УДК 539.12.01, 539.1.01

СИММЕТРИИ ТЕОРИИ СТРУН И М-ТЕОРИИ*

Мусаев Э. Т.[a,b,1]

[a] Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, 141702, Россия

[b] Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия

В работе рассматриваются преобразования неабелевой U-дуальности, задающие симметрии пространства вакуумов М-теории и переводящие решения уравнений 11-мерной супергравитации в решения. Обсуждается связь преобразований небелевой U-дуальности с другими известными обобщенными дуальностями.

Ключевые слова: М-теория, U-дуальность, супергравитация.

SYMMETRIES OF STRING AND M-THEORY

Musaev E. T.[a,b,1]

[a] Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, 141702, Russia

[b] Kazan State University, Kazan, 420008, Russia

In this work we consider non-abelian U-duality transformations that provide a symmetry of M-theory vacua. These are solution generating trnasformation for 11-dimensional supergravity. Connections of non-abelian U-duality with other known generalized dualities in string theory is discussed.

Keywords: M-theory, U-duality, supergravity.

PACS: 11.25.-w, 11.30.-j
DOI: 10.17238/issn2226-8812.2024.1.12-16

Введение

Теория струн в стандартной формулировке в терминах двумерной сигма-модели является фонозависимой в том смысле, что для динамика струны определяется на классическом фоне, задаваемом метрикой G_{mn}, полем Калба–Рамона $B_{mn} = -B_{nm}$ и дилатоном ϕ. Самосогласованность квантового описания струны требует, чтобы фоновые поля удовлетворяли уравнениями супергравитации, причем наряду с упомянутыми полями из сектора NS-NS следует ввести поля из сектора R-R — p-формы C_p. Под самосогласованностью понимается требование конформной инвариантности струны в R-NS формализме или требование каппа-инвариантности струны в формализме GS [1]. Поле Калба–Рамона электрически взаимодействует с фундаментальной струной типа II, поля R-R сектора взаимодействуют с Dp-бранами. Вакуумное среднее дилатона играет роль константы связи в разложении по роду римановой поверхности, описывающей мировой лист струны (после евклидизации) $g_s = e^{\phi}$. В локусах пространства вакуумов, где дилатон принимает большие значения, пертурбативное разложение по константе связи g_s не имеет смысла, а фоновое пространство оказывается эффективно 11-мерным [2]. В таком режиме теории правильными степенями свободы являются двумерные и пятимерные мембраны, а соответствующая теория обычно называется М-теорией. Фоновые поля для мембран должны удовлетворять уравнениями 11-мерной супергравитации, что следует из требования каппа-симметричности действия М2-браны [3].

*Работа поддержана РНФ (грант № 20-72-10144).

[1] E-mail: musaev.et@phystech.edu

1. Дуальности

Пространство вакуумов как M-теории, так и ее предела малой константы связи $g_s \to 0$, теории струн, оказывается сильно вырожденным, в том смысле, что разные фоновые пространства могут давать одну и ту же эффективную физику. Пример такого вырождения демонстрирует T-дуальность в теории струн типа II на фоне пространства с компактным направлением радиуса R [4]. В таком случае T-дуальность заменяет радиус на обратный $R \to \alpha'/R$, моды намотки струны на моды импульса и наоборот, при этом оставляя производящий функционал струны неизменным [5]. Интересно, что T-дуальность является пертурбативной симметрией, выполняющейся в каждом отдельном порядке теории возмущений. Это позволяет увидеть симметрию непосредственно на уровне массового спектра возбуждений струны:

$$M^2 = \frac{n^2}{R^2} + \alpha'^2 m^2 R^2 + N + \bar{N} - 2. \tag{1}$$

Здесь $n, m \in \mathbb{Z}$ — числа мод импульса и мод намоток соответственно, $N, \bar{N}$ — операторы числа осцилляторных возбуждений в направлениях, трансверсальных компактному. В более общем случае струны на фоне d-мерного тора преобразования T-дуальности задаются правилами Бушера [4] и образуют группу $\mathrm{O}(d, d; \mathbb{Z})$.

Кроме пертурбативной симметрии T-дуальности теория струн типа IIB демонстрирует симметрию относительно преобразований S-дуальности, заменяющую константу связи на обратную $g_s \to 1/g_s$, и соответственно связывающую пределы сильной и слабой связи теории. Эта симметрия является точной симметрией производящего функционала теории. Вместе S- и T-дуальность образуют группу симметрий M-теории, U-дуальность. Точнее говоря, полупрямое произведение групп Вейля группы $\mathrm{O}(d, d; \mathbb{Z})$ T-дуальности и группы $\mathrm{SL}(2)$ S-дуальности образует группу Вейля группы преобразований U-дуальности [6]. Для M-теории на фоне d-мерного тора группой U-дуальности будет максимальная разделенная форма исключительной группы $E_{d(d)}$.

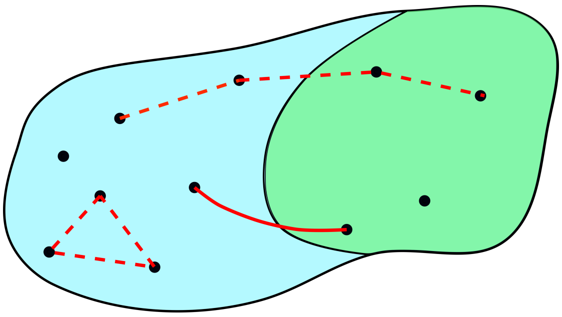

Рис. 1. Схематичное изображение пространства фонов струны: геометрические (светлая область) и негеометрические (темная). Черными точками обозначены отдельные решения уравнений супергравитации, которые могут быть связаны преобразованиями дуальности (пунктирные линии), деформациями (сплошные линии) или быть изолированными.

В более общем случае фоновое пространство может быть не абелевой группой Ли $\mathrm{U}(1)^d \simeq \mathbb{T}^d$, а некоторым неабелевым групповым многообразием G. В таком случае тоже можно определить преобразования (неабелевой) T-дуальности [7], однако, они будут симметриями классической струны, вообще говоря, изменяя производящий функционал. Преобразование неабелевой T-дуальности полей NS-NS сектора может быть представлено в виде следующего простого алгоритма. Определим раздетые метрику G_{IJ} и поле Калба–Рамона B_{IJ}

$$\begin{aligned} G_{mn}(x) &= G_{IJ}\sigma_m{}^I(x)\sigma_n{}^J(x), \\ B_{mn}(x) &= B_{IJ}\sigma_m{}^I(x)\sigma_n{}^J(x), \end{aligned} \tag{2}$$

где σ^I — формы Маурера–Картана на G, пронумерованные индексом $I = 1, \ldots, \mathrm{dim}G$, а x^m — координаты на групповом многообразии. Формы $\sigma^I = \sigma_m{}^I dx^m$ удовлетворяют соотношению $d\sigma^I = f_{JK}{}^I \sigma^J \wedge \sigma^K$. Тогда преобразованные поля G'_{IJ}, B'_{IJ} задаются соотношением

$$\Big(G_{IJ} + B_{IJ} + \tilde{x}_K f_{IJ}{}^K\Big)^{-1} = G'_{IJ} + B'_{IJ}. \tag{3}$$

Здесь $\tilde{x}_I$ — координаты дуального фона. Важно отметить, что G'_{IJ} и B'_{IJ} являются пространственно-временными (не раздетыми!) полями, и свертка с формами Маурера–Картана не требуется. Такое преобразование всегда дает решение уравнений 10-мерной супергравитации. В работе [8] были получены преобразования полей R-R сектора при неабелевой T-дуальности были получены. В явном виде правила преобразования полей при неабелевой фермионной T-дуальности были получены в работах [9], в работах [10, 11] было показано что они переводят решения уравнений двойной теории поля и 10-мерной супергравитации в решения.

2. Неабелева U-дуальность

Вполне очевидно, что преобразование (3) непосредственно не обобщается на случай 11-мерной супергравитации, поскольку вместо антисимметричного тензора B_{IJ} фон задается 3-формой C_{IJK}. Соответствующее преобразование было предложено в работе [12] на основе формализма исключительной теории поля с локальной группой SL(5). Предложенный алгоритм неабелевой U-дуальности состоит в сдвиге (раздетой) 3-формы

$$C_{IJK} \to C_{IJK} + 3\,\tilde{x}_{L[I} f_{JK]}{}^L, \tag{4}$$

где теперь координата формально имеет два индекса, и $\tilde{x}_{IJ} = -\tilde{x}_{JI}$. Вообще говоря, таких координат больше, чем размерность фонового пространства. Однако, они принадлежат неприводимому представлению геометрической подгруппы группы (абелевой) U-дуальности, что позволяет выделить нужное (геометрическое) подпространство. Рассмотрим для примера неабелеву U-дуализацию в 4-мерном подпространстве полного 11-мерного пространства-времени M-теории. Соответствующей группой U-дуальности будет SL(5), а шесть координат x_{IJ} принадлежат подпространству ее 10-мерного представления, инвариантному относительно (геометрической) подгруппы GL(4). Задача состоит в том, чтобы найти такое преобразование из SL(5), чтобы все ненулевые компоненты подпространства **6** представления **10**, повернуть в подпространство **4**. В работе [12] показано, что такого преобразования для группы SL(5) не существует, что означает отсутствие неабелевых U-дуальностей вдоль четырехмерной (неприводимой) группы изометрий. Позднее в работе [13] представлена полная классификация исключительных алгебр Дринфельда с геометрической подалгеброй GL(4), на основе которой был сделан тот же вывод. Для пятимерных групп изометрий такие преобразования существуют, соответствующие примеры были найдены в работе [14].

3. Обобщенные дуальности

Преобразования неабелевой T-дуальности обладают важной особенностью: симметрия, заданная изометриями группового многообразия G, отсутствует в явном виде после дуализации. Отвечая на вопрос о возможности обратного преобразования неабелевой T-дуальности в работе [15] был предложен формализм пуассон–лиевой T-дуальности. В отличие от (не)абелевой T-дуальности такая обобщенная дуальность может быть произведена в отсутствие изометрий фонового пространства. Другими словами, достаточно, чтобы нётеровские токи двумерной сигма-модели удовлетворяли некоторому (определенному) обобщению закона сохранения. В общем случае, такие дуальности не сохраняют производящий функционал струны и не являются симметриями уравнений движения, однако, они переводят решения уравнений супергравитации в решения и сохраняют алгебраическую структуру фона. Конкретнее, пуассон-лиева T-дуальность сохраняет классический дубль Дринфельда, построенный по алгебре токов, а намбу-лиева U-дуальность сохраняет его обобщение, исключительную алгебру Дринфельда [16].

Заключение

Особенно интересным частным случаем обобщенных дуальностей являются поливекторные янг-бакстеровы деформации. Известно, что бивекторные деформации сохраняют интегрируемость струны. В работе [17] было показано, что обобщенное уравнение Янга–Бакстера имеет нетривиальные решения для компактных групп, тогда как то же неверно для классического уравнения Янга–Бакстера. Это наблюдение открывает возможность применения поливекторных деформаций для генерации точно-маргинальных деформаций (супер)конформных теорий поля. Наиболее привлекательной является возможность генерации несуперсимметричных теорий, причем, формализм исключительной теории поля позволяет вычислять массовый спектр возмущений супергравитации на деформированном фоне, соответствующий спектру операторов дуальной теории.

Список литературы/References

1. Howe Paul S., West Peter C. The Complete N=2, D=10 Supergravity. *Nucl. Phys. B.*, 1984, vol. 238, pp. 181–220.

2. Hull C. M., Townsend P. K. Unity of superstring dualities. *Nucl. Phys. B.*, 1995, vol. 438, pp. 109–137, hep-th/9410167.

3. Bergshoeff E., Sezgin E., Townsend P. K. Supermembranes and Eleven-Dimensional Supergravity. *Phys. Lett. B.*, 1987, vol. 189, pp. 75–78.

4. Buscher T. H. A Symmetry of the String Background Field Equations. *Phys. Lett. B.*, 1987., vol. 194, pp. 59–62.

5. Buscher T. H. Path Integral Derivation of Quantum Duality in Nonlinear Sigma Models. *Phys. Lett. B.*, 1988, vol. 201, pp. 466–472.

6. Obers N. A., Pioline B. U duality and M theory. *Phys. Rept.*, 1999, vol. 318, pp. 113–225.

7. de la Ossa Xenia C., Quevedo Fernando. Duality symmetries from nonAbelian isometries in string theory. *Nucl. Phys. B.*, 1993, vol. 403, pp. 377–394.

8. Lozano Yolanda, O Colgain Eoin, Sfetsos Konstadinos, Thompson Daniel C. Non-abelian T-duality, Ramond / Yolanda Lozano [et al.] *JHEP*, 2011, vol. 06, p. 106.

9. Borsato R., Wulff L. Non-abelian T-duality and Yang-Baxter deformations of Green-Schwarz strings. *JHEP*, 2018, vol. 08, p. 027.

10. Astrakhantsev L., Bakhmatov I., Musaev Edvard T. Non-abelian fermionic T-duality in supergravity. *JHEP*, 2021, vol. 09, p. 135.

11. Astrakhantsev L., Bakhmatov I., Musaev Edvard T. Fermionic T-duality of DFT, *Phys. Rev. D.*, 2023, vol. 107, no. 6, p. 066028.

12. Musaev Edvard T. On non-abelian U-duality of 11D backgrounds. *Universe*, 2022, vol. 8, p. 276.

13. Kumar Sameer, Musaev Edvard T. On 10-dimensional Exceptional Drinfeld algebras. *PTEP*, 2023, vol. 2023, no. 8, p. 083B05.

14. Musaev Edvard T., Sakatani Yuho. Non-Abelian U duality at work. *Phys. Rev. D.*, 2021, vol. 104, no. 4., p. 046015.

15. Klimcik C., Severa P. Dual nonAbelian duality and the Drinfeld double. *Phys. Lett. B.*, 1995, vol. 351, pp. 455–462.

16. Sakatani Yuho. U-duality extension of Drinfel'd double. *PTEP*, 2020, vol. 2020, no. 2, p. 023B08.

17. Musaev Edvard T., Petrov T. Tri-vector deformations on compact isometries. *Eur. Phys. J. C.*, 2023, vol. 83, no. 5, p. 399.

Авторы

Мусаев Эдвард Таваккулович, к.ф.-м.н., с.н.с., Московский физико-технический институт, Институтский переулок, д. 9, г. Долгопрудный, 141702, Россия.
E-mail: musaev.et@phystech.edu

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Мусаев Э. Т. Симметрии теории струн и М-теории. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия.* 2024. № 1. С. 12–16.

Authors

Musaev Edvard Tavakkulovich, Ph.D., Senior Researcher, Moscow Institute of Physics and Technology, Institutskii per., 9, 141702, Dolgoprudny, Russia.
E-mail: musaev.et@phystech.edu

Please cite this article in English as:

Musaev E. T. Symmetries of string and M-theory. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2024, no. 1, pp. 12–16.