

УДК 530.12

© Гуц А. К., 2023

ЗАПОЛНЕННОЕ ПРОСТРАНСТВО, ЛОГИКА И ПАРАДОКС ДЕДУШКИГуц А. К.^{a,b,1}^a ФИЦ «Федеральный субтропический научный центр Российской академии наук», г. Сочи, 354002, Россия^b Международный инновационный университет, г. Сочи, 354000, Россия

Разрешается противоречие заполненного пространства в Мире Минковского и пустого пространства-времени посредством применения интуиционистской логики. Неклассическая логика раскрывает множественность пространств-времен. Решение парадокса дедушки.

Ключевые слова: Заполненное пространство, интуиционистская (модальная) логика, машина времени, парадокс дедушки.

FILLED SPACE, LOGIC AND GRANDFATHER'S PARADOXGuts A. K.^{a,b,1}^a Federal Research Centre the Subtropical Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, Sochi, 354002, Russia^b International Innovation University, Sochi, 354000, Russia

The contradiction between filled space in the Minkowski World and empty space-time is resolved through the use of intuitionistic logic. Non-classical logic reveals the multiplicity of space-times. The solution to the grandfather paradox is given.

Keywords: Filled space, intuitionistic (modal) logic, time machine, grandfather's paradox.

PACS: 04.20.Gz

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2023.2.28-35

К 110-летию со дня рождения моего дорогого Учителя
академика АН СССР и РАН А.Д. Александрова

Введение

В своем историческом докладе [1], в котором вводилось понятия четырехмерного Мира событий, состоящего из мировых точек и позже получившего название *пространства-времени Минковского*, Герман Минковский принес следующую фразу:

«для того чтобы нигде не оставлять зияющей пустоты (gähnende² Leere), мы представим себе, что в каждом месте и в каждый момент времени (т. е. в каждой мировой точке – А.Г.) имеется некоторый объект для наблюдения. Чтобы не говорить о материи или электричестве, я буду пользоваться словом «субстанция» для обозначения этого объекта» [1, с. 168]

Как видим, у Минковского плоское пространство-время специальной теории относительности (СТО) не пусто (!). Это, в общем-то, неудивительно, поскольку доклад состоялся в 1908 году, когда Эйнштейн был далек от идей общей теории относительности (ОТО), от уравнений Эйнштейна

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \kappa T_{ik}. \quad (1)$$

¹E-mail: aguts@mail.ru²Немецкое слово gähnende переводят чаще всего как «зияющий», но есть и другие варианты: бездонный, огромный, зевающий, открытый.

Уже после появления ОТО, когда пространство-время стало представляться как искривленное четырехмерное лоренцево многообразие, из уравнений (1) следовало, что пространство-время Минковского *пусто*, т.е. для него

$$T_{ik} \equiv 0. \quad (2)$$

Но в таком случае, возникает вопрос, как относиться к приведенному выше высказыванию Минковского, ведь для пространства-времени с заполненным, скажем электричеством, пространством, уравнения Эйнштейна следует писать в виде:

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \varkappa T_{ik}^{\text{эл.}} = \varkappa \cdot \frac{1}{4\pi} \left(-F_{is}F_k^s + \frac{1}{4}g_{ik}F_{mn}F^{mn} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} = 0, \quad (4)$$

$$\nabla_k F^{ik} = -\frac{4\pi}{c} j^i, \quad (5)$$

причем для электромагнитного излучения (волн) $j^i \equiv 0$.

Мы видим некоторое противоречие между тем, что заявил Минковский и тем, как поступают в ОТО.

Возникает принципиальный вопрос, навеянный ситуацией в ОТО: может ли пространство у Минковского и пространство-время Минковского вообще быть незаполненным, т.е. пустым? Сам Минковский считал, что нет, не может быть пустоты; она у него «зияющая». Понять, чего хотел избежать Минковский, говоря о *зияющей пустоте*, можно, видимо, обращаясь к литературе: «Положение его в это мгновение походило на положение человека, стоящего над страшной стремниной, когда земля под ним обрывается, уж покачнулась, уж двинулась, в последний раз колышется, падает, увлекает его в бездну, а между тем у несчастного нет ни силы, ни твердости духа отскочить назад, отвести свои глаза от зияющей пропасти; бездна тянет его, и он прыгает, наконец, в нее сам, сам ускоряя минуту своей же гибели»¹.

Иначе говоря, пустоты пространстве-времени быть не должно – она губельна, пространство-время должно быть заполненным. Ниже будет показано, к чему ведет незаполненность пространства – к гибели, т.е. к исчезновению пространства.

1. Заполненное пространство и абсолютное движение

За разъяснением обратимся к великому геометру XX века А.Д. Александрову [2]. По образованию он физик, ученик В.А. Фока, и много внимания уделял основам специальной теории относительности (СТО).

В 1959 году А.Д. Александров сделал уникальное открытие в теории относительности, которое было высказано и опубликовано в малозаметном для физиков сборнике:

Теория относительности как теория абсолютного пространства-времени // Философские вопросы современной физики. М., 1959.

Речь идет о существовании *абсолютного движения* относительно электромагнитного поля, *заполняющего пространство Вселенной* [3].

В те годы (да, пожалуй, и поныне) самой распространенной точкой зрения на (специальную) теорию относительности была релятивистская точка зрения, «берущая всякое явление, и в частности пространственно-временные отношения и свойства, лишь в отношении к той или иной системе отсчета, так что для нее любое движение только относительно» [4, с. 108].

Иначе говоря, все физики в 1950-60-е годы **считали любое движение относительным**, а ньютоновские представления об абсолютной скорости, абсолютном движении устаревшими.

¹Ф.М. Достоевский, «Двойник», 1846 г.

А.Д. Александров иначе посмотрел на сущность СТО. Он писал, что есть и другая точка зрения, «исходящая от Минковского и принимающая за основание само пространство-время, сами процессы в их собственной пространственно-временной, четырехмерной форме, так что для нее отнесение явлений к той или иной системе отсчета есть нечто вторичное. Движение же тела понимается как способ его существования – его четырехмерная, пространственно-временная траектория – и поэтому тоже является *абсолютным* (курсив мой – А.Г.). Только «проекции» его в разных системах отсчета относительны» [4, с. 108-109].

Ниже мы приводим рассуждения А.Д. Александрова, которые доводят мысль Минковского до того, чтобы обнаружить абсолютное движение. Причем, если у Минковского пространство не пусто, то А.Д. Александров разъясняет, почему оно не пусто!

В физике абсолютное движение объекта описывается его измерениями в системе отсчета, которая предпочтительнее других систем.

У Ньютона предпочтительная система отсчета – это абсолютное пространство. В СТО все допустимые (инерциальные) системы отсчета равноправны. Значит, нет абсолютного движения.

Но в СТО есть *абсолютное пространство-время*. Не стоит ли, имея это в виду, поискать предпочтительную систему отсчета?

Александров А.Д. – великий геометр, он всё знает о пространствах, и он сходу угадывает эту систему отсчета: «Пространство (пространство-время) не пусто, оно заполнено излучением и другими полями, и только поэтому возможно суждение о движении» [4, с. 110].

Итак, пространство заполнено излучением, и поэтому мы фиксируем движение.

Во-первых, почему он говорит об электромагнитном излучении? Указывая на ошибку Эйнштейна, обсуждавшего относительное вращения двух тел относительно оси, проходящей через центр тяжести, А.Д. Александров говорит, что тот «упускает из вида, что само суждение о вращении одного тела относительно другого возможно лишь тогда, когда между телами есть материальная связь. Наблюдатель на одном теле видит другое тело потому, что есть свет. Таким образом, предполагается наличие излучения» [4, с. 110, Примечание 11].

А, во-вторых, почему заполнено? А.Д. Александров поясняет свое открытие, говоря, что движение двух тел относительно друг друга в абсолютно пустом пространстве бессмысленно, поскольку в абсолютно пустом пространстве невозможно различить разные места. «Когда говорят о пустом пространстве, то мысленно представляют, что в нем есть разные места, что оно состоит из точек. Но что значит: данная точка А и другая точка В, если эти точки ничем, буквально ничем не различаются? Следовательно, само «пустое пространство» есть не более как абстрактный образ «заполненного пространства», в представлении о котором удерживается лишь то, что точки в нем как-то различаются. Это различие и есть *след материи* (курсив мой – А.Г.), а если и он исчез, то точки перестают различаться, понятие о точках А и В пропадает, а вместе с ним исчезает и само пространство» [4, с. 110].

И, наконец, в-третьих, что это за излучение, которое заполняет пространство, является привелигированной системой отсчета, относительно которого фиксируется абсолютное движение?

Теперь все знают, что речь идет реликтовом микроволновом излучении, образующем электромагнитный фон Вселенной! Его открыли в 1965 году А. Пензиас и Р. Уилсон.

А.Д. Александров поведал о его существовании в 1959 году! Но рассказал об этом лишь философам, напечатал там, куда физики не заглядывают. А прочли бы, и в СССР сделали бы то, за что другие за рубежом получили нобелевскую премию.

2. Переход к неклассической логике

Итак, пространство-время Минковского должно быть заполнено излучением, т.е. $F_{ik} \neq 0$. Но при переходе к ОТО для него должно, тем не менее, выполняться равенство

$$T_{ik}^{\text{эл.}} = 0. \quad (6)$$

Как можно разрешить это противоречие? Первое, что приходит в голову – использовать *частицы-призраки*.

2.1. Классические призраки

Призраки (ghosts) – это частицы в пространстве-времени Минковского, для которых тензор энергии-импульса равен нулю. Известно, что существуют призраки, описываемые уравнением Дирака (см. список литературы в [5], [6]). Следовательно, пространство может быть заполнено, например безмассовым нейтринным полем.

Однако, и Минковский и А.Д. Александров особо выделили электромагнитные поля. Плоские электромагнитные волны (излучение) не являются фотонными призраками. Кроме того, автору неизвестны работы, написанные в течение последних 40 лет исследований, в которых найдены были бы фотонные призраки. Похоже на то, что наша надежда на разрешение рассматриваемого противоречия с помощью призраков не оправдывается.

Но противоречия – это то, что изучает наука логика. Поэтому ниже предлагается математическая конструкция получения фотонных призраков за счет поиска подходящей логики. Мы найдем нужные призраки, но расплата за это – *отказ* от классической двужначной логики.

2.2. Интуиционистские фотонные призраки

Как известно, плоская монохроматическая электромагнитная волна описывается волновым уравнением

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \Delta \vec{A}$$

и имеет, например, следующий вид

$$\vec{A} = \vec{A}_0 e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)}.$$

Электрическая и магнитная напряженности волны равны

$$\vec{E} = i|\vec{k}|\vec{A}, \quad \vec{H} = i[\vec{k} \times \vec{A}]. \quad (7)$$

Для тензора энергии-импульса волны имеем

$$T^{ij} = \frac{c^2}{4\pi\omega^2} \vec{E}^2 k^i k^j. \quad (8)$$

Из приведенных ранее формул видно, что в случае электромагнитных волн можно потенциал умножить на любую константу d , т.е. вместе с \vec{A} рассматривать потенциал $d\vec{A}$. Иначе говоря, допустимы преобразования

$$\begin{aligned} \vec{A} &\rightarrow \vec{A}' = d\vec{A}, \\ \vec{E} &\rightarrow \vec{E}' = d\vec{E}. \end{aligned}$$

Тогда

$$T^{ij} = \frac{c^2}{4\pi\omega^2} \vec{E}^2 k^i k^j \rightarrow (T')^{ij} = d^2 \frac{c^2}{4\pi\omega^2} \vec{E}^2 k^i k^j. \quad (9)$$

Если теперь допустить, что число d является так называемым *инфинитозималом* (бесконечно малым), для которого $d^2 = 0$, то такая рассматриваемая электромагнитная волна является фотонным призраком, поскольку для нее, как видно из (8), (9), $T_{ik} \equiv 0$.

Но появления фотонных призраков стало возможным в силу того, что мы вышли за пределы поля вещественных чисел \mathbb{R} , добавив к нему инфинитозималы $D = \{d : d^2 = 0\}$, и стали рассматривать вместо поля \mathbb{R} коммутативное кольцо $R = \mathbb{R} \cup D$.

Каким должно быть кольцо R для того, чтобы построить над R аналог дифференциального и интегрального анализа показано в [7]. В этой книге, а также на русском языке в [5], приводится полный список аксиом, которым должно удовлетворять кольцо R . Главной из них является аксиома Кока-Ловера, гласящая, что *все* функции $f : R \rightarrow R$ должны быть дифференцируемыми.

Именно эта аксиома влечет неклассичность логики получаемого нового *гладкого инфинитозимального анализа Кока-Ловера*. Нарушается логический закон исключенного третьего: нельзя рассуждать от противного, всегда значений истинности больше двух и т.д.

В результате каждый элемент $x \in R$ появляется в множестве вариантов, в стадиях (сценах) ℓA , как артист на разных сценах.

Для практического применения анализа Кока-Ловера необходимо построить его интерпретации (модели), в которых работает обычный классический математический анализ. Наиболее удачное изложение таких моделей дано в [8].

В одной из таких моделей, или при интерпретации в *monose*

$$\mathbf{Sets}^{\mathbf{L}^{op}},$$

где \mathbf{Sets} – категория множеств Кантора, а \mathbf{L}^{op} – категория конечно порожденных гладких C^∞ -колец. Вещественные числа, входящие в R , в стадиях $\ell A = \ell C^\infty(\mathbb{R}^n)/I$, где I – конечно порожденный идеал, интерпретируются как классы эквивалентности $f(a) \bmod I$, где $f(a) \in C^\infty(\mathbb{R}^n)$, а инфинитозималы $d \in D$ в стадии ℓA интерпретируются как классы эквивалентности функций $d(a) \bmod I$ таких, что $[d(a)]^2 \in I$.

При интерпретации, естественно, уравнения Эйнштейна представляются как бесконечное множество уравнений Эйнштейна (см. [9]), приобретающих соответствующий вид для каждой стадии

$$R_{ik}(\ell A) - \frac{1}{2}g_{ik}(\ell A)R(\ell A) = \varkappa T_{ij}(\ell A) \bmod I, \quad (10)$$

$$\ell A \in \mathbf{L}^{op}.$$

Физическая реальность R^4 , подчиняющаяся интуиционистской логике, распадается на классические пространства-времена разной размерности (гиперпространства) $R^4_{\ell A}$, зависящие от стадий ℓA (см. рис.1):

$$R^4 = \sum_{\ell A \in \mathbf{L}} R^4_{\ell A} = \mathbb{R}^4 + \sum_{\ell A \in \mathbf{L}, \ell A \neq \mathbf{1}} R^4_{\ell A}.$$

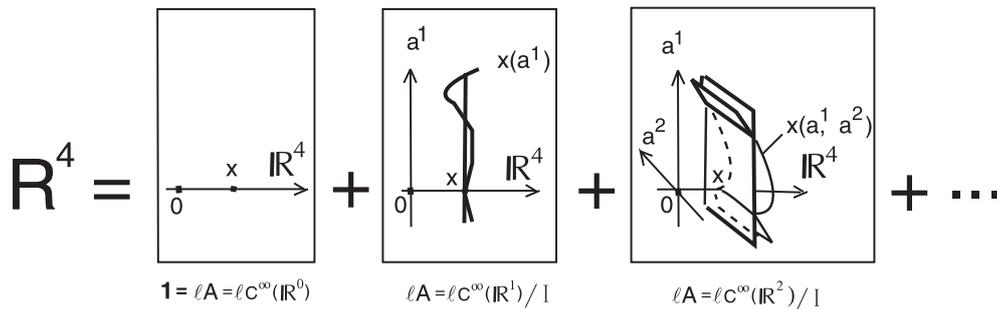


Рис. 1. Физическая (виртуальная) реальность \mathbf{R}^4 как сумма многомерных гиперпространств (сред) $\langle R^4_{\ell A}, g^{(4)}(\ell A) \rangle \equiv \langle \mathbb{R}^{4+m}, g^{(4)}(\ell A) \rangle$, соответствующих различному осознанию («вычислению») реальности и расслоенных на параллельные 4-мерные вселенные [5].

Инфинитозимал d в стадии $\mathbf{1} = \ell C^\infty(\mathbb{R})/(a)$, где (a) – идеал, состоящий из функций вида $g(a)a$, $g \in C^\infty(\mathbb{R})$, – это константа $d(a) = 0 \in \mathbb{R}$.

А вот инфинитозималы d в стадии $\ell A = \ell C^\infty(\mathbb{R})/(a^2)$, где (a^2) – идеал, состоящий из функций вида $g(a)a^2$, $g \in C^\infty(\mathbb{R})$, – это гладкие функции вида $d(a) = a \in \mathbb{R}$.

Следовательно, в стадиях **1** и $\ell A = \ell C^\infty(\mathbb{R})/(a^2)$ тензор энергии-импульса фотонного признака равен соответственно

$$(T)^{ij}(a) = 0 \quad (11)$$

и

$$(T)^{ij}(a) = a^2 \frac{c^2}{4\pi\omega^2} \mathbf{E}(\vec{\mathbf{a}})^2 k^i(a)k^j(a) \equiv 0 \text{ mod}(a^2). \quad (12)$$

Поэтому, уравнения Эйнштейна в стадиях **1** и $\ell A = \ell C^\infty(\mathbb{R})/(a^2)$ имеют вид

$$R_{ik}(0) - \frac{1}{2}g_{ik}(0)R(0) = 0 \quad (13)$$

и

$$R_{ik}(a) - \frac{1}{2}g_{ik}(a)R(a) = \varkappa T^{ij}(a) \equiv 0 \text{ mod}(a^2). \quad (14)$$

Появившуюся переменную a интерпретируем как новую 5-ю размерность Гиперпространства, объемлющего 4-х мерное пространство-время

$$\langle R_{\ell A}^4, g^{(4)}(\ell A) \rangle = \langle \mathbb{R}^5, g_{AB}(a) \rangle,$$

состоящего их 4-мерных лоренцевых слоев с метриками

$$g^{(4)}(\ell A) = g^{(4)}(x^0, \dots, x^3, a) = g(a)|_{a=a},$$

$$g_{AB}(a)dx^A dx^B = g_{ik}^{(4)}(x^0, \dots, x^3, a)dx^i dx^k - da^2.$$

Обратим внимание, что в стадии **1** не только тензор энергии-импульса зануляется, а сами уравнения Эйнштейна совпадают с классическими уравнениями Эйнштейна в ОТО. Но и электромагнитная волна исчезает, поскольку ее потенциал $d(a)A(a) = 0A(a) = 0$. Иначе говоря, имеем пустое пространство и нулевой тензор энергии-импульса. Это классический случай.

Однако, инфинитозимальный фотонный призрак dA в стадии $\ell A = \ell C^\infty(\mathbb{R})/(a^2)$ дает пространство-время с заполненным электромагнитным излучением пространством, т.е. с непустым пространством, но также с нулевым тензором энергии-импульса.

Тем самым, противоречие между тем, что принято в ОТО и тем, о чем писали о СТО Минковский и А.Д. Александров разрешается посредством использования более глубокой логики.

3. Смена логики решает парадокс дедушки

Итак, мы решили проблему заполненного пространства, использовав неклассическую, интуиционистскую логику.

Но если мы обратились к новой логике, то естественно убедиться, что она дает решение и других проблем ОТО и космологии.

И это во многом наблюдается.

Во-первых, интуиционистская логика приводит к множественности миров, приводит к мультиверсу. Пожалуй, наиболее изящно это показал Соул Крипке, построив семантику формальной интуиционистской теории, обратившись к мирам Лейбница [10]. Другой путь к мультиверсу – это многомировая интерпретация квантовой механики Хью Эверетта.

Во-вторых, как известно, ОТО указывает на возможность построения машина времени. Эту возможность найдена великим логиком Куртом Гёделем, жившим в Принстоне по соседству с Эйнштейном. Но при этом необходимо признать *абсолютность пространства-времени*, т.е. его физическую реальность. Признав, мы можем заявить, что прошлое столь же реально, как и настоящее. Следовательно, туда, в Прошлое, можно попасть. Но препятствует такому путешествию неразрешимость в классической логике парадокса дедушки. Путешественник в прошлое может убить дедушку до того, как он познакомится с бабушкой. Но тогда его самого не должно быть и т.д.

А.Д. Александров понимая это, очень прозорливо заявил, что пространство-время в ОТО *не совсем абсолютно* [4, с. 103]. И тем самым, убить дедушку можно..., но, вопрос, твой ли это дедушка?

Иначе, говоря, кроме возможностей «убил» или «не убил» имеются и другие достаточно гуманные возможности (модальности) – «промахнулся», «ранил», «не узнал», «не успел», «разминулся» и пр., которые предполагают намного более сложные отношения людей и окружающей их среды, предполагают, что надо обратиться к *модальной логике*, если мы пытаемся разобраться с логикой работы машины времени.

Полезно напомнить, что в квантовой механике есть высказывания, которые, по сути дела, содержат слово «вероятно». Логика таких высказываний также не является классической, это модальная логика. И обращение к существующим моделям квантовых машин времени [11], в случае проведения мысленных экспериментов, подтверждает отсутствие парадоксов при прохождении временных петель.

Множественные миры $R_{\mathcal{L}A}^4$ – это параллельные миры, которые могут иметь очень близкие свойства, поскольку все отличия контролируются гладкими функциями. Поэтому дедушки не единственны и вполне неотличимы... Выразимся так: прошлое нечётко, многовариантно, и в этом смысле не является абсолютно неизменным.

Думая об этом, Фикатчек писал:

Мы должны понимать, что совершенно необходимой предпосылкой этого парадокса является то, что прошлое остается абсолютно неизменным навсегда, ожидая нашего путешественника во времени. Поэтому почти 14-миллиардная история всей Вселенной должна где-то храниться и фиксироваться до квантового уровня. Более того, это прошлое должно существовать без малейших изменений и в то же время быть полностью гибким, реагируя на действия путешественников во времени [12].

Как видим, смена логики, отказ от двузначности, разрешает не только противоречия между ОТО и заявлениями Минковского и А.Д. Александрова, но и парадокс дедушки, а также служит основанием для перехода к мультиверсу.

Но... но расплывшееся прошлое, обязанное новой логике, делает усилия космологов по установлению прошлого Вселенной в достаточной мере бессмысленными, хотя жизнь людей, и, в частности путешественников в Прошлое, становится более закономерной.

Список литературы

1. Минковский Г. Пространство и время / В кн.: Принцип относительности. М.: Атомиздат, 1979.
2. Гуц А.К. А.Д. Александров как физик: открытие нового типа связи тел. *Математические структуры и моделирование*. 2022. № 2 (62). С. 29–48.
3. Фурмаков Е.В. Аберация гравитации и вращение небесных тел / *Академик Александр Данилович Александров. Воспоминания. Публикации. Материалы*. М.: Наука, 2002. С. 203–205.
4. Александров А.Д. Пространство и время в современной физике. *Проблемы науки и позиция ученого*. Л.: Наука, 1988.
5. Гуц А.К. *Время. Машина времени. Параллельные вселенные*. М.: УРСС, 2019. 376 с.
6. Гуц А.К. Частицы-призраки, сцепленность исторических эпох и машина времени. *Математические структуры и моделирование*. 2020. №3 (55). С. 12–21.
7. Kock A. *Synthetic Differential Geometry*. Cambridge University Press, 1981.
8. Moerdijk I., Reyes G.E. *Models for Smooth Infinitesimal Analysis*. Springer-Verlag, 1991.
9. Гуц А.К. Общая теория относительности, основанная на интуиционистской логике. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2018. № 4. С. 70–91.
10. Гуц А.К. *Математическая логика и теория алгоритмов*. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2016. 128 с.

11. Гуц А.К. Квантовая машина времени. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2019. № 3. С. 20–44.
12. Fikatchek J. The Solution of the Grandfather Paradox: Why the Past Does not Wait for Us. https://www.academia.edu/16299369/The_Solution_of_the_Grandfather_Paradox_Why_the_Past_Does_not_Wait_for_Us.htm (дата обращения 7.11.2022).

References

1. Minkovsky H. Space and time. (The principle of relativity). Moscow, Atomizdat Publ., 1979. (In Russian)
2. Guts A.K. A.D. Alexandrov as physicist: discovery of a new type body connection. *Matematicheskie strukturi i modelirovanie*. 2022, no. 2 (62), pp. 29–48. (In Russian)
3. Furmakov E.V. Aberration of Gravity and Rotation of Celestial Bodies. *Academician Alexander Danilovich Alexandrov. Memories. Publications. Materials*. Moscow, Nauka publ., 2002. Pp. 203–205. (In Russian)
4. Alexandrov A.D. Prostranstvo i vremya v sovremennoy fizike. *Problems of science and attitude scientist*. Leningrad, Nauka publ, 1988. (In Russian)
5. Guts A.K. *Time. Time machine. Parallel Universes*. Moscow, URSS, 2019. 376 p. (In Russian)
6. Guts A.K. Ghost Particles, Entanglement of Historical Epochs and Time Machine. *Matematicheskie strukturi i modelirovanie*. 2020, no. 3 (55), pp. 12–21. (In Russian)
7. Kock A. *Synthetic Differential Geometry*. Cambridge University Press, 1981.
8. Moerdijk I, Reyes G.E. *Models for Smooth Infinitesimal Analysis*. Springer-Verlag, 1991.
9. Guts A.K. General Relativity and intuitionistic Logic. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2018, no. 4, pp. 70–91. (In Russian)
10. Guts A.K. *Mathematical Logic and Algorithms Theory*. Moscow, LIBROKOM publ., 2016. 128 p. (In Russian)
11. Guts A.K. Quantum time machine. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2019. no. 3, pp. 20–44. (In Russian)
12. Fikatchek J. The Solution of the Grandfather Paradox: Why the Past Does not Wait for Us. https://www.academia.edu/16299369/The_Solution_of_the_Grandfather_Paradox_Why_the_Past_Does_not_Wait_for_Us.htm (accessed 7.11.2022).

Авторы

Гуц Александр Константинович, д. ф.-м. н., профессор, лаборатория геоэкологии и природных процессов, ФИЦ «Федеральный субтропический научный центр Российской академии наук», ул. Фабрициуса, 2/28, г. Сочи, 354002, Россия.

E-mail: aguts@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Гуц А. К. Заполненное пространство, логика и парадокс дедушки. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2023. № 2. С. 28–35.

Authors

Guts Alexander Konstantinovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Federal Research Centre the Subtropical Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, Fabritsius st., 2/28, Sochi, 354002, Russia.

E-mail: aguts@mail.ru

Please cite this article in English as:

Guts A. K. Filled space, logic and grandfather's paradox. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2023, no. 2, pp. 28–35.