

УДК 530.12; 530.51

© Баранов А. М., Савельев Е. В., 2024

## ЭВОЛЮЦИЯ ОТКРЫТОЙ ВСЕЛЕННОЙ В ПЯТИМЕРИИ КАК ЗАДАЧА О ДВИЖЕНИИ ЧАСТИЦЫ В СИЛОВОМ ПОЛЕ

Баранов А. М.<sup>a,b,1</sup>, Савельев Е. В.<sup>c,2</sup><sup>a</sup> ФГБОУ ВПО Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева (КГПУ), г. Красноярск, 660049, Россия<sup>b</sup> ФГБОУ ВО Сибирский государственный университет им. акад. М.Ф. Решетнева (СибГУ), г. Красноярск, 660037, Россия<sup>c</sup> ООО "ПРОФИЛЬ - 2С", Москва, 123007, Россия

Продемонстрировано сведение проблемы моделирования эволюции открытой Вселенной для конформно-плоской метрики пятимерного пространства-времени в форме Фока к эквивалентной ей задаче о механическом движении частицы единичной массы в некотором «силовом поле». При введении «механических» силовых потенциалов в пятимерном пространстве-времени получены точные космологические аналоги открытых 4D моделей Вселенной, начиная с решения Фридмана, а также моделей, заполненных материей и излучением в приближении идеальной жидкости.

*Ключевые слова:* открытые космологические модели, «механический» подход к конструированию космологических моделей, космологическая постоянная.

## EVOLUTION OF THE OPEN UNIVERSE IN THE FIFTH DIMENSION AS A TASK ON A PARTICLE MOVEMENT IN A FORCE FIELD

Baranov A. M.<sup>a,b,1</sup>, Saveljev E. V.<sup>c,2</sup><sup>a</sup> Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P. Astafyev, Krasnoyarsk, 60049, Russia<sup>b</sup> Siberian State University named after M.F. Reshetnev, 660037, Krasnoyarsk, Russian<sup>c</sup> LLC "PROFILL - 2S", Moscow, 123007, Russia

The reduction of modeling the evolution problem of the open Universe is demonstrated. The cosmological model is described by a conformally flat metric of a five-dimensional space-time in Fock's form. The description of such model is reduced to an equivalent task of the mechanical motion of a unit mass particle in a some "force field". Exact cosmological five-dimensional analogs 4D of the Universe's open models are obtained by introducing mechanical force potentials in five-dimensional space-time. There are the Friedman model and as well as cosmological models filled with matter and radiation in the approximation of the perfect fluid.

*Keywords:* the open universe models, a "mechanical" approach to the construction of cosmological models, the cosmological constant.

PACS: 04.20.-q; 98.80.Jk

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2024.1.17-21

### Введение

Проблема получения точных открытых космологических моделей без учета  $\lambda$ -члена с использованием 4D метрики, конформной метрике Минковского (подход Фока [1]),

---

<sup>1</sup>E-mail: alex\_m\_bar@mail.ru<sup>2</sup>E-mail: profil107@mail.ru

$$g_{ik} = \exp(2\sigma(S)) \eta_{ik} \quad (1)$$

и «механической» аналогии рассмотрена в [2, 3]. Здесь использовано  $i, k = 0, 1, 2, 3$ ;  $\eta_{ik} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ ;  $\sigma = \sigma(S)$ ,  $S^2 = \eta_{ik} x^i x^k$ .

В качестве источника взят тензор энергии-импульса (ТЭИ) в приближении идеальной жидкости

$$T_{ik} = \varepsilon u_i u_k + p b_{ik}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  - плотность энергии;  $p$  - давление;  $u_i = \exp(\sigma) S_{,i} = \exp(\sigma) b_i$ ;  $b_{ik} = u_i u_k - g_{ik}$  - проектор на 3-пространство (3D метрика); скорость света и ньютоновская гравитационная постоянные выбраны равными единице.

Основное, что было предложено в [2, 3] — это сведение одного из уравнений Эйнштейна,

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = -\kappa T_{ik}, \quad (3)$$

к уравнению, аналогичному по записи 2-му закону Ньютона

$$\frac{d^2 y}{d\chi^2} = F(p, y, \chi) = -\frac{\kappa p}{4\chi^4} y^5, \quad (4)$$

где  $F = F(p, y, \chi)$  - аналог механической силы,  $2 \ln(y) = \sigma$ ,  $\chi = 1/S$ .

1. Если положить давление, равным нулю (некогерентная пыль),  $p = 0$ , то с «механической» точки зрения получаем инерциальное движение, а с точки зрения космологической модели приходим к открытой Вселенной Фридмана (в записи Фока) с

$$y = 1 - A\chi = 1 - \frac{A}{S} \quad (5)$$

или с конформным множителем

$$\exp(2\sigma) = y^4 = \left(1 - \frac{A}{S}\right)^4. \quad (6)$$

«Уравнение движения» (4) в терминах переменной  $S$  для случая  $p = 0$  фактически есть радиальная часть уравнения Лапласа для 3-мерного евклидова пространства, то есть функция  $y = (1 - A/S)$  - гармоническая функция.

2. Если теперь в наших «механических» аналогах ограничиться силовыми потенциальными полями  $U(y)$ , для которых  $F = -dU/dy$ , и рассмотреть аналог механического осциллятора с силой Гука, то есть взять  $U = B^2 y^2 / 2$ , где  $B^2$  - аналог коэффициента жесткости, то получаем открытую космологическую модель с излучением (как обобщение открытой модели Фридмана) и с конформным множителем

$$\exp(2\sigma) = \left(1 - \frac{A^2}{B^2}\right)^2 \cos^4(B\chi + \alpha_0) = \frac{\cos^4(B\chi + \alpha_0)}{\cos^4(\alpha_0)}, \quad (7)$$

согласованным с решением Фридмана и асимптотическим поведением на бесконечности ( $S \rightarrow \infty$ ). При этом в асимптотике реализуется реликтовое космологическое излучение с уравнением состояния  $p = \varepsilon/3$ .

3. Если в исходных уравнениях Эйнштейна до введения функции  $y$  и переменной  $\chi$  выбрать состояние физического вакуума  $p = -\varepsilon$ , то решение, получающее в этом случае, есть решение де Ситтера:

$$\exp(2\sigma) = \frac{1}{(1 - \hat{A} S^2)^2}. \quad (8)$$

## 1. Введение пятимерия

При введении пятимерного пространства-времени (с одним временноподобным направлением) будем считать (как и в 4-мерии) его изотропным и однородным. Метрику возьмем в форме Фока:

$$g_{\alpha\beta} = \exp(2\sigma(S)) \eta_{\alpha\beta}; \quad S^2 = \eta_{\alpha\beta} x^\alpha x^\beta, \quad (9)$$

где  $\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 5$ .

Тензор энергии-импульса формально обобщается на пятимерии путем увеличения числа значений индексов (структура ТЭИ остается неизменной).

Уравнения Эйнштейна в этом случае переписутся в виде (штрихом обозначена производная по  $S$ )

$$12 \left( \frac{\sigma'}{S} + \frac{(\sigma')^2}{2} \right) = \varkappa \varepsilon \exp(2\sigma); \quad (10)$$

$$3(\sigma'' + \frac{3}{S}\sigma' + (\sigma')^2) = -\varkappa p \exp(2\sigma). \quad (11)$$

## 2. Аналог модели де Ситтера физического вакуума

Прежде всего рассмотрим состояние «физического вакуума», полагая  $p = -\varepsilon$ . Тогда приведенная выше система уравнений имеет своим решением конформный множитель

$$\exp(2\sigma) = \frac{1}{(1 - \hat{A} S^2)^2}. \quad (12)$$

Другими словами, получаем функцию, структурно совпадающую с выше приведенным решением для модели де Ситтера в четырехмерии.

## 3. Пятимерный аналог открытой модели Фридмана

Идя далее по пути обобщения и использования аналогий, введем замену  $\sigma = \ln(Y)$  и новую переменную  $x = 1/S^2$ . Тогда одно из «уравнений Эйнштейна» сведется к «уравнению движения» (по аналогии как это было сделано в 4-мерии)

$$\frac{d^2 Y}{dx^2} = F(p, Y, x) = -\frac{\varkappa p}{3x^3} Y^3 = -\frac{dU}{dY}. \quad (13)$$

В случае отсутствия давления («инерциальное движение»), получаем аналог решения Фридмана для открытой космологической модели в пятимерии

$$Y = 1 - \hat{A} x = 1 - \frac{\hat{A}}{S^2} \quad (14)$$

или конформный множитель запишется как

$$\exp(2\sigma) = Y^2 = \left( 1 - \frac{\hat{A}}{S^2} \right)^2. \quad (15)$$

Необходимо отметить, что «уравнение движения» для свободной частицы единичной массы представляет собой уравнение Лапласа для 4-мерного евклидового «сферически симметричного» пространства с радиусом  $S$ . Другими словами, функция  $Y$  для «решения Фридмана» есть гармоническая функция в 4-мерном евклидовом пространстве.

#### 4. Аналог открытой космологической модели с излучением

Продолжая аналогию, введем потенциал «гармонического осциллятора»  $U = \frac{C^2 Y^2}{2}$ , где  $C^2$  – к аналог коэффициента жесткости. В результате имеем открытую космологическую модель с конформным множителем

$$\exp(2\sigma) = \left(1 + \frac{\hat{A}}{C^2}\right) \cos^2(Cx + \beta_0) = \frac{\cos^2(Cx + \beta_0)}{\cos^2(\beta_0)}, \quad (16)$$

согласованным с «решением Фридмана» в 5-мерии и асимптотическим поведением на бесконечности ( $S \rightarrow \infty$ ).

#### Заключение

В данной статье на основе более ранних работ продемонстрировано сведение проблемы моделирования эволюции открытой Вселенной в пятимерии (для конформно-плоской метрики пятимерного пространства-времени в форме Фока) к эквивалентной ей задаче о механическом движении частицы единичной массы в некотором «силовом поле». При введении «механических» силовых потенциалов в пятимерном пространстве-времени получены точные космологические аналоги открытых 4D моделей Вселенной, начиная с решения Фридмана, а также моделей, заполненных материей и излучением в приближении идеальной жидкости. Кроме того, показано следующее.

1. Произведено обобщение открытых 4D космологических моделей с метрикой в форме Фока на пятимерии с сохранением однородности и изотропности пространства-времени с использованием «механического подхода» и с тензором энергии-импульса в приближении «идеальной жидкости».

2. Конформные множители многомерных аналогов «де Ситтера» (в пространстве-времени произвольной размерности  $m \geq 4$  с одним временноподобным направлением) не зависят от размерности этого пространства-времени:

$$\exp(2\sigma_m) = \frac{1}{(1 - \hat{A}_{(m-3)} S^2)^2}.$$

3. В предложенном подходе обобщения открытой космологической модели Фридмана на пространства-времени размерности  $m \geq 4$  (с одним временноподобным направлением) имеют конформный множитель вида

$$\exp(2\sigma_{(m)}) = Y_{(m-3)}^{\frac{4}{(m-3)}} = \left(1 - \frac{A_{(m-3)}}{S^{m-3}}\right)^{\frac{4}{(m-3)}},$$

где функция  $Y_{(m-3)} = 1 - \frac{A_{(m-3)}}{S^{m-3}}$  – гармоническая функция, являющаяся решением уравнения Лапласа в евклидовом сферически симметричном пространстве размерности  $m - 1$ .

#### Список литературы

1. Фок В.А. *Теория пространства, времени и тяготения*. М.: ГИЗФМЛ, 1961.
2. Баранов А.М., Савельев Е.В. Точные решения для конформно-плоской вселенной. I. Эволюция модели как задача о движении частицы в силовом поле. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2014. № 1. С. 37–46.
3. Baranov A.M., Savelyev E.V. Exact solutions of the conformally flat Universe. I. The evolution of model as the problem about a particle movement in a force field. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2020, no. 3, pp. 27–36.

## References

1. Fock V.A. *The Theory of Space, Time and Gravitation*. New York: Pergamon Press, 1964. 460 p.
2. Baranov A.M., Saveljev E.V. Exact solutions of the conformally flat Universe. I. The evolution of model as the problem about a particle movement in a force field. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2014, no. 1, pp. 37–46. (in Russian)
3. Baranov A.M., Saveljev E.V. Exact solutions of the conformally flat Universe. I. The evolution of model as the problem about a particle movement in a force field. *Space, Time and Fundamental Interactions*. 2020, no. 3, pp. 27–36.

## Авторы

**Баранов Александр Михайлович**, д.ф.-м.н., профессор, кафедра физики и методики обучения физике, ФГБОУ ВПО Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева (КГПУ), ул. Ады Лебедевой, 89, г. Красноярск, 660049, Россия.  
E-mail: alex\_m\_bar@mail.ru

**Савельев Евгений Викторович**, к.ф.-м.н., доцент, ООО “ПРОФИЛЬ - 2С”, Хорошевское шоссе, 78, Москва, 123007, Россия.  
E-mail: profill07@mail.ru

## Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Баранов А. М., Савельев Е. В. Эволюция открытой Вселенной в пятимерии как задача о движении частицы в силовом поле. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2024. № 1. С. 17–21.

## Authors

**Baranov Alexandre Mikhailovich**, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department “Physics and Methods of Physics Training”, Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P. Astafyev, 89 Ada Lebedeva St., Krasnoyarsk, 660049, Russia.  
E-mail: alex\_m\_bar@mail.ru

**Saveljev Evgeniy Viktorovich**, Candidate of Phys.-Mat. Sci, Assistent Professor, LLC "PROFILL - 2S", Khoroshevskoe sh., 78, Moscow, 123007, Russia.  
E-mail: profill07@mail.ru

## Please cite this article in English as:

Baranov A. M., Saveljev E. V. Evolution of the open Universe in the fifth dimension as a task on a particle movement in a force field. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2024, no. 1, pp. 17–21.