УДК 530.12; 530.51

МОДЕЛЬ ОТКРЫТОЙ ВСЕЛЕННОЙ С КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ КАК ЗАДАЧА О ДВИЖЕНИИ ЧАСТИЦЫ В СИЛОВОМ ПОЛЕ

Баранов А. М.[a,1], Савельев Е. В.[b,2]

[a] ФГБОУ ВПО Красноярский государственный педагогический университет им.В.П.Астафьева (КГПУ), г. Красноярск, 660049, Россия
[b] ООО “ПРОФИЛЬ - 2С", Москва, 123007, Россия

Рассмотрена возможность нахождения точных космологических решений уравнений Эйнштейна с космологической постоянной для открытой модели вселенной путем сведения проблемы к эквивалентной задаче о движении массивной частицы в силовом поле. Взятая космологическая модель заполнена материей в приближении идеальной жидкости с отличными от нуля давлением и космологической постоянной, вообще говоря. Метрика четырехмерного пространства-времени берется в форме Фока как метрика, конформная метрике Минковского с зависимостью от одной переменной, квадрат которой есть произведение опережающего и запаздывающего времен. Использование механической интерпретации для уравнений тяготения приводит к возможности рассмотрения различных силовых полей, в частности потенциальных, с последующей физической интерпретацией получаемых точных космологических решений. Прежде всего, рассматривается движение свободной частицы единичной массы (механическая сила отсутствует), то есть частица движется по инерции. Конформный множитель космологической конформно-плоской метрики есть четвертая степень найденного закона движения. Этот случай при отсутствии космологической постоянной соответствует точному космологическому решению без давления, совпадающему с известным решением Фридмана для открытой Вселенной. Затем рассматривается силовой потенциал в виде линейной функции. Полученное точное космологическое решение, асимптотически описывает как некогерентную пыль, так и ультрарелятивистскую материю, которую можно было бы интерпретировать как равновесное излучение. Далее в качестве потенциала выбирается квадратичная функция без линейного члена и постоянной. Такой потенциал можно интерпретировать как потенциал свободного осциллятора отвечающего линейной по смещению силе (силе Гука). Решение соответствующего уравнения движения записывается в виде функции косинуса с некоторой начальной фазой, связанной с отношением параметров, определяющих пылевидную и ультрарелятивистскую материю. Этот вывод становится очевиден после асимптотического рассмотрения давления и плотности энергии. Космологическая модель оказывается обобщением решения Фридмана с равновесным излучением и веществом, которые заполняют вселенную. Рассмотрены примеры моделей при наличии космологического члена.

Ключевые слова: Открытые космологические модели, «механический» подход к конструированию космолологических моделей, космологическая постоянная.

THE OPEN UNIVERSE MODEL WITH THE COSMOLOGICAL CONSTANT AS A PARTICLE MOVEMENT TASK IN A FORCE FIELD

Baranov A. M.[a,1], Saveljev E. V.[b,2]

[a] Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P.Astafyev, Krasnoyarsk, 60049, Russia
[b] LLC "PROFILL - 2S", Moscow, 123007, Russia

The possibility of deriving of exact cosmological solutions of the Einstein equations with the cosmological constant for the open universe model by reducing the problem to an equivalent task of the movement of a mass particle in the force field is considered. Taken cosmological model is filled by substance in an approximation of the perfect fluid with nonzero pressure and cosmological constant, generally speaking. A four-dimensional space-time metric is taken in Fock's form as the metric, conformal to the Minkowski metric. This metric depends on one variable. A square of the variable is a product of advanced and retarded times. The using of mechanical interpretation of

[1]E-mail: alex_m_bar@mail.ru
[2]E-mail: profill07@mail.ru

the gravitation equations leads to a possibility of consideration of various force fields, in particular the potential fields, with the subsequent physical interpretation of found exact cosmological solutions. First of all the movement of free particle with an unit mass (a mechanical force is absent) is considered, that is to say the particle moves on inertia. The fourth degree of finded law of movement is a conformal factor of cosmological conformally-flat metric. This case corresponds to the exact cosmological solution without cosmological constant and pressure, coinciding with known the Friedman solution for the open universe. After that the force potential is taken in the form of linear function. Found exact cosmological solution asymptotically describes both an incoherent dust, and the ultra-relativistic matter which could be interpreted as an equilibrium radiation. Further a square-law function without a linear term and a stationary value is taken as a potential. Such potential can be interpreted as potential of the free oscillator corresponding to linear shift force (Hooke's force). The solution of corresponding equation of motion is written in the form of a cosine function with some initial phase related to the correlation of parameters which define dust-like and ultra-relativistic matter. The cosmological model is the generalization of Friedman's model with the equilibrium radiation and substance which fill the universe. Examples of models in the presence of the cosmological constant are considered.

Keywords: The open universe models, a "mechanical" approach to the construction of cosmological models, the cosmological constant.

PACS: 04.20.-q; 98.80.Jk

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2023.3-4.21-29

Введение

В настоящей работе в псевдоримановом 4D пространстве, конформном 4D пространству Минковского с метрикой в записи Фока [1]

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = \exp(2\sigma)\,\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu, \tag{0.1}$$

где $\eta_{\mu\nu} = diag(1,-1,-1,-1)$; $\sigma = \sigma(S)$; $S^2 = \eta_{\mu\nu}x^\mu x^\nu = t^2 - r^2$; $\mu,\nu = 0,1,2,3$; рассматривается возможность моделирования открытых космологических моделей Вселенной без указания конкретного уравнения состояния путем введения функции состояния, которая для каждого значения S представляет собой уравнение состояния. Скорость света и гравитационная постоянная Ньютона взяты равными единице. Уравнения Эйнштейна с источником в приближении тензора энергии импульса (ТЭИ) идеальной паскалевой жидкости и с космологическим членом записываются как [2]

$$G_{\mu\nu} + \varkappa\lambda g_{\mu\nu} = -\varkappa T_{\mu\nu} = -\varkappa(\varepsilon\cdot u_\mu u_\nu + p\cdot b_{\mu\nu}) \tag{0.2}$$

или

$$G_{\mu\nu} = -\varkappa(T_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu}) = -\varkappa((\varepsilon+p)\cdot u_\mu u_\nu - (p-\lambda)\cdot g_{\mu\nu}), \tag{0.3}$$

где ε – плотность энергии, p – давление , λ – космологическая постоянная, $\lambda > 0$.

Трехмерное пространство, ортогональное к временной конгруэнции и определяемое 3-проектором $b_{\mu\nu} = u_\mu u_\nu - g_{\mu\nu}$ с четырехмерной скоростью $u_\mu = (exp(\sigma))\cdot b_\mu$; $b_\mu = S_{,\mu}$; $b_\nu b^\nu = 1$, является сферически симметричным.

После расщепления уравнений Эйнштейна путем проектирования их на временноподобное направление и пространственноподобную 3-площадку система уравнений сводится к уравнениям (штрихом обозначена производная по S)

$$\exp(-2\sigma)(\frac{2}{S}\sigma' + (\sigma')^2) = \varkappa(\varepsilon+\lambda), \tag{0.4}$$

$$2\,\exp(-2\sigma)(\sigma'' + \frac{2}{S}\sigma' + \frac{1}{2}(\sigma')^2) = -\varkappa(p-\lambda). \tag{0.5}$$

Следует отметить, что если при $\lambda = 0$ воспользоваться уравнением состояния $p = -\varepsilon$ (физический вакуум [3]), то решением приведенных уравнений оказывается вакуумно-подобным (решение де-Ситтера для метрики (0.1); см. [4, 5]): $\exp(2\sigma) = (1 - A\cdot S^2)^{-2}$, $A = \varkappa\varepsilon/12 = const$.

Если же наоборот, положить $\lambda \neq 0$; $\varepsilon = p = 0$, то получим тоже самое решение с $A = \varkappa\,\lambda/12 = const$.

1. «Механический» подход

Тогда возникает вопрос: нужно ли вообще учитывать в полевых уравнениях лямбда-член для введения физического вакуума?

Для этого рассмотрим случай $\lambda = 0$ и введем замену $\sigma = 2\ln y$. После этого система полевых уравнений запишется как

$$12 \cdot y'(y' + \frac{1}{S}y) = \varkappa\varepsilon \cdot y^6; \tag{1.1}$$

$$4 \cdot (y'' + \frac{2}{S}y') = -\varkappa p \cdot y^5. \tag{1.2}$$

Далее произведем замены: $y = f_1(1/S) \equiv f_1(\chi)$ и $y = f_2(S)/S$, тогда полевое уравнение с давлением p преобразуется к общем виду

$$\frac{d^2Y}{d\chi^2} = F(\chi, Y, p) \tag{1.3}$$

или

$$F(\chi, Y, p) = -\varkappa\frac{Y^5}{4\chi^4}p. \tag{1.4}$$

В этой записи считаем, что переменная χ может быть как переменной $1/S$, так и переменной S, а функция Y как функцией f_1, так и f_2 .

Если переменную χ считать новой «временной» переменной, а функцию Y своеобразной обобщенной пространственной «координатой» («переменной»), то получаем возможность интерпретировать выше приведенное уравнение как уравнение Ньютона (2-й закон Ньютона) для одномерного движения частицы единичной массы под действием силы $F(\chi, Y, p)$.

Мы легко найдем конформный множитель $\exp(2\sigma) = Y^4$ и интересующие нас величины в открытой космологической модели, если будем знать силу F и проинтегрируем "уравнение движения". При этом конкретному «механическому» движению частицы единичной массы будет соответствовать конкретная эволюция Вселенной. Силовая функция может зависеть и от скорости, например, при описании осциллятора с диссипацией.

Считая переменную χ новой «временной» переменной, а функцию Y своеобразной обобщенной пространственной «координатой» («переменной»), получаем возможность интерпретировать выше приведенное уравнение как уравнение Ньютона (2-й закон Ньютона) для одномерного движения частицы единичной массы под действием силы $F(\chi, Y, p)$, зная которую, и интегрируя уравнение, легко находим конформный множитель $\exp(2\sigma) = Y^4$ и интересующие нас величины в открытой космологической модели. При этом конкретному «механическому» движению частицы единичной массы будет соответствовать конкретная эволюция Вселенной. Силовая функция может зависеть и от скорости, например, при описании осциллятора с диссипацией.

Таким образом, появляется возможность *замены проблемы моделирования эволюции открытой Вселенной на эквивалентную ей задачу о механическом движении частицы единичной массы в некотором силовом поле.*

Наиболее распространенными являются потенциальные силовые поля, когда $F = -\dfrac{dU}{dY}$. Тогда получаем уравнение «движения» в виде $\varkappa p = 4\dfrac{\chi^4}{Y^5}\dfrac{dU}{dY}$, и давление оказывается напрямую связанным с выбором потенциальной функции U.

Следует отметить, что второе полевое уравнение в этом случае становится определением плотности энергии ε.

Остановимся теперь подробней на первой замене с $\chi = \dfrac{1}{S}$ и $Y = f_1$.

2. Открытая космологическая модель Фридмана

Движение по инерции есть простейший пример движения, для которого сила $F = 0$. Тогда в такой «механистической» интерпретации открытая космологическая модель Фридмана [6] с давлением $p = 0$ будет отвечать равномерному движению и решению $Y = 1 - A\chi \equiv 1 - \dfrac{A}{S}$; $A > 0$, где постоянная A с одной стороны есть постоянная «скорость» (в данной интепретации), а с другой, это постоянная связанная с плотностью вещества, заполняющую фридмановскую Вселенную.

Конформный множитель совпадает с известным выражением для открытой фридмановской модели [1, 7]

$$\exp(2\sigma) = Y^4 = \left(1 - \frac{A}{S}\right)^4 . \tag{2.1}$$

3. Фридмана-подобная модель с излучением

Другой пример -– это квадратичный потенциал для осциллятора

$$U = \frac{B^2 Y^2}{2} + U_0, \tag{3.1}$$

где B^2 – аналог коэффициента жесткости осциллятора.

Из уравнения «движения» сразу получаем решение

$$Y(\chi) = \sqrt{(1 + A^2/B^2)} \cdot \cos(B\chi + \alpha_0) = \frac{\cos(B\chi + \alpha_0)}{\cos\alpha_0}, \tag{3.2}$$

согласованное с решением Фридмана для открытой космологической модели и асимптотическим поведение на бесконечности ($S \to \infty$); при этом $\tan^2(\alpha_0) = \dfrac{A^2}{B^2}$ и

$$p \approx 4B^2\chi^4 = \frac{1}{3}\,\varepsilon_{rad}; \tag{3.3}$$

$$\varepsilon \approx \varepsilon_{dust} + \varepsilon_{rad}. \tag{3.4}$$

Таким образом, в асимптотике получаем реликтовое космологическое равновесное излучение.

4. Функция состояния космологической модели с излучением

Введем функцию состояния $\beta = \dfrac{p}{\varepsilon}$, которая после введения безразмерной переменной $z = B\chi$ может быть представлена как

$$\beta(z) = \frac{1}{3}\frac{z \cdot ctg(\varphi(z))}{(1 + z \cdot tg(\varphi(z)))}, \tag{4.1}$$

где $\varphi(z) = z + \alpha_0$.

Функция состояния имеет два корня:

$$z_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_0\,; \qquad z_2 = 0. \tag{4.2}$$

Поведение функции состояния β может быть представлено в зависимости от переменной $1/z$ (см. Fig1) и переменной z (см. Fig2) следующими графиками:

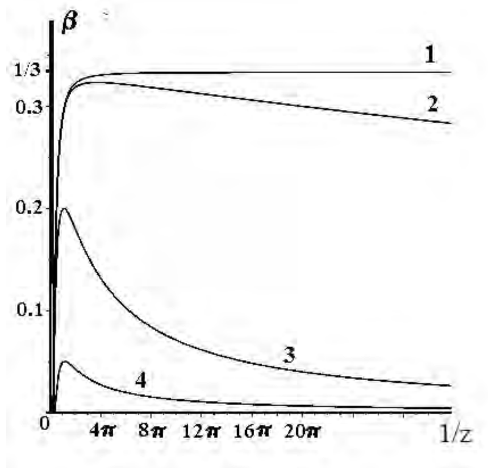

Рис. 1. Поведение функции состояния $\beta(z)$ открытой космологической модели в зависимости от $1/z$ в присутствии только равновесного излучения (1) и в присутствии массовой материи и излучения (2, 3).

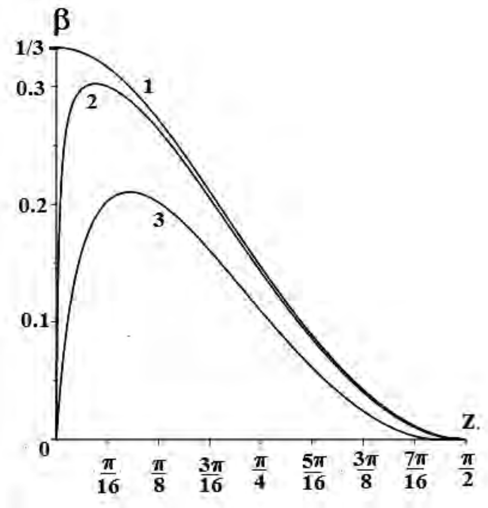

Рис. 2. Поведение функции состояния $\beta(z)$ открытой космологической модели в зависимости от z в присутствии только равновесного излучения (1) и в присутствии массовой материи и излучения (2, 3).

5. «Квази-де ситтеровская» модель

Перейдем теперь к рассмотрению случая с $Y = f_2(S)$, то есть теперь

$$\exp(2\sigma) = \frac{Y^4}{S^4} = y^4. \tag{5.1}$$

Выберем убывающий параболический потенциал

$$U = -\frac{\Omega^2 Y^2}{2}, \tag{5.2}$$

где $\Omega = const$ (аналог собственной частоты осциллятора).

Квадратура уравнения «движения» запишется в виде

$$Y = \frac{\sqrt{2E}\cdot\sinh(\Omega S)}{\Omega} \quad \text{или} \quad y = \frac{\sqrt{2E}\cdot\sinh(\Omega S)}{\Omega S}, \tag{5.3}$$

где $E = const$ (аналог энергии).

Тогда для давления

$$\varkappa p = \frac{\Omega^2}{E^2}\left(\frac{\Omega S}{\sinh(\Omega S)}\right)^2 \to -\frac{\Omega^2}{E^2}, \quad when\ S \to 0. \tag{5.4}$$

С другой стороны, для плотности энергии получаем

$$\varkappa\varepsilon = 3 \cdot |p| \coth{(\Omega S)}^2 \left(1 - \frac{\tanh(\Omega S)}{\Omega S}\right) \to \frac{\Omega^2}{E^2}, \quad when\ S \to 0. \tag{5.5}$$

Следовательно, в «начале» ($S = 0$) выбранный потенциал (5.2)) требует состояния физического вакуума, $p_{vac} = -\varepsilon_{vac}$. Поэтому в окрестности «начала» должно быть состояние де Ситтера с конформным фактором

$$\exp(2\sigma) = y^4 = \frac{1}{\left(1 - \widetilde{A} \cdot S^2\right)^2}. \tag{5.6}$$

Тогда функция состояния в этом случае запишется как

$$\beta(S) = \frac{p}{\varepsilon} = \frac{1}{3}\frac{(\Omega S) \cdot \tanh{(\Omega S)}^2}{(\Omega S - \tanh(\Omega S))} \tag{5.7}$$

с $\lim\limits_{S \to 0} \beta(S) = -1$ и $\lim\limits_{S \to \infty} \beta(S) = -\dfrac{1}{3}$.

Соответствующие графики поведения этой функции принимают следующий вид вблизи «окрестности» нуля (начала) (Fig.3) и асимптотически на бесконечности (Fig.4)

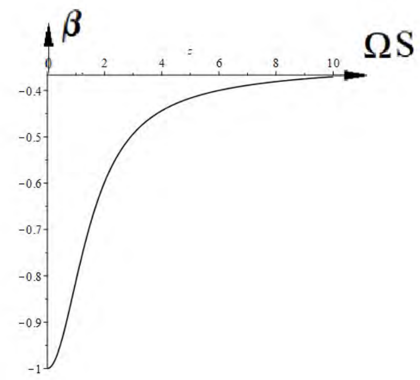

Рис. 3. Поведение функции состояния β открытой космологической модели де Ситтера в зависимости от переменной ΩS вблизи «окрестности» начала.

Таким образом, данное решение описывает чисто вакуумное состояние. Все это указывает на то, что «механический» подход не позволяет получить единое космологическое решение, объединяющее обычную «горячую» модель Вселенной и вакуумное решение.

В данном случае имеем как бы внешнюю задачу (для фридмана-подобных решений) и обособленную внутреннюю задачу (квази де ситтеровское решение), то есть получаем «разрыв» в полном описании Вселенной.

Следовательно, удалось обойтись без λ-члена для введения вакуумного состояния, которое было получено в виде точного решения уравнений Эйнштейна без космологического члена. Это решение в «начале» эволюции модели ($S = 0$) совпадаем с решением де Ситтера (уравнение состояния $p_{vac} = -\varepsilon_{vac}$).

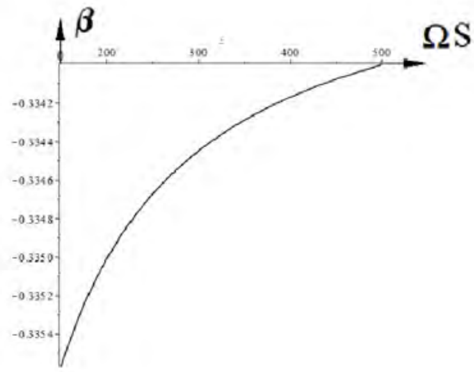

Рис. 4. Поведение функции состояния β открытой космологической модели де Ситтера в зависимости от переменной ΩS асимптотически на бесконечности.

6. Введение космологической постоянной в «механическую» модель

Вернемся к случаю учета космологического члена, то есть теперь выберем $\lambda \neq 0$.

Если ввести новые величины для плотности энергии $\mathcal{E} = \varepsilon + \lambda$ и давления $P = p - \lambda$ (в этом можно убедиться путем проектирования ТЭИ из уравнения (0.3) на временноподобное направление и на 3-площадку, ортогональную этому временноподобному направлению), то гравитационные уравнения (0.3) можно переписать как

$$G_{\mu\nu} = -\varkappa \widehat{T}_{\mu\nu}, \tag{6.1}$$

где источником гравитационного поля оказывается новый ТЭИ для «идеальной паскалевой жидкости» с учетом λ−члена

$$\widehat{T}_{\mu\nu} = \mathcal{E} \cdot u_\mu u_\nu + P \cdot b_{\mu\nu}. \tag{6.2}$$

Другими словами, введение космологического члена не меняет структуры ТЭИ для идеальной паскалевой жидкости, если λ−член связать с источником гравитационного поля.

Уравнения Эйнштейна (1.1)-(1.2) тогда могут быть переписаны с $\widehat{T}_{\mu\nu}$ из формулы (6.2). Уравнение «движения» (1.3)-(1.4) в этом случае переписывается с учетом нового давления P, а «определение» плотности энергии (1.1) через $\mathcal{E}$.

A. Если теперь рассмотреть отсутствие силы $F(\chi, Y, P) = 0$ (выбрать потенциал $U = const$), что соответствует «инерциальному» движению частицы единичной массы, то получим $P = 0$ (Фридмана-подобная космологическая модель в данном случае) или $p = \lambda = const$. Следует отметить, что p – физически наблюдаемое давление. В пределе $S \to \infty$, когда плотность энергии $\mathcal{E} = 0$, то $\varepsilon = -\lambda$ или $p = -\varepsilon$.

Соответствующее формальное решение уравнения «движения» равно $Y = c - a \cdot \chi$, где c и a суть некоторые произвольные постоянные. Без ограничения общности можно записать $\widehat{Y} = 1 - \widehat{A} \cdot \chi$, введя $\widehat{Y} = Y/c$; $\widehat{A} = a/c$; $\widehat{\sigma} = \sigma - \ln(c)$, что допускают гравитационные уравнения, куда входит только производная от σ. Следовательно, судя по полученному решению, имеем открытую «модель Фридмана», с учетом космологической постоянной. В самом деле, величина $\varkappa\lambda$ имеет следующий порядок величины: $\varkappa\lambda \approx 10^{-56} \dfrac{1}{\text{см}^2}$, то есть требование движения по инерции гипотетической частицы требует реализации космологической модели с $\varkappa p$ порядка величины $\varkappa\lambda$. Поэтому из-за такой малости космологического члена $\varkappa p \approx 0$, то есть фактически реализуется открытая модель Фридмана.

B. Перейдем к рассмотрению случая с потенциалом гармонического осциллятора (3.1), но с новым коэффициентом жесткости $\widehat{B}$,

$$\widehat{U} = \frac{\widehat{B}^2\widehat{Y}^2}{2} = b^2\frac{B^2Y^2}{2} = b^2 \cdot U, \tag{6.3}$$

где $b = const$, то есть вводится масштабированная потенциальная функция U из (3.1).

Тогда решение уравнение для осциллятора можно записать аналогично как (3.2)

$$Y(z) = \sqrt{(1 + A^2/\widehat{B}^2)} \cdot \cos(z + \gamma_0) = \frac{\cos\varphi(z)}{\cos\gamma_0}, \tag{6.4}$$

где теперь $z = \dfrac{\widehat{B}}{S}$, $\quad\varphi(z) = z + \gamma_0$

Теперь сравним функции состояния β при отсутствии $\lambda-$члена и его учете. Во втором случае получим

$$\widehat{\beta} = \frac{P}{\mathcal{E}} = \frac{p-\lambda}{\varepsilon+\lambda} = \beta\left(\frac{1-\lambda/p}{1+\lambda/\varepsilon}\right) = \frac{z}{3}\left(\frac{1+\dfrac{3\lambda}{z}\Phi(z)}{\tan\varphi(z)\cdot(1+z\tan\varphi(z)) - \lambda\Phi(z)}\right), \tag{6.5}$$

где

$$\Phi(z) = \frac{\varkappa\widehat{B}^2}{12z^3}Y(z)^4. \tag{6.6}$$

Очевидно, что при $\lambda = 0$ получаем соотношение (4.1). Кроме того, при $z = 0$ ($S \to \infty$) имеем $\widehat{\beta} = -1$. Как и в случае с моделью Фридмана при учете космологической постоянной, предельным фоном на $S = \infty$ оказывается субстанция с уравнением состояния физического вакуума.

7. Заключение

Проанализирована возможность полуения точных космологических решений уравнений Эйнштейна с космологическим членом и необходимость введения этого члена для получения решений уравнений Эйнштейна для описания физического вакуума.

При этом путем сведения проблемы нахождения точных решений гравитационных уравнений для открытой модели вселенной к эквивалентной задаче о движении массивной частицы в силовом поле получен ряд результатов. Тензор энергии-импульса исследуемых космологических моделей берется в приближении идеальной жидкости с отличными от нуля давлением. Для записи метрики использована метрика в форме Фока, конформная метрике Минковского. механической интерпретации для уравнений тяготения приводит к возможности рассмотрения различных силовых полей, в частности потенциальных, с последующей физической интерпретацией получаемых точных космологических решений. В частности, такая интерпретация (без космологического члена) позволяет рассматривать открытую модель Фридмана как соответствующую инерциальному движению материальной частицы (силовое воздействие отсутствует). При наличии упругой силы (силы Гука) рассмотрение свободного осциллятора приводит к обобщению решения Фридмана при наличии равновесного излучения.

Кроме того, в «механическом» подходе не удается построить единое космологическое решение, объединяющее как «горячую» модель Вселенной и вакуумное решение. Приведены примеры конструирования моделей с космологическим членом: решение Фридмана и его обобщение с излучением. В этих случаях показано, что предельным фоном на $S = \infty$ оказывается материя с уравнением состояния физического вакуума.

Список литературы/References

1. Fock V.A. *The Theory of Space, Time and Gravitation.* New York:, Pergamon Press, 1964. 460 p.

2. Einstein A. Zum kosmologischen Problem der allgemeinen Relativitätstheorie. *Akad. Wiss., phys-math.* 1931, pp. 235-237.
3. Gliner É.B. Algebraic properties of the energy-momentum tensor and vacuum-like states of matter. *Sjviet Physics JETP.* 1965. V. 22, no. 2, pp. 378-382.
4. Baranov A.M., Saveljev E.V. Exact solutions of the conformally flat Universe. I. The evolution of model as the problem about a particle movement in a force field. *Space, Time and Fundamental Interactions.* 2014. no.1, pp. 37-46 (in Russian).
5. Baranov A.M., Saveljev E.V. Exact solutions of the conformally flat Universe. I. The evolution of model as the problem about a particle movement in a force field. *Space, Time and Fundamental Interactions.* 2020, no. 3, pp. 27–36.
6. Friedman A.A. Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes. *Z. Phys.*. 1924. V. 21, Lief., no. 1, pp. 326–333.
7. Mitskievich N.V. *Physical Fields in General Relativity.* Moskow: Nauka, 1969. 563 p. (in Russian)

Авторы

Баранов Александр Михайлович, д.ф.-м.н., профессор, кафедра физики и методики обучения физике, ФГБОУ ВПО Красноярский государственный педагогический университет им.В.П.Астафьева (КГПУ), ул. Ады Лебедевой, 89, г. Красноярск, 660049, Россия
E-mail: alex_m_bar@mail.ru

Савельев Евгений Викторович, к.ф.-м.н., доцент, ООО "ПРОФИЛЬ - 2С", 78, Хорошевское шоссе, Москва, 123007, Россия.
E-mail: profill07@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Баранов А. М., Савельев Е. В. Модель открытой вселенной с космологической постоянной как задача о движении частицы в силовом поле . *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия.* 2023. № 3-4. С. 21–29.

Authors

Baranov Alexandre Mikhailovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department "Physics and Methods of Physics Training", Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P.Astafyev, 89 Ada Lebedeva St., Krasnoyarsk, 660049, Russia
E-mail: alex_m_bar@mail.ru

Saveljev Evgeniy Viktorovich, Candidate of Phys.-Mat. Sci, Assistent Professor, LLC "PROFILL - 2S", 78, Khoroshevskoe sh., Moscow, 123007, Russia.
E-mail: profill07@mail.ru

Please cite this article in English as:

Baranov A. M., Saveljev E. V. The open universe model with the cosmological constant as a particle movement task in a force field . *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2023, no. 3-4, pp. 21–29.