

УДК 5530.12+531.51+517.944+519.713+514.774+519.711.3+551.5.001.57+517.957

© Самигуллина А. Р., 2023

ОСОБЕННОСТИ ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ В ПОЛНОЙ МОДЕЛИ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ЭВОЛЮЦИИ НА ОСНОВЕ КЛАССИЧЕСКОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ С ХИГГСОВЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ*Самигуллина А. Р.^{a,1}^a Казанский федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия

Проведено исследование и компьютерное моделирование полной модели космологической эволюции классического скалярного поля с Хиггсовым потенциалом без предположения о неотрицательности постоянной Хаббла. Показано, что в большинстве случаев начальных условий космологическая модель переходит из стадии расширения на стадию сжатия. Таким образом, космологические модели, основанные на классическом поле Хиггса неустойчивы по отношению к конечным возмущениям.

Ключевые слова: космологические модели, поля Хиггса, гиперповерхность Эйнштейна-Хиггса, глобальное поведение.

FEATURES OF PHASE TRAJECTORIES IN THE COMPLETE MODEL OF COSMOLOGICAL EVOLUTION BASED ON CLASSICAL SCALAR FIELD WITH HIGGS POTENTIALSamigullina A. R.^{a,1}^a Kazan Federal University, Kazan, 420008, Russia

A study and computer simulation of the complete model of the cosmological evolution of the classical scalar field with the Higgs potential is carried out without the assumption of the non-negativity of the Hubble constant. It is shown that in most cases of initial conditions the cosmological model passes from the expansion stage to the contraction stage. Thus, cosmological models based on the classical Higgs field are unstable with respect to finite perturbations.

Keywords: cosmological models, Higgs fields, Einstein-Higgs hypersurface, global behavior.

PACS: 04.20.Cv, 98.80.Cq, 96.50.S 52.27.Ny

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2023.1.97-100

В [1] были сформулированы основные математические соотношения космологической модели, основанной на классическом скалярном Хиггсовом поле. Это, во-первых, нормальная автономная система дифференциальных уравнений

$$\Phi' = Z, \quad (1)$$

$$Z' = -3hZ - e\Phi + \alpha_m \Phi^3, \quad (2)$$

$$h' = -3h^2 - \frac{e\Phi^2}{2} - \frac{\alpha_m \Phi^4}{4} + \lambda_m, \quad (3)$$

где производные берутся по времени $\tau = mt$ в комптоновских единицах, $\lambda_m = \lambda_0 - m^4/4\alpha_m$, остальные обозначения см. в [2].

*The work is carried out in accordance with the Strategic Academic Leadership Program "Priority 2030" of the Kazan Federal University of the Government of the Russian Federation.

¹E-mail: alsu_sam@mail.ru

Во-вторых, это - уравнение гиперповерхности Эйнштейна - Хиггса, являющееся, по сути, уравнением Эйнштейна $\frac{4}{4}$, с другой стороны - первым интегралом динамической системы (1) - (3):

$$3h^2 - \frac{Z^2}{2} - \frac{e\Phi^2}{2} + \frac{\alpha_m\Phi^4}{4} - \lambda_m = 0. \quad (4)$$

В третьих, это - соотношения для физических характеристик космологической модели: инвариантного космологического ускорения

$$\Omega \equiv \frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} \equiv 1 + \frac{\dot{H}^2}{H}, \quad (5)$$

инвариантной кривизны пространства Фридмана

$$\sigma \equiv \sqrt{R_{ijkl}R^{ijkl}} = H^2\sqrt{6(1+\Omega^2)} \equiv \sqrt{6}\sqrt{H^4 + (H^2 + \dot{H})^2} \geq 0, \quad (6)$$

эффективной энергии динамической системы

$$\mathcal{E}_m(\Phi, Z) = \frac{Z^2}{2} + \frac{e\Phi^2}{2} - \frac{\alpha_m\Phi^4}{4} + \lambda_m \geq 0. \quad (7)$$

Наконец, в-четвертых, это некоторые дифференциальные соотношения между динамическими переменными, являющиеся следствием полной системы уравнений Эйнштейна и скалярного поля Хиггса, в частности, эквивалентная форма уравнения (5)

$$h' = -\frac{Z^2}{2} (\leq 0), \quad (8)$$

согласно которому в космологической модели с классическим скалярным полем Хиггса постоянная Хаббла не может возрастать со временем.

Переходя к численному моделированию исследуемой динамической системы, заметим, во-первых, что некоторые существенные особенности поведения этой системы уже были выявлены на основе численного моделирования в работе [3]. Следуя этой работе, динамическую систему (1) - (3) будем определять упорядоченным списком трех безразмерных параметров $P = [e, \alpha_m, \lambda_m]$ и упорядоченным списком начальных условий $I = [\Phi_0, Z_0, \varepsilon]$, где $\varepsilon = \pm 1$, причем значению $\varepsilon = +1$ соответствует фаза расширения в начальный момент времени t_0 , значению $\varepsilon = -1$ - фаза сжатия в этот момент времени. Согласно сказанному выше, начальное значение постоянной Хаббла определяется уравнением Эйнштейна (4), из которого имеем:

$$h_0 = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z_0^2}{2} + \frac{e\Phi_0^2}{2} - \frac{\alpha_m\Phi_0^4}{4} + \lambda_m} \equiv \frac{\varepsilon}{3} \sqrt{\mathcal{E}_m^0}. \quad (9)$$

Во-вторых, заметим [3], что динамическая система (1) - (3) является автономной системой обыкновенных дифференциальных уравнений, явно не зависящих от временной переменной, вследствие чего инвариантна по отношению к трансляции $t \rightarrow t_0 + t$. Поэтому в качестве начального момента времени при формировании начальных условий может быть выбрано любое значение t_0 . Мы положим это значение, равным нулю. При этом мы вправе рассматривать и состояния динамической системы при отрицательных временах $t_0 < 0$.

В заключение перечислим основные результаты статьи.

- Космологические модели с классическим Хиггсовым полем в широком диапазоне фундаментальных параметров и начальных условий обнаруживают тенденцию переходить из режима расширения ($H > 0$) в режим сжатия ($H < 0$);
- При этом имеются два режима скатывания $H_+ \rightarrow H_-$ в зависимости от геометрии гиперповерхности Эйнштейна, точнее говоря, от направления ее главной оси;

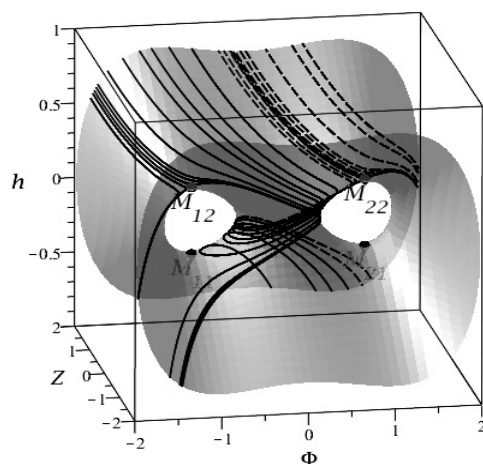


Рис. 1. Фазовые траектории динамической системы (1)-(3) для параметров $P = [1, 1, -0.1]$ на гиперповерхности Эйнштейна-Хиггса, начальные условия: $\Phi(0) = [-1.5, -1.47, -1.45, -1.425, -1.4, -1.25, -1, -0.7, -0.5, -0.25, -0.0001]$ - сплошные линии, $\Phi(0) = [0.0001, 0.25, 0.3, 0.35, 0.36, 0.38, 0.4, 0.45, 0.5, 0.7, 1, 1.5]$ - пунктирные линии. Всюду $Z(0) = 1, h(0) = h_+$

- Обычно используемые в стандартной космологии постоянные решения $\Phi = Const$ соответствуют устойчивым особым точкам (притягивающим фокусам). Однако, при небольшом конечном отклонении от особой точки решение скатывается к неограниченному сжатию.
- Таким образом, можно констатировать, что решения, используемые в стандартных сценариях, составляют малый по сравнению с общим фазовый поток, т.е., вероятность таких решений мала.

Список литературы

1. Ignat'ev Yu.G., Samigullina A.R. *Russian Physics Journal*, 2021, vol. 64, no. 3.
2. Игнат'ев Ю.Г., Самигуллина А.Р. *Изв. ВУЗов, Физика*. 2021. Т. 64, № 5.
3. Ignat'ev Yu.G., Ignatyev D.Yu. *Grav. and Cosmol.*, 2020, 26, 29.

References

1. Ignat'ev Yu.G., Samigullina A.R. *Russian Physics Journal*, 2021, vol. 64, no. 3.
2. Ignat'ev Yu.G., Samigullina A.R. *Russian Physics Journal*, 2021, vol. 64, no. 5.
3. Ignat'ev Yu.G., Ignatyev D.Yu. *Grav. and Cosmol.*, 2020, 26, 29.

Авторы

Самигуллина Алсу Ринатовна, магистр, младший научный сотрудник, Казанский федеральный университет, ул. Кремлевская, д. 16а, ауд. 1105 г. Казань, 420008, Россия.

E-mail: alsu_sam@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Самигуллина А. Р. Особенности фазовых траекторий в полной модели космологической эволюции на основе классического скалярного поля с Хиггсовым потенциалом. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2023. № 1. С. 97–100.

Authors

Samigullina Alsu Rinatovna, magister, associate researcher, Kazan Federal University, Kremlin st., 16a, Kazan, 420008, Russia.

E-mail: alsu_sam@mail.ru

Please cite this article in English as:

Samigullina A. R. Features of phase trajectories in the complete model of cosmological evolution based on classical scalar field with Higgs potential. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2023, no. 1, pp. 97–100.