

УДК 524.882

© Ишкаева В. А., Сушков С. В., 2024

ИЗОБРАЖЕНИЕ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ КРОВОЙ НОРЫ ЭЛЛИСА–БРОННИКОВА*

Ишкаева В. А.^{a,1}, Сушков С. В.^{a,2}^a Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия.

Существование кротовых нор пока не подтверждено экспериментально. Одним из способов их обнаружить является анализ изображений астрофизических объектов, например, изображений сверхмассивных компактных объектов в центрах галактик. Зная массу и скорость вращения компактного объекта, по его изображению можно судить о том, является ли он кротовой норой. В данной работе представлено изображение медленно вращающейся кротовой норы Эллиса–Бронникова, окруженной аккреционным диском. Мы сравниваем его с изображением черной дыры Керра и показываем, что изображения этих двух объектов существенно различаются.

Ключевые слова: черная дыра; кротовая нора; изображение кротовой норы.

THE IMAGE OF A ROTATING ELLIS–BRONNIKOV WORMHOLE

Ishkaeva V. A.^{a,1}, Sushkov S. V.^{a,2}^a Kazan State University, Kazan, 420008, Russia.

The existence of wormholes has not yet been confirmed experimentally. One way to detect them is to analyze images of astrophysical objects, for example, images of supermassive compact objects at the centers of galaxies. Knowing the mass and rotation speed of a compact object, one can judge from its image whether it is a wormhole. This paper presents an image of a slowly rotating Ellis–Bronnikov wormhole surrounded by an accretion disk. We compare it with an image of the Kerr black hole and show that the images of these two objects are significantly different.

Keywords: black hole; wormhole; wormhole image.

PACS: 04.70.-c, 04.90.+e

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2024.1.65-71

Введение

Кротовая нора — это структура пространства–времени с нетривиальной топологией, соединяющая различные пространственные области одной и той же вселенной или две разные вселенные. Кротовая нора в каждый момент времени представляет собой тоннель, самая узкая часть которого называется горловиной. Возможное существование таких конфигураций, как решения уравнений гравитационного поля, впервые упоминается в [1–3]. Однако интерес к этим объектам резко возрос после работы М. Морриса и К. Торна [4] (1988), в которой обсуждались теоретические перспективы использования проходимых кротовых нор для межзвездных путешествий и было показано, что в рамках гравитации Эйнштейна для существования проходимой кротовой норы требуется

* Работа выполнена в рамках Программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» Казанского федерального университета и частично поддержана грантом РНФ № 21-12-00130.

¹ E-mail: ishkaeva.valeria@mail.ru² E-mail: sergey_sushkov@mail.ru

«экзотическая» материя, которая нарушает световое энергетическое условие (NEC). Сегодня литература, посвященная различным аспектам физики кротовых нор, весьма обширна. Например, обзоры исследований кротовых нор можно найти в [5, 6].

Хотя в настоящее время кротовые норы достаточно хорошо изучены теоретически, они остаются гипотетическими объектами, не обнаруженными до сих пор астрофизическими методами. Одним из способов их обнаружить является анализ изображений астрофизических объектов, например, изображений сверхмассивных компактных объектов в центрах галактик, полученных международной коллаборацией Event Horizon Telescope (Телескоп Горизонта Событий) [7, 8]. Зная массу и скорость вращения компактного объекта, по его изображению можно судить о том, является ли он кротовой норой.

В данной статье мы получаем изображение аккреционного диска в пространстве–времени вращающейся кротовой норы Эллиса–Бронникова. Также мы сравниваем характеристики изображения, полученного для кротовой норы Эллиса–Бронникова, с изображением для черной дыры Керра. В данной статье используется естественная система единиц, в которой $G = c = 1$.

1. Метрика вращающейся кротовой норы Эллиса–Бронникова

Метрика медленно вращающейся кротовой норы Эллиса–Бронникова была получена С.В. Сушковым и П.Е. Кашаргиным в работе [9]:

$$ds^2 = -e^{2u(r)} dt^2 + e^{-2u(r)} dr^2 + e^{-2u(r)} (r^2 + a^2) (d\theta^2 + \sin^2 \theta (d\phi^2 - 2\omega(r) dt d\phi)), \quad (1)$$

где радиальная координата r меняется от $-\infty$ до ∞ , m и a — неотрицательные параметры, $u(r) = \frac{m}{a} (\arctan \frac{r}{a} - \frac{\pi}{2})$ и угловая скорость вращения

$$\omega(r) = \frac{\alpha}{a [1 - e^{-2\pi m/a} (1 + 8m^2/a^2)]} \left[1 - e^{4u} \left(1 + \frac{4m(r+2m)}{r^2 + a^2} \right) \right], \quad (2)$$

где безразмерный параметр вращения $\alpha = \frac{\Omega a}{c} \ll 1$, $\Omega = \omega|_{r=r_{th}, \theta=\pi/2}$ — экваториальная угловая скорость вращения горловины, c — скорость света. Положение горловины кротовой норы: $r_{th} = m$.

2. Траектории частиц и последняя устойчивая круговая орбита (ISCO)

Уравнения геодезических для частиц были получены нами в статье [10] и выглядят следующим образом:

$$\frac{dt}{d\lambda} = e^{-2u(r)} (E - \omega(r)L), \quad (3)$$

$$\frac{dr}{d\lambda} = \pm \sqrt{E^2 - 2\omega(r)EL - \frac{Ke^{4u(r)}}{r^2 + a^2} - \mu^2 e^{2u(r)}} = \pm \sqrt{R(r)}, \quad (4)$$

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \pm \frac{e^{2u(r)}}{r^2 + a^2} \sqrt{K - \frac{L^2}{\sin^2 \theta}} = \pm \frac{e^{2u(r)}}{r^2 + a^2} \sqrt{\Theta(\theta)}, \quad (5)$$

$$\frac{d\phi}{d\lambda} = \frac{e^{2u(r)}L}{(r^2 + a^2)\sin^2 \theta} + e^{-2u(r)}\omega(r)E, \quad (6)$$

где λ связано с собственным временем частицы τ соотношением $\lambda = \tau/\mu$ и является аффинным параметром в случае $\mu \rightarrow 0$. Отметим, что траектории массивных частиц ($\mu \neq 0$) определяются тремя прицельными параметрами: $\gamma = E/\mu$, $\xi = L/E$ и $\eta = \sqrt{K}/E$. В случае ($\mu = 0$) четвертый член в (4) исчезает, т.е. траектории фотонов определяются двумя параметрами: $\xi = L/E$ и $\eta = \sqrt{K}/E$.

Для формирования аккреционного диска необходимо наличие устойчивых круговых орбит частиц, для которых должны выполняться следующие условия [11]

$$R(r) = 0, \quad R'(r) = 0, \quad R''(r) \leq 0. \quad (7)$$

Поскольку нас интересует тонкий аккреционный диск, мы будем рассматривать движение частиц в экваториальной плоскости кротовой норы ($\theta = \pi/2, K = L^2$). Первые два уравнения в (7) определяют параметры E, L частиц, движущихся по круговым орбитам:

$$\frac{E}{\mu} \approx e^{u(r)} \sqrt{\frac{r^2 + a^2 + e^{2u(r)}(L/\mu)^2}{r^2 + a^2}} + \omega(r) \frac{L}{\mu}, \quad (8)$$

$$\frac{L}{\mu} \approx e^{-u(r)} \sqrt{\frac{m(r^2 + a^2)}{r - 2m}} - \frac{4m(a^2 + 4m^2)\omega(r)e^{u(r)}}{(r - 2m) \left[1 - e^{4u} \left(1 + \frac{4m(r+2m)}{r^2 + a^2} \right) \right]} \sqrt{\frac{r - m}{r - 2m}}. \quad (9)$$

Здесь важно отметить, что круговые орбиты частиц существуют только при $r > 2m$, как видно из уравнения (9).

Внутренняя граница устойчивого движения массивных частиц в аккреционном диске определяется самой последней устойчивой круговой орбитой r_{ISCO} , соответствующей $R''(r) = 0$. Подставляя (8) и (9) в выражение для $R''(r)$, мы получаем трансцендентное уравнение, которое можно решить только численно. Для параметров кротовой норы $m = 1, a = 2m, \alpha = 0.01m$: $r_{ISCO} \approx 5.84$.

Следуя статье [12], в дальнейшем мы будем рассматривать внутреннюю часть тонкого аккреционного диска $r_{th} < r < r_{ISCO}$, не содержащую устойчивых орбит. Движение материи в этой области нестационарно и зависит только от гравитационного поля кротовой норы.

3. Координаты фотонов на небе наблюдателя

Чтобы построить изображение кротовой норы, необходимо получить координаты луча света, приходящего на небо наблюдателя. Их можно найти следующим образом [13]:

$$\alpha_i = -r_O^2 \sin \theta_O \left. \frac{d\phi}{dr} \right|_{r_O}, \quad \beta_i = r_O^2 \left. \frac{d\theta}{dr} \right|_{r_O}, \quad (10)$$

где r_O — расстояние между кротовой норой и наблюдателем, θ_O — угол между осью z и линией, соединяющей наблюдателя и кротовую нору.

Координаты α_i и β_i будут зависеть от параметров фотонов η и ξ , которые можно найти из интегральных уравнений движения фотонов. Согласно схеме классификации многолинзовых изображений Каннингема–Бардина [14, 15], фотоны, формирующие прямое изображение источника, не пересекают экваториальную плоскость кротовой норы на всем пути от излучателя до наблюдателя. Для таких фотонов интегральные уравнения движения имеют вид

$$\int_{r_s}^{r_O} \frac{e^{2u(r)} dr}{(r^2 + a^2) \sqrt{R(r)}} = \int_{\theta_s}^{\theta_O} \frac{d\theta}{\sqrt{\Theta(\theta)}}, \quad (11)$$

$$\int_{r_s}^{r_O} \frac{e^{2u(r)} dr}{(r^2 + a^2) \sqrt{R(r)}} = \int_{\theta_{min}}^{\theta_s} \frac{d\theta}{\sqrt{\Theta(\theta)}} + \int_{\theta_{min}}^{\theta_O} \frac{d\theta}{\sqrt{\Theta(\theta)}}, \quad (12)$$

где $\theta_{min} = \arcsin(|\xi|/\eta)$ — точка поворота, определяемая из уравнения $\Theta(\theta) = 0$.

4. Сдвиг энергии фотонов

Фотоны, испускаемые веществом аккреционного диска и достигающие наблюдателя, испытывают гравитационное красное смещение и доплеровское смещение. Для вычисления энергии фотона, зарегистрированного наблюдателем, удобно использовать локально невращающуюся систему отсчета (LNRF).

В любом стационарном аксиально-симметричном асимптотически плоском пространстве-времени можно ввести локально невращающиеся системы отсчета (LNRF) [11], в которых наблюдатели движутся вдоль мировых линий $r = const, \theta = const, \phi = const$:

$$ds^2 = -e^{2\nu} dt^2 + e^{2\psi} (d\phi - \omega dt)^2 + e^{2\mu_1} dr^2 + e^{2\mu_2} d\theta^2. \quad (13)$$

Ортонормированная тетрада, переносимая таким наблюдателем в точке t, r, θ, ϕ , определяется как [11]:

$$\mathbf{e}_{(t)} = e^{-\nu} \frac{\partial}{\partial t} = e^{-u(r)} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \omega(r) \frac{\partial}{\partial \phi} \right), \quad \mathbf{e}_{(\theta)} = e^{-\mu_2} \frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{e^{u(r)}}{\sqrt{r^2 + a^2}} \frac{\partial}{\partial \theta}, \quad (14)$$

$$\mathbf{e}_{(r)} = e^{-\mu_1} \frac{\partial}{\partial r} = e^{u(r)} \frac{\partial}{\partial r}, \quad \mathbf{e}_{(\phi)} = e^{-\psi} \frac{\partial}{\partial \phi} = \frac{e^{u(r)}}{\sin \theta \sqrt{r^2 + a^2}} \frac{\partial}{\partial \phi}. \quad (15)$$

где первое выражение для каждого базисного вектора справедливо для любого пространства-времени со стандартной метрикой (13), а второе выражение справедливо для метрики Эллиса–Бронникова (1). Соответствующие ковариантные базисные векторы равны

$$\mathbf{e}^{(t)} = e^\nu \mathbf{d}t = e^{u(r)} \mathbf{d}t, \quad \mathbf{e}^{(\theta)} = e^{\mu_2} \mathbf{d}\theta = e^{-u(r)} \sqrt{r^2 + a^2} \mathbf{d}\theta, \quad (16)$$

$$\mathbf{e}^{(r)} = e^{\mu_1} \mathbf{d}r = e^{-u(r)} \mathbf{d}r, \quad \mathbf{e}^{(\phi)} = e^\psi \mathbf{d}\phi = e^{-u(r)} \sin \theta \sqrt{r^2 + a^2} (\mathbf{d}\phi - \omega(r) \mathbf{d}t). \quad (17)$$

Уравнения (14) – (17) определяют компоненты базисных векторов в LNRF:

$$\mathbf{e}_{(\nu)} = e_{(\nu)}^i \frac{\partial}{\partial x^i}, \quad \mathbf{e}^{(\nu)} = e_i^{(\nu)} \mathbf{d}x^i. \quad (18)$$

В общем случае 4-скорость \mathbf{u} имеет компоненты LNRF [11] $u^{(\nu)} = u^j e_j^{(\nu)}$, где u^j берутся из уравнений (3) – (6), а $e_j^{(\nu)}$ из уравнений (16) – (17). 3-скорость относительно LNRF имеет компоненты

$$v^{(\mu)} = \frac{u^j e_j^{(\mu)}}{u^i e_i^{(t)}}, \quad \mu = r, \theta, \phi. \quad (19)$$

Теперь рассмотрим фрагмент аккреционного диска, движущийся с азимутальной скоростью $v^{(\phi)}$ и радиальной скоростью $v^{(r)}$ относительно LNRF. Тогда энергия фотона в сопутствующей системе отсчета этого фрагмента равна [12]

$$\varepsilon(\eta, \xi) = \frac{p^{(t)} - v^{(\phi)} p^{(\phi)} - v^{(r)} p^{(r)}}{\sqrt{1 - (v^{(\phi)})^2 - (v^{(r)})^2}}, \quad (20)$$

где $p^{(t)}, p^{(\phi)}, p^{(r)}$ – компоненты 4-импульса фотона в LNRF. Соответствующий энергетический сдвиг фотона (отношение частоты фотона, регистрируемого удаленным наблюдателем, к частоте того же фотона в сопутствующей системе отсчета фрагмента) равен $g(\eta, \xi) = 1/\varepsilon(\eta, \xi)$

5. Изображение вращающейся кротовой норы Эллиса–Бронникова

Мы строим изображение с учетом фотонов, испускаемых во внутренней части аккреционного диска и имеющих не более одной точки поворота. Параметры фотона η и ξ находятся из уравнений (11, 12), в которых $r_{th} \leq r_s \leq r_{ISCO}$. Сдвиг энергии приходящего фотона рассчитывается по формуле $g(\eta, \xi) = 1/\varepsilon(\eta, \xi)$, где $\varepsilon(\eta, \xi)$ находится из (20).

Поскольку мы наблюдаем одно и то же астрофизическое тело, обладающее определенной массой и угловым моментом, мы должны так подобрать параметры вращения черной дыры и кротовой норы, чтобы их наблюдаемые угловые моменты совпадали. В статье [10] мы показали, что для вращающейся кротовой норы Эллиса–Бронникова с параметром горловины $a = 2m$, безразмерный параметр вращения черной дыры Керра A должен быть равен:

$$A = \frac{16\alpha}{3(1 - 3e^{-\pi})}. \quad (21)$$

На рис. 1 представлены изображения аккрецирующей черной дыры Керра и аккрецирующей кротовой норы Эллиса–Бронникова. Массы объектов $m_K = m_{EB} = 1$, наблюдаемые угловые

моменты $J_K = J_{EB} \approx 0.06$ и параметр горловины кротовой норы $a = 2$. При этих параметрах площадь темного пятна на изображении кротовой норы Эллиса–Бронникова примерно на 31% больше площади темного пятна на изображении черной дыры Керра. При других параметрах горловины a темное пятно на изображении кротовой норы также будет больше, поскольку оно представляет собой силуэт горловины [16]. Что касается энергетического сдвига, фотоны, излучаемые вблизи кротовой норы Эллиса–Бронникова, испытывают меньшее красное смещение по сравнению с фотонами, излучаемыми вблизи черной дыры Керра. Таким образом, мы получили достаточно сильные различия в изображениях кротовой норы и черной дыры, то есть по данным наблюдений можно отличить черную дыру Керра от кротовой норы Эллиса–Бронникова.

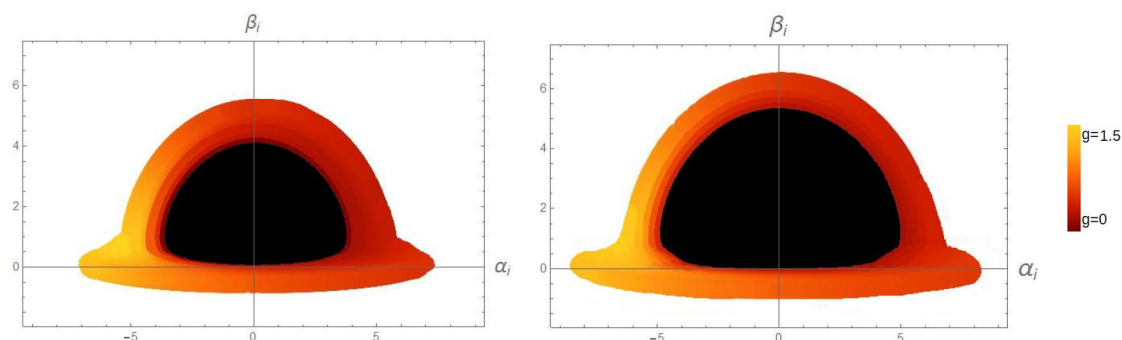


Рис. 1. Изображения аккрецирующей черной дыры Керра (слева) и аккрецирующей вращающейся кротовой норы Эллиса–Бронникова (справа) для $a = 2m$. Наблюдатель находится на $r_O = 10000m, \theta_O = 84, 24^\circ$.

Заключение

В данной работе мы получили изображение аккрецирующей вращающейся кротовой норы Эллиса–Бронникова и сравнили его с изображением аккрецирующей черной дырой Керра. По результатам работы можно сделать следующие выводы:

1. темная область на изображении вращающейся кротовой норы Эллиса–Бронникова больше темной области на изображении черной дыры Керра при одинаковых массе объектов m , наблюдаемом угловом моменте J и при любом параметре горловины a ;
2. фотоны, испущенные возле черной дыры Керра испытывают большее красное смещение чем фотоны, испущенные возле вращающейся кротовой норы Эллиса–Бронникова.

Работа выполнена в рамках Программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» Казанского федерального университета и частично поддержана грантом РНФ № 21-12-00130.

Список литературы

1. Flamm L. Beitrage zur Einsteinschen Gravitationstheorie. *Physikalische Zeitschrift*, 1916, vol. 17, p. 448.
2. Einstein A., Rosen N. The particle problem in the general theory of relativity. *Physical Review*, 1935, vol. 48, no. 1, p. 73. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.48.73>
3. Wheeler J.A. Geons. *Physical Review*, 1955, vol. 97, pp. 511–536. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.97.511>
4. Morris M.S., Thorne K.S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity. *American Journal of Physics*, 1988, vol. 56, no. 5, pp. 395–412. <https://doi.org/10.1119/1.15620>

5. Visser M. *Lorentzian Wormholes. From Einstein to Hawking*, Woodbury, N.Y.: American Institute of Physics, 1995, 412 p.
6. Lobo F.S.N. Exotic solutions in General Relativity: Traversable wormholes and 'warp drive' spacetimes, 2007, arXiv:0710.4474[gr-qc].
7. Event Horizon Telescope Collaboration et al. First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole. *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, vol. 875, no. 1, p. L1. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab0ec7>
8. Event Horizon Telescope Collaboration et al. First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. III. Imaging of the Galactic Center Supermassive Black Hole. *The Astrophysical Journal Letters*, 2022, vol. 930, no. 2, p. L14. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac6429>
9. Kashargin P.E., Sushkov S.V. Slowly rotating wormholes: the first-order approximation. *Gravitation and Cosmology*, 2008, vol. 14, no. 1, pp. 80–85. <https://doi.org/10.1134/S0202289308010106>
10. Ишкаева В.А., Сушков С.В. Тень кротовой норы Эллиса–Бронникова. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, 2022, no. 39, pp. 26–42. <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2022.2.26-42>
11. Bardeen J.M., Press W.H., Teukolsky S.A. Rotating black holes: Locally nonrotating frames, energy extraction, and scalar synchrotron radiation. *The Astrophysical Journal*, 1972, vol. 178, p. 347. <https://doi.org/10.1086/151796>
12. Dokuchaev V.I., Nazarova N.O. Silhouettes of invisible black holes. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, 2020, vol. 63, no. 6, p. 583. <https://doi.org/10.3367/UFNR.2020.01.038717>
13. Vazquez S.E., Esteban E.P. Strong field gravitational lensing by a Kerr black hole. *Nuovo Cimento B*, 2004, vol. 119, no. 5, pp. 489–519. <https://doi.org/10.1393/ncb/i2004-10121-y>
14. Cunningham C.T., Bardeen J.M. The optical appearance of a star orbiting an extreme Kerr black hole. *Astrophysical Journal*, 1972, vol. 173, p. L137. <https://doi.org/10.1086/180933>
15. Cunningham C.T., Bardeen J.M. The optical appearance of a star orbiting an extreme Kerr black hole. *Astrophysical Journal*, 1973, vol. 183, pp. 237–264. <https://doi.org/10.1086/152223>
16. Ishkaeva V.A., Sushkov S.V. Image of an accreting general Ellis-Bronnikov wormhole. *Physical Review D*, 2023, vol. 108, no.8, p. 084054. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.108.084054>

References

1. Flamm L. Beitrage zur Einsteinschen Gravitationstheorie. *Physikalische Zeitschrift*, 1916, vol. 17, p. 448.
2. Einstein A., Rosen N. The particle problem in the general theory of relativity. *Physical Review*, 1935, vol. 48, no. 1, p. 73. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.48.73>
3. Wheeler J.A. Geons. *Physical Review*, 1955, vol. 97, pp. 511–536. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.97.511>
4. Morris M.S., Thorne K.S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity. *American Journal of Physics*, 1988, vol. 56, no. 5, pp. 395–412. <https://doi.org/10.1119/1.15620>
5. Visser M. *Lorentzian Wormholes. From Einstein to Hawking*, Woodbury, N.Y.: American Institute of Physics, 1995, 412 p.
6. Lobo F.S.N. Exotic solutions in General Relativity: Traversable wormholes and 'warp drive' spacetimes, 2007, arXiv:0710.4474[gr-qc].
7. Event Horizon Telescope Collaboration et al. First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole. *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, vol. 875, no. 1, p. L1. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab0ec7>
8. Event Horizon Telescope Collaboration et al. First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. III. Imaging of the Galactic Center Supermassive Black Hole. *The Astrophysical Journal Letters*, 2022, vol. 930, no. 2, p. L14. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac6429>
9. Kashargin P.E., Sushkov S.V. Slowly rotating wormholes: the first-order approximation. *Gravitation and Cosmology*, 2008, vol. 14, no. 1, pp. 80–85. <https://doi.org/10.1134/S0202289308010106>

10. Ishkaeva V.A., Sushkov S.V. The shadow of the Ellis-Bronnikov wormhole. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2022, no. 39, pp. 26–42. <https://doi.org/10.17238/issn2226-8812.2022.2.26-42>
11. Bardeen J.M., Press W.H., Teukolsky S.A. Rotating black holes: Locally nonrotating frames, energy extraction, and scalar synchrotron radiation. *The Astrophysical Journal*, 1972, vol. 178, p. 347. <https://doi.org/10.1086/151796>
12. Dokuchaev V.I., Nazarova N.O. Silhouettes of invisible black holes. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, 2020, vol. 63, no. 6, p. 583. <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.01.038717>
13. Vazquez S.E., Esteban E.P. Strong field gravitational lensing by a Kerr black hole. *Nuovo Cimento B*, 2004, vol. 119, no. 5, pp. 489–519. <https://doi.org/10.1393/ncb/i2004-10121-y>
14. Cunningham C.T., Bardeen J.M. The optical appearance of a star orbiting an extreme Kerr black hole. *Astrophysical Journal*, 1972, vol. 173, p. L137. <https://doi.org/10.1086/180933>
15. Cunningham C.T., Bardeen J.M. The optical appearance of a star orbiting an extreme Kerr black hole. *Astrophysical Journal*, 1973, vol. 183, pp. 237–264. <https://doi.org/10.1086/152223>
16. Ishkaeva V.A., Sushkov S.V. Image of an accreting general Ellis-Bronnikov wormhole. *Physical Review D*, 2023, vol. 108, no.8, p. 084054. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.108.084054>

Авторы

Ишкаева Валерия Артуровна, Казанский (Приволжский) федеральный университет, ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия.

E-mail: ishkaeva.valeria@mail.ru

Сушков Сергей Владимирович, д-р. физ.-мат. наук, доцент, Казанский (Приволжский) федеральный университет, ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия.

E-mail: sergey_sushkov@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Ишкаева В. А., Сушков С. В. Изображение вращающейся кротовой норы Эллиса–Бронникова. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2024. № 1. С. 65–71.

Authors

Ishkaeva Valeria Arturovna, Kazan State University, Kremlevskaya str. 18, Kazan, 420008, Russia.

E-mail: ishkaeva.valeria@mail.ru

Sushkov Sergey Vladimirovich, Doctor of Physics and Mathematics, Docent, Kazan State University, Kremlevskaya str. 18, Kazan, 420008, Russia.

E-mail: sergey_sushkov@mail.ru

Please cite this article in English as:

Ishkaeva V. A., Sushkov S. V. The image of a rotating Ellis–Bronnikov wormhole. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2024, no. 1, pp. 65–71.