

E-mail: dolgov@nsu.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Панасенко Л. А., Долгов А. Д. Конверсия гравитационных волн в электромагнитные под действием космологического магнитного поля на фоне Вселенной Фридмана. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2024. № 1. С. 84–89.

Authors

Panasenko Lyubov Alekseevna, Novosibirsk State University, Pirogova st., 2, Novosiborsk, 630090, Russia.

E-mail: l.vetoshkina@gsu.ru

Dolgov Alexander Dmitrievich, Ph.D., Professor, Novosibirsk State University, Pirogova st., 2, Novosiborsk, 630090, Russia; Chief Researcher, Joint Institute for Nuclear Research, Joliot-Curie st., 6, Dubna, 141980, Russia.

E-mail: dolgov@nsu.ru

Please cite this article in English as:

Panasenko L. A., Dolgov A. D. Gravitational wave conversion into electromagnetic waves in cosmological magnetic field on the Friedman Universe background. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2024, no. 1, pp. 84–89.