УДК 53.01, 52-43, 52-423

(С) Дядина П. И., Авдеев Н. А., 2023

# СВОЙСТВА АККРЕЦИОННЫХ ДИСКОВ В ГИБРИДНОЙ МЕТРИЧЕСКОЙ-ПАЛАТИНИ F(R)-ГРАВИТАЦИИ $^*$

Дядина П. И. $^{a,1}$ , Авдеев Н. А. $^{a,2}$ 

 $^a$  ГАИШ МГУ, Москва, 119234, Россия.

Гибридная метрическая-Палатини f(R)-гравитация на данный момент является одной из перспективных модифицированных теорий гравитации, основной задачей которой является объяснение ускоренного расширения Вселенной. Однако любая теория должна быть проверена на различных наблюдательных данных. В данной работе гибридная f(R)-гравитация будет рассмотрена в сильном поле черных дыр, а именно будет построен поток энергии и светимость от тонких аккреционных дисков, формирующихся вокруг таких объектов. Данное исследование позволит выявить возможные отличия от общей теории относительности в объяснении наблюдательных данных, что впоследствии поможет понять, насколько рассматриваемая теория релевантна. В частности, одним из результатов работы является то, что аккреционные диски в гибридной f(R)-гравитации тусклее, чем предсказывает общая теория относительности.

Ключевые слова: модифицированные теории гравитации, аккреционные диски, черные дыры, гравитация.

# PROPERTIES OF ACCRETION DISKS IN HYBRID METRIC-PALATINI F(R) GRAVITY

Dyadina P. I. $^{a,1}$ , Avdeev N. A. $^{a,2}$ 

<sup>a</sup> SAI MSU, Moscow, 119234, Russia.

Hybrid metric-Palatini f(R)-gravity is currently one of the most promising modified theories of gravity, the main task of which is to explain the accelerated expansion of the Universe. However, any theory must be tested in wide range of observational data from different objects. In this work, hybrid f(R)-gravity are tested in the strong field of black holes, namely, the energy flux and luminosity from thin accretion disks that form around such objects in this model are constructed. This study identifies possible differences from the general relativity in explaining observational data, which subsequently help to understand how relevant the theory is. One of the results of the work is that accretion disks in hybrid f(R)- gravity are dimmer than predicted by general relativity.

Keywords: modified theories of gravity, accretion disks, black holes, gravity.

PACS:  $95.30.\mathrm{Sf}$ ,  $97.10.\mathrm{Gz}$ ,  $04.50.\mathrm{Kd}$ 

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2023.3-4.63-76

# Введение

На данный момент в современной физике остро стоят проблемы ускоренного расширения Вселенной [1, 2] и наличия темного вещества, которое проявляется в наблюдениях на масштабе галактик и их скоплений [3, 4]. Помимо этого, до сих пор нет теории, которая позволяла бы описывать гравитацию на квантовом уровне. Проблемы в ранней Вселенной также приводят к необходимости поиска подходящей модели, которая бы адекватно описывала инфляцию [5, 6, 7]. Одним из наиболее распространенных методов решения этих вопросов является модификация общепринятой теории гравитации — общей теории относительности (ОТО). Существуют разные методы расширения ОТО, однако один из самых распространенных подходов — это f(R)-теории [8].

 $<sup>^*</sup>$ Дядина П.И. благодарит Российский научный фонд за поддержку данной работы (грант № 22-72-00022).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>E-mail: guldur.anwo@gmail.com

 $<sup>^2</sup>$ E-mail: naavdeev1995@mail.ru

64 П. И. Дядина, H. A. Авдеев

Модели f(R)-гравитации представляют собой обобщение действия Эйнштейна-Гильберта путем замены скаляра Риччи на произвольную функцию этой величины. Семейство f(R)-теорий делится на два подкласса: метрический и Палатини. В рамках первого единственной переменной является метрика, во втором же аффинная связность рассматривается величиной, независящей от метрики. Однако оба подхода не лишены недостатков [9, 10]. Этот последний факт привел к появлению модели гибридной метрической-Палатини f(R)-гравитации [11]. Данная теория объединяет в себе метрический и Палатини подходы, при этом не включает их недостатки. Действие модели совмещает в себе действие Эйнштейна-Гильберта и произвольную функцию от скаляра Риччи Палатини. Гибридная f(R)-гравитация исследовалась на широком диапазоне масштабов и гравитационных режимов. Подробный обзор всех исследований данной модели приведен в работе [12]. Основным же преимуществом гибридной f(R)-гравитации является то, что она позволяет описывать как ускоренное расширение Вселенной, так и масштабы Солнечной системы без использования экранирующих механизмов. Также важно отметить тот факт, что теория имеет скалярнотензорное представление, что облегчает ее рассмотрение и анализ.

Недавно было найдено первое (и на данный момент единственное) численное статическое сферически-симметричное решение типа черная дыра в гибридной f(R)-гравитации [13]. Данное решение было получено в двух случаях: в случае отсутствия потенциала  $V(\phi)=0$  и с учетом потенциала хиггсовского типа  $V(\phi)=-\frac{\mu^2}{2}\phi^2+\frac{\zeta}{4}\phi^4$ . Одним из методов проверки адекватности такого решения может быть рассмотрение свойств аккреционных дисков вокруг таких черных дыр. Аккреция — это процесс падения материи на черную дыру. Данный процесс очень чувствителен к особенностям теории гравитации, что позволяет его использовать для наложения ограничений на рассматриваемые гравитационные модели. Исторически первая модель аккреции была создана Н. Шакурой и Р. Сюняевым [14]. Первая же модель, учитывающая релятивистские эффекты, была разработана И. Новиковым и К. Торном [15, 16]. В данной работе мы будем использовать численное сферически-симметричное решение для вычисления потока энергии и светимости от тонкого аккреционного диска. В работе используется модель Новикова-Торна. Также будет произведено сравнение полученных результатов с предсказаниями ОТО, что позволит сделать выводы о жизнеспособности теории и адекватности полученного ранее сферически-симметричного решения.

Статья разделена на пять разделов. В первом разделе дается описание гибридной f(R)-модели и ее скалярно-тензорного представления. Во втором разделе мы представляем модель Новикова-Торна. В третьем разделе представлены результаты численного расчета свойств аккреции в гибридной f(R)-гравитации. В четвертом разделе обсуждаются полученные результаты. В заключении суммируются наши выводы.

На протяжении всей статьи греческие индексы  $(\mu, \nu, ...)$  пробегают 0, 1, 2, 3, и принимается сигнатура (-, +, +, +). Все расчеты выполняются в системе СГС.

# 1. Гибридная f(R)-гравитация

Действие гибридной метрической-Палатини f(R)-гравитации состоит из члена Эйнштейна-Гильберта и произвольной функции кривизны Палатини [11]:

$$S = \frac{1}{2k^2} \int d^4x \sqrt{-g} \left[ R + f(\mathfrak{R}) \right] + S_m, \tag{1.1}$$

где  $k^2=8\pi G,\,G$  — ньютоновская гравитационная постоянная, R и  $\Re=g^{\mu\nu}\Re_{\mu\nu}$  — метрическая и Палатини кривизна соответственно, g — определитель метрического тензора,  $S_m$  — действие материи. Здесь Палатини кривизна  $\Re$  определяется как функция  $g_{\mu\nu}$  и независимо определяемых символов Кристоффеля  $\hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\nu}$ .

Как и в случае чисто метрических и Палатини f(R)-теорий, действие (1.1) может быть пред-

ставлено в терминах скалярного поля (более подробный вывод представлен в работах [11]):

$$S = \frac{1}{2k^2} \int d^4x \sqrt{-g} \left[ (1+\phi)R + \frac{3}{2\phi} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right] + S_m, \tag{1.2}$$

где  $\phi$  — это скалярное поле, и  $V(\phi)$  — это скалярный потенциал. В действии (1.2) скалярное поле неминимально связано с материей, а кинетический член является неканоническим. Уравнения поля, получаемые из (1.2), имеют следующий вид citeHarko2012:

$$(1+\phi)R_{\mu\nu} = k^2 \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) - \frac{3}{2\phi} \partial_{\mu}\phi \partial_{\nu}\phi + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \left[ V(\phi) + \nabla_{\alpha} \nabla^{\alpha} \phi \right] + \nabla_{\mu} \nabla_{\nu}\phi, \quad (1.3)$$

$$\nabla_{\mu}\nabla^{\mu}\phi - \frac{1}{2\phi}\partial_{\mu}\phi\partial^{\mu}\phi - \frac{\phi[2V(\phi) - (1+\phi)V_{\phi}]}{3} = -\frac{k^2}{3}\phi T, \tag{1.4}$$

где  $T_{\mu\nu}$  и T — это тензор энергии-импульса и его след соответственно.

#### 2. Модель тонкого аккреционного диска

Аккреционный диск — это астрофизическая структура, образующаяся вблизи массивного объекта и представляющая собой диффузный материал, вращающийся вокруг центрального тела. В данной статье рассматриваются только тонкие аккреционные диски. Первая модель таких дисков была разработана Н. Шакурой и Р. Сюняевым [14] и позднее расширена И. Новиковым, К. Торном и Д. Пейджем [15, 16] с учетом релятивистских эффектов. Тонкий аккреционный диск характеризуется тем, что его вертикальный размер h пренебрежимо мал по сравнению с горизонтальным размером h << r. В таких структурах частицы движутся по кеплеровским орбитам, аккреционный диск расположен в экваториальной плоскости компактного тела, а скорость аккреции  $\dot{M}_0$  предполагается постоянной во времени. Дополнительным условием является то, что в стационарной диске аккрецирующее вещество находится в термодинамическом равновесии.

В данной работе рассматривается статическая сферически-симметричная черная дыра. Метрика такой черной дыры задается следующим образом:

$$ds^{2} = g_{00}dt^{2} + g_{11}dr^{2} + g_{22}d\theta^{2} + g_{33}d\varphi^{2},$$
(2.1)

где элементы  $g_{00}, g_{11}, g_{22}, g_{33}$  зависят только от радиальной координаты r. Кроме того, используется экваториальное приближение  $|\theta - \pi/2| << 1$ . Чтобы определить основные характеристики аккреционного диска, необходимо определить приведенную энергию  $\tilde{E}$ , приведенный момент импульса  $\tilde{L}$  и угловую скорость  $\Omega$  [15]:

$$\tilde{E} = g_{00}\dot{t} = -\frac{g_{00}}{\sqrt{-g_{00} - g_{33}\Omega^2}},\tag{2.2}$$

$$\tilde{L} = g_{22}\dot{\varphi} = \frac{g_{33}\Omega}{\sqrt{-g_{00} - g_{33}\Omega^2}},\tag{2.3}$$

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{-g_{00,r}}{-g_{33,r}}}.$$
(2.4)

Здесь  $\tilde{E} = E/m_0c^2$  и  $\tilde{L} = L/m_0c$ , где E представляет собой полную энергию частицы на орбите,  $m_0c^2$  — энергия покоя такой частицы, L — ее момент импульса.

Одной из основных характеристик аккреционного диска является усредненный по времени поток энергии, излучаемый с поверхности диска. Поток излучения на единицу площади можно выразить через удельную энергию, угловой момент и угловую скорость частиц, вращающихся в диске, следующим образом:

$$F(r) = -\frac{\dot{M}_0}{4\pi\sqrt{-g}} \frac{\Omega_{,r}}{(\tilde{E} - \Omega\tilde{L})^2} \int_{r_{con}}^{r} (\tilde{E} - \Omega\tilde{L})\tilde{L}_{,r}rdr, \tag{2.5}$$

66 П.И. Дядина, H. A. Авдеев

где  $\dot{M}_0$  — скорость аккреции,  $r_{isco}$  — радиус последней устойчивой орбиты.

Стационарная модель тонкого диска подразумевает, что аккрецирующее вещество находится в термодинамическом равновесии, а значит для описания излучения с поверхности диска применима модель абсолютно черного тела, а поток энергии может быть получен из закона Стефана-Больцмана:  $F(r) = \sigma T(r)^4$ , где  $\sigma$  — постоянная Стефана-Больцмана. Следовательно, наблюдаемая светимость может быть определена следующим образом [17]:

$$L(\nu) = \frac{2h}{c^2} \cos \gamma \int_{r_e}^{r_f} \int_0^{2\pi} \frac{\nu_e^3 r d\varphi dr}{\exp(h\nu_e/kT) - 1},$$
 (2.6)

где d — расстояние до источника,  $\gamma$  — угол наклона диска,  $r_i$  и  $r_f$  — радиусы внутреннего и внешнего края диска соответственно;  $\nu_e = \nu(1+z)$  обозначает частоту излучения, а красное смещение определяется как:

$$1 + z = \frac{1 + \Omega r \sin \varphi \sin \gamma}{\sqrt{-g_{00} - g_{33}\Omega^2}},\tag{2.7}$$

где мы пренебрегаем искривлением света [18]

### 3. Свойства аккреционного диска

В данной работе мы исследуем свойства аккреционных дисков вокруг статических сферически-симметричных черных дыр в гибридной f(R)-гравитации. Само решение было найдено в работе [13]. В рамках же своего исследования мы повторили результаты, приведенные в статье [13], используя численные методы Python's scipy library. Результат оказался тождественным, поэтому мы не приводим его в своей работе и отсылаем интересующегося читателя к статье [13].

Для получения потока энергии от аккреционного диска и его светимости мы рассматриваем два случая: случай без потенциала V=0 и с потенциалом хиггсовского типа  $V=-\frac{\mu^2}{2}\phi^2+\frac{\zeta}{4}\phi^4$ . Кроме того, при получении необходимых характеристик аккреции нами были использованы реальные наблюдательные данные системы MAXI J1820+070 [19], такие как масса M и скорость аккреции  $\dot{M}$ . Эта система выбрана из-за малого значения параметра Керра a=0,14, который наиболее близок к черной дыре Шварцшильда.

В работе мы исследовали разные наборы свободных параметров в зависимости от выбранного случая (с потенциалом или без). В следующих двух подразделах мы подробно расскажем о выборе диапазонов параметров для первого и второго случая, а также полученных в рамках выбора результатах.

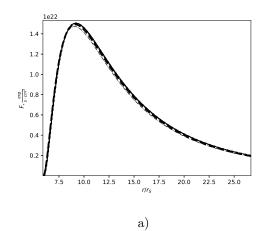
### 3.1. Случай V=0

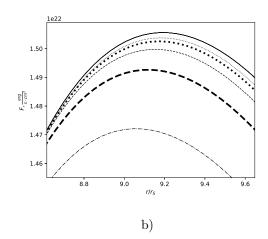
В случае V=0 метрика гибридной f(R)-гравитации включает два параметра модели: начальное значение скалярного поля  $\phi_0$  и начальное значение его производной  $u_0$ . Мы рассматриваем три случая:

- 1. фиксированное значение  $\phi_0 = 1$  и диапазон  $u_0 = [4 \times 10^{-9}; 6.4 \times 10^{-8}],$
- 2. фиксированное значение  $u_0 = 5.12 \times 10^{-7}$  и диапазон  $\phi_0 = [0.5; 8]$ ,
- 3. связь между  $\phi_0$  и  $u_0$ , полученная в результате постньютоновского анализа. Это соотношение имеет следующий вид:

$$u_0 = \frac{2GM\phi_0}{3c^2r^2}. (3.1)$$

Его можно получить из выражения для скалярного возмущения  $\varphi = \frac{-2GM\phi_0e^{-m_\phi r}}{3c^2r}$  [20]. В данном случае мы рассматриваем  $\phi_0 < 4 \times 10^{-5}$  [21]. Это ограничение на начальное значение скалярного поля было найдено с использованием данных эксперимента Кассини [22].





**Рис. 1.** Случай V=0. Поток энергии F(r) с учетом  $\dot{M}=2.21\times 10^{18} g/s$  и  $M=8.48 M_{\odot}$  для различных значений  $u_0$  и фиксированного  $\phi_0=1$  как функции  $r/r_s$ . b) Версия в масштабе. Сплошная линия соответствует черной дыре Шварцшильда. Начальное значение производной скалярного поля принимается следующим:  $u_0=4\times 10^{-9}$  (пунктирная линия),  $u_0=8\times 10^{-9}$  (жирная пунктирная линия),  $u_0=1.6\times 10^{-8}$  (штриховая линия),  $u_0=3.2\times 10^{-8}$  (жирная штриховая линия),  $u_0=6.4\times 10^{-8}$  (штрих-пунктирная линия).

Первые два случая выбраны в связи с тем, что такие черные дыры изучались в статье [13], где было получено сферически-симметричное решение. Выбор последнего случая обусловлен следующей причиной: мы берем начальное значение скалярного поля на достаточно большом расстоянии от черной дыры, а так как на этом расстоянии гравитационное поле достаточно слабое, мы можем использовать результаты постньютоновского (ППН) анализа.

Как итог для случая без потенциала были получены графики потока энергии как функции нормированной радиальной координаты  $r/r_s$ , где  $r_s$  — радиус Шварцшильда, и светимости как функции частоты излучения. Поток энергии для всех трех рассмотренных выше различных наборов параметров представлен на графиках 1, 2, 3 соответственно.

Светимость, в соответствии с приведенными выше наборами свободных параметров, представлена на рис. 4, 5, 6.

Далее мы представим результаты для случая с потенциалом, а после перейдем к обсуждению результатов.

# 3.2. Случай $V = -\frac{\mu^2}{2}\phi^2 + \frac{\zeta}{4}\phi^4$

В статье [13] авторы рассматривают единственный случай с потенциалом, и этот потенциал имеет форму типа потенциала Хиггса:

$$V = -\frac{\mu^2}{2}\phi^2 + \frac{\zeta}{4}\phi^4,\tag{3.2}$$

где  $\mu^2$  и  $\zeta$  — константы. Теперь переопределим константы  $\mu^2$  и  $\zeta$  так, чтобы они приняли безразмерный вид [13]:

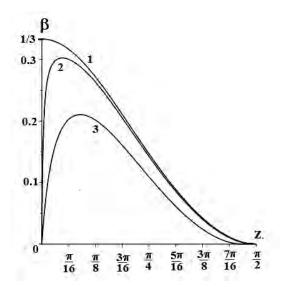
$$v(\phi) = \alpha \phi^2 + \beta \phi^4, \tag{3.3}$$

где

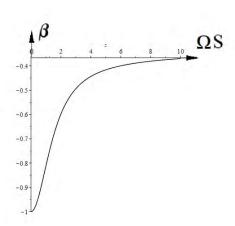
$$\alpha = -\frac{1}{4} \left( \frac{2GnM_{BH}}{c^2} \right)^2 \mu^2, \qquad \beta = \frac{1}{2} \left( \frac{2GnM_{BH}}{c^2} \right)^2 \zeta^2.$$
 (3.4)

Потенциал типа Хиггса дает четырехпараметрические  $(\alpha, \beta, \phi_0, u_0)$  решения уравнений статического гравитационного поля в гибридной f(R)-гравитации. Авторы статьи [13] ограничиваются исследованием роли констант  $\alpha$  и  $\beta$ , сохраняя фиксированными  $\phi_0$  и  $u_0$ . Однако мы рассматриваем более широкий круг возможных комбинаций параметров:

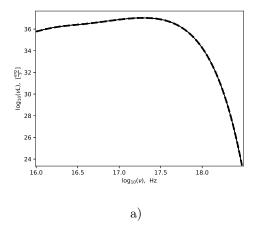
68 П.И. Дядина, Н.А. Авдеев

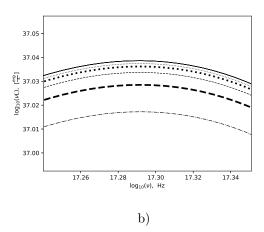


**Рис. 2.** Случай V=0. Поток энергии F(r) с учетом  $\dot{M}=2.21\times 10^{18} g/s$  и  $M=8.48 M_{\odot}$  для различных значений  $\phi_0$  фиксированного  $u_0=5.12\times 10^{-7}$  как функции  $r/r_s$ . Сплошная линия соответствует черной дыре Шварцшильда. Начальное значение скалярного поля принимается следующим:  $\phi_0=0.5$  (пунктирная линия),  $\phi_0=1$  (жирная пунктирная линия),  $\phi_0=2$  (штриховая линия),  $\phi_0=4$  (жирная штриховая линия),  $\phi_0=8$  (штрих-пунктирная линия).

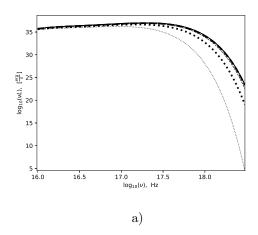


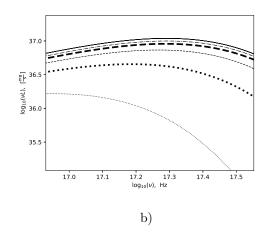
**Рис. 3.** Случай V=0. Поток энергии F(r) с учетом  $\dot{M}=2.21\times 10^{18} g/s$  и  $M=8.48 M_{\odot}$  для значений  $\phi_0=4\times 10^{-5}$  и  $u_0=2.2\times 10^{-17}$  как функции  $r/r_s$ . Сплошная линия соответствует черной дыре Шварцшильда.



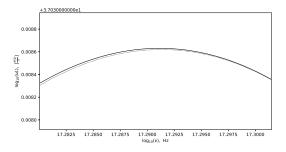


**Рис. 4.** Случай V=0. Спектр излучения  $\nu L(\nu)$  с учетом  $\dot{M}=2.21\times 10^{18} g/s$  и  $M=8.48 M_{\odot}$  для различных значений  $u_0$  и фиксированного  $\phi_0=1$  как функции  $\nu$ . b) Версия в масштабе. Сплошная линия соответствует черной дыре Шварцшильда. Начальное значение производной скалярного поля принимается следующим:  $u_0=4\times 10^{-9}$  (пунктирная линия),  $u_0=8\times 10^{-9}$  (жирная пунктирная линия),  $u_0=1.6\times 10^{-8}$  (штриховая линия),  $u_0=3.2\times 10^{-8}$  (жирная штриховая линия),  $u_0=6.4\times 10^{-8}$  (штрих-пунктирная линия).





**Рис. 5.** Случай V=0. Спектр излучения  $\nu L(\nu)$  с учетом  $\dot{M}=2.21\times 10^{18} g/s$  и  $M=8.48 M_{\odot}$  для различных значений  $\phi_0$  и фиксированного  $u_0=5.12\times 10^{-7}$  как функции  $\nu$ . b) Версия в масштабе. Сплошная линия соответствует черной дыре Шварцшильда. Начальное значение скалярного поля принимается следующим:  $\phi_0=0.5$  (пунктирная линия),  $\phi_0=1$  (жирная пунктирная линия),  $\phi_0=2$  (штриховая линия),  $\phi_0=4$  (жирная штриховая линия),  $\phi_0=8$  (штрих-пунктирная линия).



**Рис. 6.** Случай V=0. Спектр излучения  $\nu L(\nu)$  с учетом  $\dot{M}=2.21\times 10^{18} g/s$  и  $M=8.48 M_{\odot}$  для значений  $\phi_0=4\times 10^{-5}$  и  $u_0=2.2\times 10^{-17}$  как функции  $\nu$ . Сплошная линия соответствует черной дыре Шварцшильда.

- 1. Фиксируем  $u_0 = 10^{-8}$ ,  $\phi_0 = 1$ ,  $\beta = 10^{-10}$ , и берем диапазон  $\alpha = [-10^{-6}; -4 \times 10^{-5}]$ .
- 2. Фиксируем  $u_0=10^{-8}, \phi_0=1, \alpha=-10^{-10},$  и изменяем  $\beta=[2\times 10^{-10};14\times 10^{-10}].$
- 3. Случай на основе данных Солнечной системы. Предположим, что масса скалярного поля определяется как [20, 23]

$$m_{\varphi}^2 = [2V_0 - V_{\phi} - (1+\phi)\phi V_{\phi\phi}]/3|_{\phi=\phi_0},$$
 (3.5)

где индекс  $\phi$  обозначает производную по скалярному полю. Тогда  $m_{\varphi}^2$  имеет связь с параметрами  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$m_{\varphi}^{2} = \left[ -4/3\alpha\phi_{0} - 16/3\beta\phi_{0}^{3} - 10/3\beta\phi_{0}^{4} \right] \times 2\left(\frac{c^{2}}{2GM_{BH}}\right)^{2}.$$
 (3.6)

Сохраняем связь между  $u_0$  и  $\phi_0$ , которая известна из ППН-анализа как производная от  $\varphi = \frac{-2GM\phi_0e^{-m\phi^r}}{3c^2r}$  по отношению к r. В результате получаем

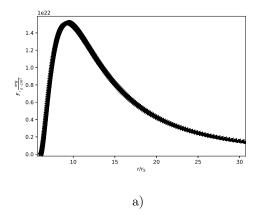
$$u_0 = -\frac{2GM\phi_0 e^{-m_\phi r} m_\phi}{3c^2 r} - \frac{2GM\phi_0 e^{-m_\phi r}}{3c^2 r^2}.$$
 (3.7)

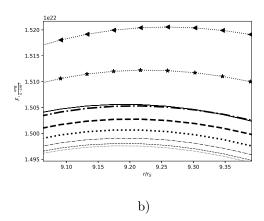
В данном случае мы изменяем  $\alpha = [-10^{-6}; -4 \times 10^{-5}]$  и фиксируем  $\beta = 10^{-20}, \, \phi_0 = 4 \times 10^{-5}.$ 

70 П.И. Дядина, Н.А. Авдеев

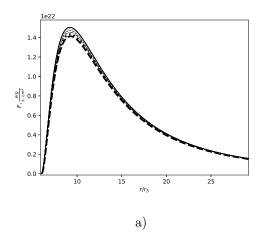
Первые два случая соответствуют черным дырам, рассмотренным в работе [13]. Однако мы немного расширили диапазон параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , чтобы лучше проиллюстрировать изменения в характеристиках аккреции. Третий случай основан на постньютоновском анализе, связях и ограничениях, полученных из Солнечной системы.

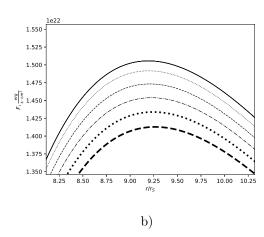
Полученные результаты для потока энергии для случая с потенциалом представлены на рис.  $7,\,8,\,9.$ 





**Рис. 7.** Случай с потенциалом. Поток энергии F(r) с учетом  $\dot{M}=2.21\times 10^{18} g/s$  и  $M=8.48 M_{\odot}$  для различных значений  $\alpha$  и фиксированных  $\phi_0=1,\ u_0=10^{-8},\ \beta=10^{-10}$  как функция  $r/r_s$ . b) Версия в масштабе. Сплошная линия соответствует черной дыре Шварцшильда. Параметр  $\alpha$  принимает следующие знаечния:  $\alpha=-4\times 10^{-5}$  (линия с треугольниками),  $\alpha=-3\times 10^{-5}$  (линия со звездочками),  $\alpha=-2.1\times 10^{-5}$  (жирная штрих-пунктирная линия),  $\alpha=-1.3\times 10^{-5}$  (жирная пунктирная линия),  $\alpha=-9\times 10^{-6}$  (штрих-пунктирная линия),  $\alpha=-5\times 10^{-6}$  (штриховая линия),  $\alpha=-10^{-6}$  (пунктирная линия).





**Рис. 8.** Случай с потенциалом. Поток энергии F(r) с учетом  $\dot{M}=2.21\times 10^{18} g/s$  и  $M=8.48 M_{\odot}$  для различных значений  $\beta$  и фиксированных  $\phi_0=1,\ u_0=10^{-8},\ \alpha=-10^{-10}$  как функция  $r/r_s$ . b) Версия в масштабе. Сплошная линия соответствует черной дыре Шварцшильда. Параметр  $\beta$  принимает значения:  $\beta=2\times 10^{-10}$  (пунктирная линия),  $\beta=5\times 10^{-10}$  (штриховая линия),  $\beta=8\times 10^{-10}$  (штрих-пунктирная линия),  $\beta=1.1\times 10^{-9}$  (жирная пунктирная линия).

Результаты для светимости в случае с потенциалом хиггсовского типа отображены на графиках 10, 11, 12.

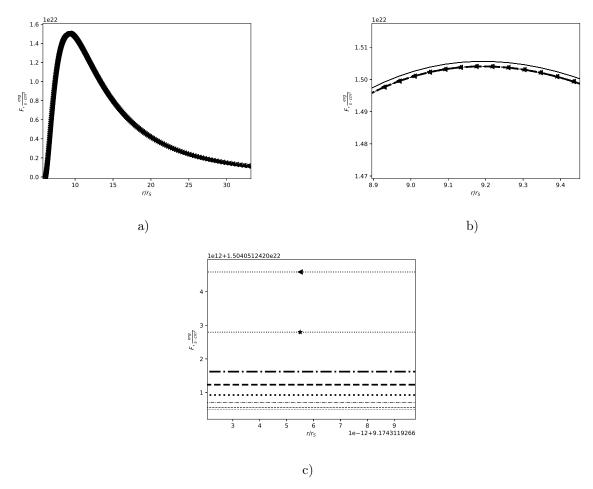
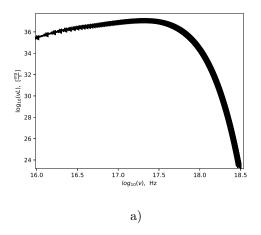


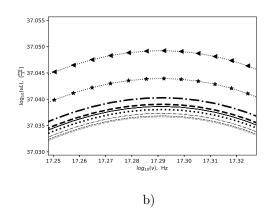
Рис. 9. Случай с потенциалом. Поток энергии F(r) с учетом  $\dot{M}=2.21\times 10^{18} g/s$  и  $M=8.48 M_{\odot}$  для различных значений  $\alpha$  и фиксированного  $\phi_0=4\times 10^{-5},~\beta=10^{-20}$  как функция  $r/r_s$ . Связи (3.6) и (3.7) между параметрами учтены. b) Сплошная линия соответствует кривой Шварцшильда, объединенная линия соответствует различным параметрам  $\alpha$ . c) Версия в масштабе. Параметр  $\alpha$  принимает значения:  $\alpha=-4\times 10^{-5}$  (линия с треугольниками),  $\alpha=-3\times 10^{-5}$  (линия со звездочками),  $\alpha=-2.1\times 10^{-5}$  (жирная штрих-пунктирная линия),  $\alpha=-1.3\times 10^{-5}$  (жирная пунктирная линия),  $\alpha=-9\times 10^{-6}$  (штрих-пунктирная линия),  $\alpha=-5\times 10^{-6}$  (штриховая линия),  $\alpha=-10^{-6}$  (пунктирная линия).

# 4. Обсуждение результатов

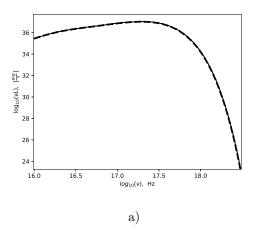
В данной работе исследуются свойства тонких аккреционных дисков вокруг статических сферически-симметричных черных дыр в гибридной метрической-Палатини f(R)-гравитации. В качестве основы для нашего исследования было использовано численное решение типа черная дыра, полученное в статье [13]. Для изучения свойств аккреции была применена стационарная модель Новикова-Торна и наблюдательные данные системы MAXI J1820+070 [19]. В нашей работе рассмотрены два типа решений: без потенциала V=0 и с потенциалом хиггсовского типа  $V=-\frac{\mu^2}{2}\phi^2+\frac{\zeta}{4}\phi^4$ . В качестве характеристик аккреционного диска мы численно получаем поток энергии и светимость аккреционного диска. Численное решение типа черная дыра, полученное в статье [13], имеет определенный набор свободных параметров. Этот набор определяется, в том числе, наличием потенциала. В случае отсутствия потенциала V=0 к этим параметрам относятся начальное значение скалярного поля  $\phi_0$  и его производной  $u_0$ . В случае потенциала хиггсовского типа имеется два дополнительных параметра:  $\alpha$  и  $\beta$ .

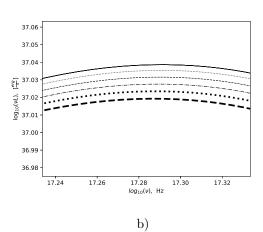
В случае V=0 были найдены следующие особенности аккреционных дисков гибридной f(R)-



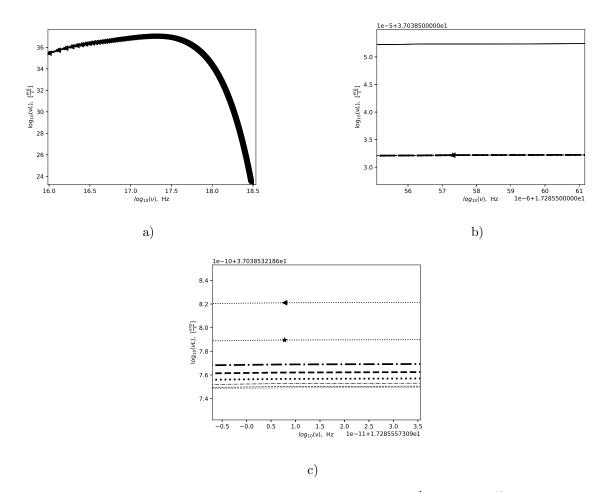


**Рис. 10.** Случай с потенциалом. Спектр излучения  $\nu L(\nu)$  с учетом  $\dot{M}=2.21\times 10^{18} g/s$  and  $M=8.48 M_{\odot}$  для различных значений  $\alpha$  и фиксированных  $\phi_0=1$ ,  $u_0=10^{-8}$ ,  $\beta=10^{-10}$  как функция  $\nu$ . b) Версия в масштабе. Сплошная линия соответствует черной дыре Шварцшильда. Параметр  $\alpha$  принимает значения:  $\alpha=-4\times 10^{-5}$  (линия с треугольниками),  $\alpha=-3\times 10^{-5}$  (линия со звездочками),  $\alpha=-2.1\times 10^{-5}$  (жирная штрих-пунктирная линия),  $\alpha=-1.7\times 10^{-5}$  (жирная штриховая линия),  $\alpha=-1.3\times 10^{-5}$  (жирная пунктирная линия),  $\alpha=-5\times 10^{-6}$  (штриховая линия),  $\alpha=-10^{-6}$  (пунктирная линия).





**Рис. 11.** Случай с потенциалом. Спектр излучения  $\nu L(\nu)$  с учетом  $\dot{M}=2.21\times 10^{18} g/s$  и  $M=8.48 M_{\odot}$  для различных значений  $\beta$  и фиксированных  $\phi_0=1,\ u_0=10^{-8},\ \alpha=-10^{-10}$  как функция  $\nu$ . b) Версия в масштабе. Сплошная линия соответствует черной дыре Шварцшильда. Параметр  $\beta$  принимает значения:  $\beta=2\times 10^{-10}$  (пунктирная линия),  $\beta=5\times 10^{-10}$  (штриховая линия),  $\beta=8\times 10^{-10}$  (штрих-пунктирная линия),  $\beta=1.1\times 10^{-9}$  (жирная пунктирная линия).



**Рис. 12.** Случай с потенциалом. Спектр излучения  $\nu L(\nu)$  с учетом  $\dot{M}=2.21\times 10^{18} g/s$  и  $M=8.48 M_{\odot}$  для различных значений  $\alpha$  и фиксированных  $\phi_0=4\times 10^{-5},~\beta=10^{-20}$  как функция  $\nu$ . Связи (3.6) и (3.7) между параметрами учтены. b) Сплошная линия соответствует кривой Шварцшильда, объединенная линия соответствует различным параметрам  $\alpha$ . c) Версия в масштабе. Параметр  $\alpha$  принимает значения:  $\alpha=-4\times 10^{-5}$  (линия с треугольниками),  $\alpha=-3\times 10^{-5}$  (линия со звездочками),  $\alpha=-2.1\times 10^{-5}$  (жирная штрих-пунктирная линия),  $\alpha=-1.3\times 10^{-5}$  (жирная пунктирная линия),  $\alpha=-9\times 10^{-6}$  (штрих-пунктирная линия),  $\alpha=-5\times 10^{-6}$  (штриховая линия),  $\alpha=-10^{-6}$  (пунктирная линия).

74 П.И. Дядина, Н.А. Авдеев

модели. Результаты, близкие к ОТО, можно получить, если взять достаточно большие значения  $\phi_0$  для больших  $u_0$  или малые значения  $u_0$  для малых  $\phi_0$ . Однако первый результат кажется нереалистичным, поскольку скалярное поле должно принимать свое фоновое значение на большом расстоянии от черной дыры, а это значение значительно меньше единицы [21], [20], [24]. Поэтому  $\phi_0 > 1$  выглядит неестественно.

Другой подход к выбору начальных параметров  $\phi_0$  и  $u_0$  возникает на основе постньютоновского анализа. Вдали от черной дыры, где мы выбираем значения свободных параметров, гравитационное поле слабое, что позволяет применить постньютоновский подход. В рамках постньютоновского анализа скалярное поле рассматривается как сумма фонового значения и его возмущения  $\phi = \phi_0 + \varphi$ . Фоновое значение  $\phi_0$  является постоянной величиной, в отличие от возмущения  $\varphi$ . Таким образом, взяв производную от скалярного поля  $\phi$  по расстоянию на бесконечности, мы просто получим значение  $u_0$ . В результате получаем уравнение связи (3.1) между  $u_0$  и  $\phi_0$ . Если такая связь установлена и значения  $\phi_0$  взяты в пределах, полученных в рамках эксперимента Кассини [22], то полученные поток энергии и светимость практически не отличаются от результатов, полученных для черной дыры Шварцшильда (см. рисунки (3), (6)). В этом случае  $u_0$  принимает небольшие значения ( $\sim 10^{-11}$ ), что еще раз говорит в пользу выбора малых значений исходных параметров ввиду их естественности.

В случае потенциала типа Хиггса теория включает четыре свободных параметра:  $u_0$ ,  $\phi_0$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ . Параметры  $\alpha$  и  $\beta$  вшиты в структуру самого потенциала. Сначала мы рассматриваем все параметры как независимые величины. Большое значение модуля  $\alpha$  и  $\phi_0 > 1$  приводят к ситуации, когда максимальный поток энергии и светимость могут превысить соответствующие кривые для черной дыры Шварцшильда. Такая ситуация противоречит следующей идее: большие значения  $\phi_0$  не согласуются с данными, полученными из других наблюдений [21], [20], [24]. Этот факт приводит нас к выводу, что такое сочетание нереалистично. Далее с увеличением параметра  $\beta$  наблюдается уменьшение максимума потока энергии, хотя и незначительное, однако ни один параметр  $\beta$  не дает кривой, превосходящей результаты для черной дыры Шварцшильда.

Затем мы рассматриваем набор параметров, основанный на ограничениях, полученных из наблюдений в Солнечной системе. Используя связь между параметрами, возникающую из постньютоновского анализа, мы показываем, что все параметры должны быть малыми. С увеличением модуля  $\alpha$  наблюдается уменьшение максимума потока энергии.

# 5. Выводы

В данной работе мы исследовали тонкие аккреционные диски вокруг черных дыр в гибридной f(R)-гравитации. В этом исследовании мы опирались на численное статическое сферически-симметричное решение [13]. В результате мы получили поток энергии и светимость для тонких аккреционных дисков, возникающих вокруг таких черных дыр. Мы показали, что в гибридной метрической f(R)-гравитации Палатини аккреционные диски вокруг звездных статических сферически-симметричных черных дыр более тусклые, чем в ОТО. Это отличает гибридную f(R)-гравитацию от метрической f(R)-теории, согласно которой тонкие аккреционные диски вокруг таких черных дыр более горячие и яркие [25].

Одним из наиболее важных следствий исследования является то, что в условиях ограничений, налагаемых на параметры теории другими методами [20, 21, 24, 26], гибридная f(R)-гравитация показывает свою полную жизнеспособность, а результаты для потока энергии и светимости близки к ОТО. Еще одним преимуществом гибридной f(R)-гравитации является то, что реалистичные режимы аккреции реализуются в широком диапазоне параметров без их тонкой настройки. Кроме того, существование реалистичных режимов аккреции указывает на адекватность численного решения черной дыры, полученного в статье [13].

В данной статье мы рассмотрели случай статической сферически-симметричной черной дыры. Это важный первый шаг в исследовании аккреции в гибридной f(R)-гравитации. Несмотря на то, что вероятность реализации этого типа черных дыр в природе крайне мала, важно понимать потенциальное существование адекватных режимов аккреции для этого типа объектов. Следующим шагом этого исследования будет рассмотрение аккреции в случае черных дыр типа Керра. Это позволит сравнить предсказания гибридной f(R)-гравитации с наблюдениями. Данное исследование прольет свет на реалистичность теории и послужит основой для введения ограничений на свободные параметры гибридной f(R)-гравитации, в том числе через исследование аккреционных дисков вокруг вращающихся черных дыр.

# Список литературы/References

- 1. Perlmutter S. et al. Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 high-redshift supernovae. Astrophys. J., 1999, vol. 517, no. 2, pp. 565-586.
- 2. Riess A.G. et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron. J.*, 1998, vol. 116, no. 3, pp. 1009-1038.
- 3. Oort J.H. The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems. *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, 1932, vol. 6, p. 249.
- 4. Zwicky F. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helvetica Physica Acta*, 1933, vol. 6, pp. 110-127.
- 5. Starobinsky A. A new type of isotropic cosmological models without singularity. *Physics Letters B*, 1980, vol. 91, no. 1, pp. 99-102.
- 6. Guth A.H. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. *Phys. Rev.*, 1981, vol. 23, no. 2, pp. 347-356.
- 7. Linde A. A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems. *Physics Letters B*, 1982, vol. 108, no. 6, pp. 389-393.
- 8. Nojiri S., Odintsov S., Oikonomou V. Modified gravity theories on a nutshell: Inflation, bounce and late-time evolution. *Physics Reports*, 2017, vol. 692, pp. 1-104.
- 9. Chiba T. 1/r gravity and scalar-tensor gravity. Physics Letters B, 2003, vol. 575, no. 1-2, pp. 1-3.
- 10. Koivisto T., Kurki-Suonio H. Cosmological perturbations in the palatini formulation of modified gravity. *Classical and quantum gravity*, 2006, vol. 23, no. 7, pp. 2355-2369.
- 11. Harko T., Koivisto T.S., Lobo F.S.N., Olmo G.J. Metric-palatini gravity unifying local constraints and late-time cosmic acceleration. *Phys. Rev. D*, 2012, vol. 85, no. 8, p. 084016.
- 12. Harko T., Lobo F.S.N. Beyond Einstein's general relativity: Hybrid metric-palatini gravity and curvature-matter couplings. *International Journal of Modern Physics D*, 2020, vol. 29, no. 13, p. 2030008.
- 13. Danila B., Harko T., Lobo F.S., Mak M.K. Spherically symmetric static vacuum solutions in hybrid metric-Palatini gravity. *Phys. Rev. D*, 2019, vol. 99, no. 6, p. 064028.
- 14. Shakura N.I., Sunyaev R.A. Black holes in binary systems. observational appearance. *Astronomy and Astrophysics*, 1973, vol. 24, pp. 337-355.
- 15. Page D.N., Thorne K.S. Disk-accretion onto a black hole. time-averaged structure of accretion disk. *Astrophys. J.*, 1974, vol. 191, pp. 499-506.
- 16. Novikov I.D., Thorne K.S. Astrophysics of black holes. N.Y.: Gordon and Breach, 1973. pp. 343-450.
- 17. Torres D.F. Accretion disc onto a static non-baryonic compact object. *Nuclear Physics B*, 2002, vol. 626, no. 1-2, p. 377-394.
- 18. Luminet J.P. Image of a spherical black hole with thin accretion disk. *Astronomy and Astrophysics*, 1975, vol. 79, pp. 228-235.

- 19. Zhao X. et al. Estimating the black hole spin for the X-ray binary MAXI J1820+070. Astrophys. J., 2021, vol. 916, no. 2, p. 108.
- 20. Dyadina P.I., Labazova S.P., Alexeyev S.O. Post-Newtonian limit of hybrid metric-Palatini f(R)-gravity. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2019, vol. 129, no. 5, pp. 838-848.
- 21. Leanizbarrutia I., Lobo F.S., Saez-Gomez D. Crossing SNe Ia and BAO observational constraints with local ones in hybrid metric-Palatini gravity. *Phys. Rev. D*, 2017, vol. 95, no. 8, p. 084046.
- 22. Bertotti B., Iess L., Tortora P. A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft. *Nature*, 2003, vol. 425, pp. 374-376.
- 23. Capozziello S., Harko T., Koivisto T., Lobo F., Olmo G. Hybrid metric-Palatini gravity. *Universe*, 2015, vol. 1, no. 2, pp. 199-238.
- 24. Dyadina P.I., Avdeev N.A., Alexeyev S.O. Horndeski gravity without screening in binary pulsars. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2018, vol. 483, no. 1, pp. 947-963.
- 25. Perez D., Romero G.E., Bergliaffa S.E.P. Accretion disks around black holes in modified strong gravity. *Astronomy and Astrophysics*, 2013, vol. 551, p. A4.
- 26. Avdeev N.A., Dyadina P.I., Labazova S.P. Test of hybrid metric-Palatini f(R)-gravity in binary pulsars. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2020, vol. 131, no. 4, p. 537-547.

#### Авторы

**Дядина Полина Игоревна**, к. ф.-м. н., научный сотрудник, Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова, Университетский проспект, 13, г. Москва, 119234, Россия.

E-mail: guldur.anwo@gmail.com

**Авдеев Никита Алексеевич**, ведущий инженер, Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова, Университетский проспект, 13, г. Москва, 119234, Россия.

E-mail: naavdeev1995@mail.ru

#### Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Дядина П. И., Авдеев Н. А. Свойства аккреционных дисков в гибридной метрической-Палатини f(R)-гравитации. Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2023. № 3-4. С. 63–76.

# Authors

**Dyadina Polina Igorevna**, Ph.D., researcher, Sternberg Astronomical Institute, Moscow State University, Universitetsky pr., 13, Moscow 119234, Russia.

E-mail: guldur.anwo@gmail.com

**Avdeev Nikita Alexeevich**, lead engineer, Sternberg Astronomical Institute, Moscow State University, Universitetsky pr., 13, Moscow 119234, Russia.

E-mail: naavdeev1995@mail.ru

## Please cite this article in English as:

Dyadina P. I., Avdeev N. A. Properties of accretion disks in hybrid metric-palatini f(R) gravity. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2023, no. 3-4, pp. 63–76.