УДК 530.12, 531.551

РАЗЛИЧНЫЕ ИНФЛЯЦИОННЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С ВРАЩЕНИЕМ

Сандакова О. В.[a,1], Панов В. Ф.[a,2], Кувшинова Е. В.[a,3]

[a] Пермский государственный национальный исследовательский университет, г. Перьм, 614068, Россия.

Рассматривается первая инфляционная стадия развития Вселенной для метрики типа IX по Бьянки для случая гибридной инфляции с двумя скалярными полями с вращением. В качестве источников гравитации на этапе инфляции используется анизотропная жидкость и два скалярных поля. Сделана попытка сравнения различных видов инфляции - хаотической инфляции, "новой инфляции"и гибридной инфляции - для вращающихся моделей.

Ключевые слова: Гибридная инфляция, «новая инфляция», хаотическая инфляция,темная энергия, космологическая модель.

VARIOUS INFLATIONARY COSMOLOGICAL MODELS WITH ROTATION

Sandakova O. V.[a,1], Panov V. F.[a,2], Kuvshinova E. V.[a,3]

[a] Perm State University, Perm, 614068, Russia.

The first inflationary stage of the development of the Universe is considered for the Bianchi type IX metric for the case of hybrid inflation with two scalar fields with rotation. An anisotropic fluid and two scalar fields are used as sources of gravity at the inflation stage. An attempt has been made to compare different types of inflation - chaotic inflation, "new"inflation and hybrid inflation - for rotating models.

Keywords: Hybrid inflation, “new inflation”, chaotic inflation, dark energy, cosmological model.

PACS: 04.20.-q, 98.80.-k, 98.80.Cq

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2023.3-4.271-276

A. Введение

В данной работе мы рассматриваем первую инфляционную стадию эволюции Вселенной для метрики типа IX по Бьянки для случая гибридной инфляции с двумя скалярными полями и вращением. В качестве источников гравитации на этапе инфляции используется анизотропная жидкость и два скалярных поля. Приведены ранее полученные решения [1] и [2] для моделей с хаотической и "новой"инфляцией, которые заполнены скалярным полем и анизотропной жидкостью. Сделана попытка понять, как выбор характера инфляции - хаотической инфляции, "новой инфляции"или гибридной инфляции - влияет на возможное вращение Вселенной в раннюю и современную эпоху.

B. Описание первой стадии инфляции в модели с гибридной инфляцией

В рамках общей теории относительности построен инфляционный сценарий с анизотропной космологической моделью с расширением и вращением с метрикой типа IX по Бьянки вида

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta}\theta^\alpha\theta^\beta. \tag{B.1}$$

[1]E-mail: o_sandakova@list.ru
[2]E-mail: panov@psu.ru
[3]E-mail: kuvlenka@narod.ru

Здесь $\eta_{\alpha\beta}$ матричный элемент Лоренца, $\alpha,\ \beta = \{0,1,2,3\}$, θ^{α} - ортонормированные 1-формы, которые связаны с масштабным фактором R через следующие соотношения:

$$\theta^0 = dt - R\nu_1 e^1, \quad \theta^1 = RK_1 e^1, \theta^2 = RK_2 e^2, \theta^3 = RK_3 e^3, \tag{B.2}$$

где имеются константы $\nu_1 > 0$, $K_1 > 0$, $K_2 = K_3 = \sqrt{K_1^2 - \nu_1^2} > 0$.

Базовые 1-формы e^A задаются в виде:

$$e^1 = \cosh(y)\cos(z)dx - \sin(z)dy,\ e^2 = \cosh(y)\sin(z)dx + \cos(z)dy,$$

$$e^3 = \sinh(y)dx + dz.$$

Источниками гравитации на этапе инфляции являются анизотропная жидкость и два скалярных поля.

Тензор энергии – импульса сопутствующей анизотропной жидкости в тетрадном представлении записывается в виде:

$$T_{ab} = (\pi + \rho)\, u_a u_b + (\sigma - \pi)\psi_a\psi_b - \pi\eta_{ab}, \tag{B.3}$$

где $\pi,\ \sigma$ это компоненты давления анизотропной жидкости, ρ это плотность энергии анизотропной жидкости, $\psi_a = \{0,1,0,0\}$ это проекция анизотропного 4-вектора на тетраду, $u_a = \delta_0^a$ это вектор 4-скорости сопутствующей анизотропной жидкости, спроектированный на тетраду.

Тензор энергии – импульса скалярных полей в координатном представлении имеет вид:

$$T_{ab} = \phi_{,a}\phi_{,b} + \chi_{,a}\chi_{,b} - \left\{\frac{1}{2}\left(\phi_{,k}\phi_{,l} + \chi_{,k}\chi_{,l}\right) g^{kl} - V(\phi,\chi)\right\} g_{ab}, \tag{B.4}$$

а уравнения двух скалярных полей имеют вид

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_i\left(\sqrt{-g}g^{ik}\phi_{,k}\right) + \frac{dV}{d\phi} = 0, \tag{B.5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_i\left(\sqrt{-g}g^{ik}\chi_{,k}\right) + \frac{dV}{d\chi} = 0, \tag{B.6}$$

с потенциалом вида

$$V(\phi,\chi) = \frac{1}{2}\left(g^2\phi^2 - \mu^2\right)\chi^2 + \frac{h_1}{4}\chi^4 - \frac{h_2}{4}\phi^4 + \frac{1}{2}m^2\phi^2 + V_0, \tag{B.7}$$

Для решения уравнений Клейна-Гордона-Фока найдем частные производные $\frac{dV}{d\phi}$ и $\frac{dV}{d\chi}$, и исследуем функцию $V(\phi,\chi)$ методами дифференциального исчисления на экстемальные точки.

Решая систему уравнений $\frac{dV}{d\phi} = 0$, $\frac{dV}{d\chi} = 0$, мы найдем три критические точки.

Точка максимума $M_1(\phi = \frac{m}{\sqrt{h_2}}, \chi = 0)$, $V(M_1) = V_0 + \frac{m^4}{4h_2}$.

Точка минимума $M_2(\phi = 0, \chi = \frac{\mu}{\sqrt{h_1}})$, $V(M_2) = V_0 - \frac{\mu^4}{4h_1}$.

Седловая точка $M_3(\phi = 0, \chi = 0)$, $V(M_3) = V_0$.

Идея гибридной инфляции состоит в том, что во время инфляционной стадии поле ϕ велико, и система медленно скатывается вдоль долины $\chi = 0$. После того как долина $\chi = 0$ превращается в седло, происходит скатывание в перпендикулярном направлении, инфляция заканчивается, а осцилляции вблизи минимума $M_2(\phi = 0, \chi = \frac{\mu}{\sqrt{h_1}})$, приводят к разогреву Вселенной.

Таким образом, мы считаем, что происходит медленное скатывание от точки максимума M_1 до седловой точки M_3 , а затем от седловой точки до точки минимума M_2 , где инфляция заканчивается. При этом потенциал поля $V(\phi,\chi)$ равен нулю в точке M_2, следовательно $V_0 = \frac{\mu^4}{4h_1}$.

Тогда в рассматриваемой метрике система уравнений Эйнштейна имеет вид:

$$-\left(2\frac{\ddot{R}}{R} + \frac{\dot{R}^2}{R^2}\right)\frac{\nu_1^2}{K_1^2} + 3\frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{2K_1^2 + K_2^2}{4K_2^4R^2} = \rho + V + \frac{\dot{\phi}^2 + \dot{\chi}^2}{2}\left(1 + \frac{\nu_1^2}{K_1^2}\right), \tag{B.8}$$

$$-\left(2\frac{\ddot{R}}{R}+\frac{\dot{R}^2}{R^2}\right)+3\frac{\dot{R}^2}{R^2}\frac{\nu_1^2}{K_1^2}+\frac{2K_1^2-3K_2^2}{4K_2^4R^2}=\sigma-V+\frac{\dot{\phi}^2+\dot{\chi}^2}{2}\left(1+\frac{\nu_1^2}{K_1^2}\right), \tag{B.9}$$

$$\left(2\frac{\ddot{R}}{R}+\frac{\dot{R}^2}{R^2}\right)\left(\frac{\nu_1^2}{K_1^2}-1\right)-\frac{1}{4K_2^2R^2}=\pi-V+\frac{\dot{\phi}^2+\dot{\chi}^2}{2}\left(1-\frac{\nu_1^2}{K_1^2}\right), \tag{B.10}$$

$$2\left(-\frac{\ddot{R}}{R}+\frac{\dot{R}^2}{R^2}\right)\frac{\nu_1}{K_1}+\frac{\nu_1K_1}{2K_2^4R^2}=\frac{\nu_1\left(\dot{\phi}^2+\dot{\chi}^2\right)}{K_1}. \tag{B.11}$$

Таким образом, для нахождения неизвестных функций $R=R(t)$, $\phi=\phi(t)$, $\chi=\chi(t)$ получим систему трех дифференциальных уравнений (с учетом (5), (6), (11)):

$$3\frac{\dot{R}}{R}\dot{\phi}+\ddot{\phi}+\frac{K_1^2}{K_2^2}\phi\left(g^2\chi^2-h_2\phi^2+m^2\right)=0. \tag{B.12}$$

$$3\frac{\dot{R}}{R}\dot{\chi}+\ddot{\chi}+\frac{K_1^2}{K_2^2}\chi\left(g^2\phi^2+h_1\chi^2-\mu^2\right)=0. \tag{B.13}$$

$$-\frac{\ddot{R}}{R}+\frac{\dot{R}^2}{R^2}+\frac{K_1^2}{4K_2^4R^2}=\frac{\left(\dot{\phi}^2+\dot{\chi}^2\right)}{2}. \tag{B.14}$$

Пусть $R=R_0e^{Ht}$, тогда $-\frac{\ddot{R}}{R}+\frac{\dot{R}^2}{R^2}=0$, $\left(\dot{\phi}^2+\dot{\chi}^2\right)=\frac{K_1^2}{2K_2^4R_0^2e^{2Ht}}$.

Выберем $\chi=C\phi$, где C - некая константа. Тогда получим:

$$\phi=\frac{K_1}{\sqrt{2+2C^2}K_2^2R_0e^{Ht}} \tag{B.15}$$

$$\chi=\frac{CK_1}{\sqrt{2+2C^2}K_2^2R_0e^{Ht}} \tag{B.16}$$

Рассматриваем первый этап, когда система медленно скатывается вдоль долины $\chi=0$ от точки максимума $M_1(\phi=\frac{m}{\sqrt{h_2}},\chi=0)$, $V(M_1)=V_0+\frac{m^4}{4h_2}$ до седловой точки $M_3(\phi=0,\chi=0)$, $V(M_3)=V_0$.

Условие медленного скатывания выполняется при

$$\left|\frac{\ddot{\phi}}{3\frac{\dot{R}}{R}\dot{\phi}}\right|\ll 1. \tag{B.17}$$

Тогда мы можем пренебречь второй производной $\ddot{\phi}$ и уравнение Клейна - Гордона - Фока (12) приобретает вид

$$3\frac{\dot{R}}{R}\dot{\phi}+\frac{K_1^2}{K_2^2}\phi\left(g^2\chi^2-h_2\phi^2+m^2\right)=0. \tag{B.18}$$

Решая уравнение (18) с учетом (15), мы получим:

$$-3H^2\frac{K_1}{\sqrt{2+2C^2}K_2^2R_0e^{Ht}}+\frac{K_1^2}{K_2^2}\frac{K_1}{\sqrt{2+2C^2}K_2^2R_0e^{Ht}}\left(\left(g^2C^2-h_2\right)\frac{K_1^2}{\left(2+2C^2\right)K_2^4R_0^2e^{2Ht}}+m^2\right)=0. \tag{B.19}$$

Тогда из уравнения (19) получаем следующее соотношение между константами:

$$m^2=3H^2\frac{K_2^2}{K_1^2}, h_2=\frac{C^2}{g^2}. \tag{B.20}$$

Скатывание на втором этапе может быть как медленным, так и быстрым. Мы предполагаем, что происходит быстрое скатывание вдоль долины $\phi=0$ от седловой точки $M_3(\phi=0,\chi=0)$, $V(M_3)=V_0$ до точки минимума $M_2(\phi=0,\chi=\frac{\mu}{\sqrt{h_1}})$, $V(M_2)=0$.

Решаем уравнение Клейна - Гордона - Фока (13) с учетом (16), и получаем в результате:

$$-2H^2\frac{CK_1}{\sqrt{2+2C^2}K_2^2R_0e^{Ht}}+\frac{K_1^2}{K_2^2}\frac{CK_1}{\sqrt{2+2C^2}K_2^2R_0e^{Ht}}\left(\left(g^2+h_1C^2\right)\frac{K_1^2}{\left(2+2C^2\right)K_2^4R_0^2e^{2Ht}}-\mu^2\right)=0. \tag{B.21}$$

Тогда данное уравнение выполняется при

$$\mu^2=-2H^2\frac{K_2^2}{K_1^2}, h_1=-\frac{g^2}{C^2}. \tag{B.22}$$

Мы можем сделать вывод, что скалярное поле χ будет носить фантомный характер с мнимой массой $\mu=i\sqrt{\frac{2}{3}}m$.

Окончательно получим:

$$\phi=\frac{K_1g}{\sqrt{2g^2+2h_2}K_2^2R_0e^{Ht}} \tag{B.23}$$

$$\chi=\frac{K_1\sqrt{h_2}}{\sqrt{2g^2+2h_2}K_2^2R_0e^{Ht}} \tag{B.24}$$

Тогда из системы уравнений Эйнштейна мы находим плотность энергии

$$\rho=\frac{3H^2K_2^2}{K_1^2}-V, \tag{B.25}$$

а также компоненты давления анизотропной жидкости

$$\pi=-\frac{3H^2K_2^2}{K_1^2}+V+\frac{2K_1^2-K_2^2}{2K_2^4R_0^2e^{2Ht}}, \tag{B.26}$$

$$\sigma=-\frac{3H^2K_2^2}{K_1^2}+V+\frac{K_1^2}{2K_2^4R_0^2e^{2Ht}}. \tag{B.27}$$

Таким образом, была построена модель первой инфляционной стадии Вселенной с двумя скалярными полями и анизотропной жидкостью. Можно считать, что имеется одно комплексное скалярное поле, в духе работы [7].

После окончания первой инфляции энергия скалярного поля переходит в энергию рожденных частиц, а анизотропная инфлатонная жидкость переходит в темную энергию, которая наблюдается на современной стадии эволюции Вселенной.

C. Описание первой стадии инфляции в моделях с хаотической и "новой"инфляцией

В духе работы [4], ранее нами были построены различные модели для метрики IX типа по Бьянки с разными видами инфляции. Приведем здесь решения для тех моделей, в которых в качестве источников гравитации мы взяли скалярное поле и анизотропную жидкость того же типа, что и в данной работе.

Модель хаотической инфляции была построена нами в работе [1].

Был найден масштабный фактор $R=R(t)$:

$$R=\frac{K_1}{2HK_2^2}ch(Ht). \tag{C.1}$$

Решение системы дается выражениями:

$$\pi=\sigma=\frac{3H^2\nu_1^2}{K_1^2}-3H^2+V, \tag{C.2}$$

$$\rho=-\frac{3H^2\nu_1^2}{K_1^2}+3H^2-V. \tag{C.3}$$

Потенциал скалярного поля в данной модели имеет вид:

$$V = \frac{m^2\phi^2}{2}, \tag{C.4}$$

а скалярное поле мы находим в следующем виде:

$$\phi = \phi_0 \left(sh(Ht)\right)^{-\frac{K_1^2 m^2}{3K_2^2 H^2}}. \tag{C.5}$$

Модель "новой"инфляции была построена нами в работе [2].

Одно из решений, представленных в работе [2], представляет собой космологическую модель для метрики типа IX по Бьянки, заполненную анизотропной жидкостью и скалярным полем. Найденный масштабный фактор для модели с "новой"инфляцией [2] полностью совпадает с масштабным фактором (28), ранее найденным для модели хаотической инфляции [1]. Решение системы уравнений Эйнштейна для модели "новой"инфляции [2], а именно, компоненты давления анизотропной жидкости π, σ, а также плотность энергии ρ, также совпадают с формулами (29), (30) для модели [1].

В отличие от модели хаотической инфляции, в модели "новой"инфляции мы предполагаем, что

$$\phi = \phi_0 e^{kt}, \tag{C.6}$$

а из уравнения скалярного поля мы находим потенциал $V = V(\phi)$ при $k \ll H$:

$$V = V_0 + \varepsilon\phi^2 - \varepsilon k \phi_0^2 (\frac{\phi}{\phi_0})^{\frac{2H}{k}}, \tag{C.7}$$

где $\varepsilon = \frac{3H^2K_1^2}{2K_2^2}$.

На первой стадии инфляции для обеих моделей мы считаем, что условия медленного скатывания выполняются.

D. Заключение

Нами были вычислены кинематические параметры моделей, описанных в этой работе. Сдвиг отсутствует. Параметры расширения, ускорения и вращения анизотропной жидкости (темной энергии) для моделей с "новой"инфляцией, хаотической инфляцией и гибридной инфляцией имеют одинаковый вид:

$$\theta = \frac{3\dot{R}}{R}, a = \frac{\dot{R}}{R}\frac{\nu_1}{K_1}, \omega = \frac{\nu_1}{2K_2^2 R}. \tag{D.1}$$

В духе работы [5] во всех перечисленных выше моделях мы считаем, что первая инфляция заканчивается при 10^{-35} с, а сразу после первой инфляции начинается радиационная стадия эволюции Вселенной. Поэтому можно состыковать составляющие анизотропной жидкости в конце первой инфляции и в начале ультрарелятивистской стадии. Эта работа была проделана в нашей статье [1] для хаотической инфляции.

Для моделей хаотической инфляции стадия расширения Вселенной длится $\sim 10^{-35}$ с и за это время Вселенная успевает увеличить свой размер минимум в $\sim 10^{100000}$ раз. Это приводит к тому, что в современную эпоху анизотропную жидкость можно считать практически не вращающейся.

Аналогично, в модели с "новой"инфляцией происходит увеличение характерного размера пузырька (Вселенной) с размера в момент его образования порядка $\sim 10^{-20}$ см до размера порядка $\sim 10^{800}$ см после расширения, что намного больше размеров наблюдаемой части Вселенной $l \sim 10^{28}$ см [3, 6]. То есть и для случая "новой"инфляции анизотропная жидкость, которой мы моделировали темную энергию в работе [2], в настоящее время не вращается.

В модели же с гибридной инфляцией с двумя скалярными полями и анизотропной жидкостью, построенной в данной работе, сохраняется возможность того, что если скорость вращения анизотропной жидкости в планковскую эпоху составляла $\sim 10^{43}$ c^{-1}, то в современную эпоху эта скорость может быть достаточно велика для будущих возможных наблюдений.

Список литературы/References

1. Sandakova O.V., Panov V.F., Kuvshinova E.V. Inflationary cosmology with rotation and chaotic inflation *Russian Phys. J.* 2022. Vol. 65. № 6. P. 944–953.
2. Panov V.F., Sandakova O.V., Kuvshinova E.V. “New Inflation” for a Bianchi Type IX Cosmological Model with Rotation and Dark Energy *Gravitation and Cosmology.* 2023. Vol. 29. № 4. P. 362–366.
3. Линде А.Д. Физика элементарных частиц и инфляционная космология. М.: Наука, 1990. 279 с.
4. Горбунов Д.С., Рубаков В.А. *Введение в теорию ранней Вселенной: космологические возмущения. Инфляционная теория.* М.: КРАСАНД, 2010. 568 с.
5. Фильченков М.Л., Лаптев Ю.П. *Квантовая гравитация. От микромира к мегамиру.* М.: Ленанд, 2016. 304 с.
6. Розенталь И.Л., Архангельская И.В. *Геометрия, динамика, Вселенная.* М.: КРАСАНД, 2016. 200 с.
7. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. *Введение в теорию квантованных полей.*-4-е изд., испр. М.: Наука Главной редакции физико-математической литературы, 1984. 600 с.

Авторы

Сандакова Ольга Васильевна, к.ф.-м.н., доцент, кафедра высшей математики, Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614068, Россия, г. Пермь, ул. Букирева, 15.
E-mail: o_sandakova@list.ru

Панов Вячеслав Федорович, д. ф.-м. н., профессор, кафедра высшей математики, Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614068, Россия, г. Пермь, ул. Букирева, 15.
E-mail: panov@psu.ru

Кувшинова Елена Владимировна, к. ф.-м. н., доцент, кафедра высшей математики, Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614068, Россия, г. Пермь, ул. Букирева, 15.
E-mail: kuvlenka@narod.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:
Сандакова О. В., Панов В. Ф., Кувшинова Е. В. Различные инфляционные космологической модели с вращением. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия.* 2023. № 3-4. С. 271–276.

Authors

Sandakova Olga Vasil’evna, Candidate of Physics and Mathematics, Assistant Professor, Perm State University, Bukireva st., 15, Perm, 614068, Russia.
E-mail: o_sandakova@list.ru

Panov Vyacheslav Fedorovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Perm State University, Bukireva st., 15, Perm, 614068, Russia.
E-mail: panov@psu.ru

Kuvshinova Elena Vladimirovna, Candidate of Physics and Mathematics, Assistant Professor, Perm State University, Bukireva st., 15, Perm, 614068, Russia.
E-mail: kuvlenka@narod.ru

Please cite this article in English as:
Sandakova O. V., Panov V. F., Kuvshinova E. V. Various inflationary cosmological models with rotation. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2023, no. 3-4, pp. 271–276.