

УДК 530.12, 531.51

© Манучарян Г. Д., 2023

**О ВОЗМОЖНОСТИ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ РЕЛИКТОВЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЯХ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФЛЯЦИИ СО СКАЛЯРОМ ГАУССА-БОННЕ**Манучарян Г. Д.<sup>a,b,c,1</sup><sup>a</sup> МИ по КК ФНС России, г. Москва, 115054, Россия<sup>b</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, 105005, Россия<sup>c</sup> ГАИШ МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва, 119234, Россия

В данной работе рассмотрено новое точное решение уравнений космологической динамики в рамках ОТО, показано, что его можно расширить на случай ЭГБ гравитации. Также оценена плотность энергии реликтовых гравитационных волн, дана оценка возможности их регистрации на детекторах LIGO, LISA, DECIGO.

*Ключевые слова:* скалярное поле, гравитация Эйнштейна, скаляр Гаусса - Бонне, гравитационные волны.

**ON THE POSSIBILITY OF DETECTING RELIC GRAVITATIONAL WAVES IN DIFFERENT MODELS OF COSMOLOGICAL INFLATION WITH GAUSS-BONNET SCALAR**Manucharyan G. D.<sup>a,b,c,1</sup><sup>a</sup> Interregional inspectorate for cameral control of the Federal Tax Service of Russia, Moscow, 115054, Russia<sup>b</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia<sup>c</sup> Sternberg Astronomical Institute, Moscow, 119234, Russia

In this paper a new exact solution of the equations of cosmological dynamics in the framework of GR is considered and it is shown that it can be extended to the case of EGB gravity. Also the energy density of relic gravitational waves is estimated, the possibility of their registration on the detectors LIGO, LISA, DECIGO.

*Keywords:* scalar field, Einstein gravity, Gauss-Bonnet scalar, gravitational waves.

PACS: 04.50.-h

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2023.1.91-96

**Введение**

Инфляционная гипотеза формирования наблюдаемой Вселенной в настоящий момент является наиболее общепризнанной. Первые инфляционные модели были сконструированы на основе ОТО и некоего скалярного (инфлатонного) поля, квантовые флуктуации которого привели к образованию видимой структуры Вселенной. В дальнейшем рассматривались модифицированные теории гравитации, включающие члены кривизны высших порядков. Указанные члены трактуются как низкоэнергетические поправки к струнной теории или модели супергравитации, среди которых можно отметить скаляр Гаусса - Бонне, появляющийся при рассмотрении поправок в теории гетеротических струн или же гравитации Лавлока (обзор на различные модели на основе ЭГБ

<sup>1</sup>E-mail: gevorgbek.manucharyan@gmail.com

гравитации представлен, например, в работе [1]). Скаляр Гаусса - Бонне влияет на космологическую динамику в четырехмерном пространстве при неминимальной связи со скалярным полем, что в свою очередь приводит к изменению характеристик космологических возмущений, в том числе скорости распространения реликтовых гравитационных волн. Последние являются особым предметом интереса после удачного детектирования гравитационных волн от слияния двойной системы детекторами коллаборации LIGO. Целью настоящей работы является обсуждение особого вида временной эволюции инфлатонного поля в гравитациях Эйнштейна и Эйнштейна - Гаусса - Бонне со слабой связью скалярного поля и скаляра Гаусса - Бонне, верификация данной модели по наблюдательным ограничениям, оценка частоты обрезания реликтовых гравитационных волн, а также оценка возможности детектирования данных волн на гравитационно - волновых детекторах LIGO, LISA, DECIGO.

## 1. Рассматриваемые модели

В рамках ОТО с действием Эйнштейна - Гильберта

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{2} R - g^{\mu\nu} \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right]. \quad (1.1)$$

уравнения космологической динамики записываются в виде [2]

$$V(\phi) = 3H^2 + \dot{H}, \quad (1.2)$$

$$\dot{\phi}^2 = -2\dot{H}, \quad (1.3)$$

где  $V(\phi)$  – потенциал скалярного поля  $\phi$ ,  $H = \frac{\dot{a}}{a}$  – параметр Хаббла.

В качестве решения уравнений (1.2)-(1.3) предлагается рассматривать оригинальное решение, полученное путем выбора формы эволюции скалярного поля исходя из необходимости появления стадии повторного ускоренного расширения на больших временах,

$$\phi_E(t) = -2m \left( t - \frac{1}{m} \right) e^{-bt} + \phi_0, \quad (1.4)$$

где  $\phi_0$  – значение скалярного поля в начале инфляции,  $m, b$  – константы,  $s$  параметром Хаббла

$$H(t) = \frac{e^{-2bt} A(t)}{2b} + \frac{2b^2 + 2bm + m^2}{2b}, \quad (1.5)$$

где

$$A(t) = 2b^2(mt - 1)^2 - 2bm(mt - 1) + m^2.$$

Форма зависимости потенциала от скалярного поля задается соотношением:

$$V_E(\phi) = -\frac{1}{4b^2} \left( \frac{4b^4 \varphi^2}{W(p\varphi)} + \frac{2b^4 \varphi^2}{W(p\varphi)^2} + 2b^4 \varphi^2 - 3 \left( \frac{b^2 \varphi^2 (2W(p\varphi) + 1)}{-4W(p\varphi)^2} - \frac{1}{2} b^2 (\varphi^2 - 4) + 2bm + m^2 \right)^2 \right), \quad (1.6)$$

где  $p = \frac{be^{b/m}}{2m}$ ,  $\varphi = \phi - \phi_0$ ,  $W$  –  $w$ -функция Ламберта.

Учет неминимального взаимодействия скалярного поля и скаляра Гаусса - Бонне  $R_{GB} = R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$  позволяет записать действие в виде:

$$S_{GB} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{2} R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi_{GB} \partial_\nu \phi_{GB} - V_{GB}(\phi_{GB}) - \frac{1}{2} \xi(\phi_{GB}) R_{GB} \right], \quad (1.7)$$

а уравнения фоновой динамики (1.2)-(1.3) в виде (1.8)-(1.9), которые представляют собой уравнения космологической динамики для случая гравитации Эйнштейна - Гаусса - Бонне:

$$V_{GB}(\phi_{GB}) = 3H_{GB}^2 + \dot{H}_{GB} - 10H_{GB}^3\dot{\xi} - 2H_{GB}^2\ddot{\xi} - 4H_{GB}\dot{H}_{GB}\dot{\xi}, \quad (1.8)$$

$$\frac{1}{2}\dot{\phi}_{GB}^2 = -\dot{H}_{GB} - 2H_{GB}^3\dot{\xi} + 4H_{GB}\dot{H}_{GB}\dot{\xi} + 2H_{GB}^2\ddot{\xi}, \quad (1.9)$$

где  $\xi$  - функция неминимального взаимодействия скалярного поля и скаляра Гаусса - Бонне [1].

В качестве наблюдательных ограничений для моделей, являющихся решением уравнений (1.2)-(1.3) или (1.8)-(1.9) рассматриваются спектр мощности скалярных возмущений  $P_S \simeq 2.1 \times 10^{-9}$ , спектральный индекс скалярных возмущений  $n_S = 0.965 \pm 0.004$  [3], тензорно - скалярное отношение  $r < 0.032$  [4], а также динамические характеристики Вселенной, а именно: число е-фолдов и наличие эпох инфляции и повторного ускоренного расширения.

Стоит отметить, что учет взаимодействия скалярного поля и скаляра Гаусса - Бонне (при слабой неминимальной связи) путем добавления константы неминимальной связи  $\alpha_{GB}$  позволяет верифицировать в рамках гравитации Эйнштейна - Гаусса - Бонне (ЭГБ) ряд моделей, не прошедших верификацию в рамках ОТО.

Уравнения космологической динамики для моделей со слабой связью скалярного поля и скаляра Гаусса - Бонне рассматриваются в виде [1] (1.10)-(1.12), которые являются приближенными решениями уравнений (1.8) - (1.9) (приближение основано на слабой связи скалярного поля и скаляра Гаусса - Бонне, а также приближении медленного скатывания)

$$V_{GB}(\phi_{GB}) = 3H_E^2 + (1 + \alpha_{GB})\dot{H}_E, \quad (1.10)$$

$$\dot{\phi}_{GB}^2 = -2(1 - \alpha_{GB})\dot{H}_E, \quad (1.11)$$

$$\xi_{GB} = \frac{\alpha_{GB}}{4H_E^2(\phi_{GB})} + \xi_0 \quad (1.12)$$

причем в случае минимальной связи ( $\alpha_{GB} = 0$ ) уравнения (1.10)-(1.11) сводятся к виду (1.2)-(1.3).

Отметим, что для модели (1.4) функция неминимальной связи имеет вид:

$$\xi(\phi_{GB}) = \frac{\alpha_{GB}b^2}{(-m^2(2W(p\phi_{GB})(W(p\phi_{GB}) + 1) + 1) \cdot \exp(2W(p\phi_{GB}) - \frac{2b}{m}) + 2b^2 + 2bm + m^2)^2}, \quad (1.13)$$

где  $\varphi_{GB} = \frac{\phi}{\sqrt{1-\alpha_{GB}}} - \phi_0$

В терминах ЭГБ гравитации представленная форма параметра Хаббла (1.5) можно переписать с учетом (1.10)-(1.11) в виде

$$H_{GB} = H_E(1 + \alpha_{GB}\epsilon_E), \quad (1.14)$$

а потенциал скалярного поля записывается как:

$$V_{GB} = V_E - \alpha_{GB}\dot{H}_E, \quad (1.15)$$

Для проверки соответствия модели наблюдательным ограничениям рассматривается следующая связь между характеристиками реликтовых возмущений для случаев гравитации Эйнштейна - Гаусса - Бонне и ОТО:

$$n_{S(GB)} - 1 = -4\epsilon_E + 2\delta_E = n_{S(E)} - 1, \quad (1.16)$$

$$r_{GB} = 16(1 - \alpha_{GB})\epsilon_E = r_E, \quad (1.17)$$

где  $\epsilon$  и  $\delta$  - первый и второй параметры медленного скатывания. Наблюдательные ограничения для модели в свою очередь накладывают ограничения на возможные значения константы неминимальной связи  $\alpha_{GB}$ .

Стоит отметить, что стандартные космологические модели подразумевают непосредственный переход от стадии инфляции с параметром состояния  $w \simeq -1$  к стадии преобладания излучения  $w = 1/3$ . Однако, учет неминимальной связи скалярного поля и скаляра Гаусса - Бонне дает теоретические основания для существования промежуточной стадии преобладания «жесткой энергии» с параметром состояния  $\frac{1}{3} \leq w \leq 1$ , что оказывает существенное влияние на характеристики реликтовых гравитационных волн [5].

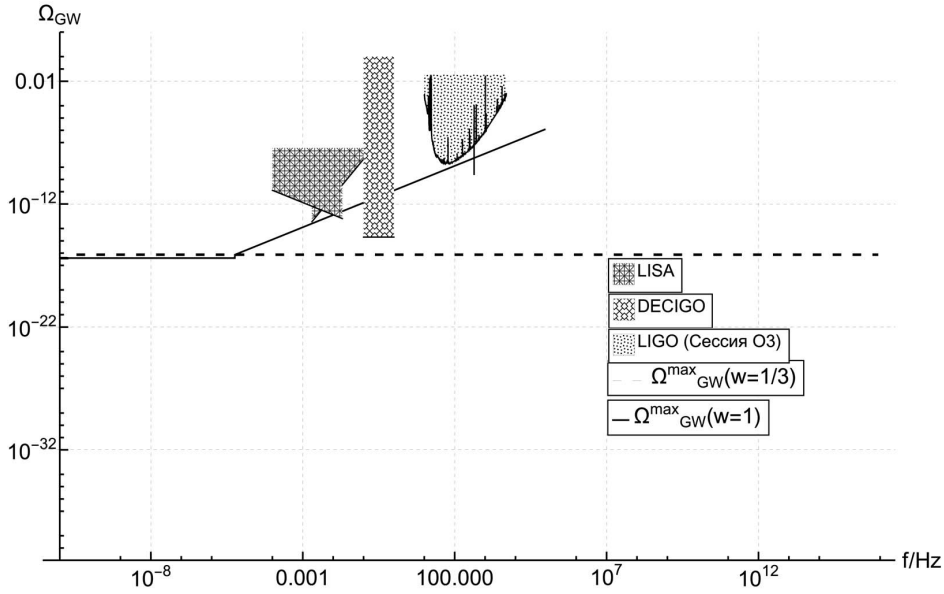
С учетом связи (1.14) можно сказать, что для рассматриваемой модели тензорно - скалярное отношение не зависит от констант модели. Таким образом установлено, что рассматриваемая модель верифицируема в рамках ЭГБ гравитации по величине тензорно - скалярного отношения, а также наложены ограничения на константу неминимальной связи, а именно  $\alpha_{GB}^{[LW]} \in [-0.5, 0]$ .

## 2. Реликтовые гравитационные волны и возможность их регистрирования

Плотность энергии реликтовых гравитационных волн можно оценить [6] безразмерной величиной

$$\Omega_{GW}(f) \simeq \Omega_{GW}^0(f) \cdot \begin{cases} 1, & f < f_{RD}, \\ 1.27 \cdot \left(\frac{f}{f_{RD}}\right)^{\alpha_s}, & f > f_{RD}, \end{cases} \quad (2.1)$$

где  $\Omega_{GW}^0 = 10^{-15} r/h^2$ ,  $h \simeq 0.69$  - относительная постоянная Хаббла, параметр  $\alpha_s = 2 \left(\frac{3w-1}{3w+1}\right)$ ,



**Рис. 1.** Плотность энергии реликтовых гравитационных волн для предельных значений параметра состояния и чувствительность гравитационно - волновых антенн LISA [7], DECIGO [8] и LIGO [9].

$f_{RD}$  - это частота моды, которая соответствует размеру горизонта в начале эпохи преобладания излучения, в настоящей эпохе. Также можно оценить частоту обрезания спектра реликтового гравитационно - волнового фона с учетом интегрального условия на плотность энергии

$$\int_{f_{bbn}}^{f_{cutoff}} \Omega_{GW}(f) \frac{df}{f} \leq 1.3 \times 10^{-6}, \quad (2.2)$$

где  $f_{bbn} \approx 1.8 \times 10^{-11}$  Гц.

Для рассматриваемой модели соотношения (2.1) и (2.2) позволяют установить максимальную плотность энергии  $\Omega_{GW}^{\max} \simeq 1.16 \times 10^{-6}$  на частоте обрезания  $f_{cutoff} \simeq 91.7$  кГц, а также определить, что величина плотности энергии реликтовых гравитационных волн недостаточно велика для детектирования на установках LIGO, однако попадает в полосу детектирования антенн LISA и DECIGO (рис. 1)

## Заключение

Таким образом, в данной работе рассмотрено решение уравнений космологической динамики в рамках гравитации Эйнштейна - Гаусса - Бонне и ОТО, установлена верифицируемость рассматриваемой модели по величине тензорно - скалярного отношения с учетом экспериментальных результатов, получены ограничения на константу неминимальной связи скалярного поля и скаляра Гаусса - Бонне, получена частота обрезания спектра реликтовых гравитационных волн, которая приблизительно равна 91.7кГц, а также оценена теоретическая плотность энергии реликтовых гравитационных волн для рассматриваемых моделей, с максимальным значением  $\Omega_{\text{GW}}^{\text{max}} \simeq 1.16 \times 10^{-6}$ . Установлено, что их нельзя регистрировать на гравитационной антенне LIGO, однако они попадают в теоретическую полосу детектирования установок DECIGO и LISA.

## Список литературы

1. Fomin I. Gauss–Bonnet term corrections in scalar field cosmology. *Eur. Phys. J. C.*, 2020, vol. 80, no. 12, p. 1–16.
2. Chervon S., Fomin I., Yurov V., Yurov A. *Scalar Field Cosmology. Ser. Found. Natur. Sci. Tech.*, 2019, vol. 13. (WSP, Singapur). <https://doi.org/10.1142/11405>
3. Aghanim N., et al. Planck 2018 results-VI. Cosmological parameters. *Astron. & Astrophys.*, 2020, vol. 641, p. A6.
4. Tristram M., et al. Improved limits on the tensor-to-scalar ratio using BICEP and P l a n c k data. *Phys. Rev. D*, 2022, 105.8, p. 083524.
5. Fomin I.V., Chervon S.V., Morozov A.N., Golyak I.S. Relic gravitational waves in verified inflationary models based on the generalized scalar–tensor gravity. *Eur. Phys. J. C.*, 2022, vol. 82, no. 7, p. 642.
6. Tanin E.H., Tankanen T. Gravitational wave constraints on the observable inflation. *J. Cosm. Astropart. Phys.*, 2021, vol. 2021, no. 01, p. 053.
7. Amaro-Seoane P., et al. Laser interferometer space antenna. *arXiv preprint*. arXiv:1702.00786, 2017
8. Kawamura S., et al. The Japanese space gravitational wave antenna – DECIGO. *Class. Quant. Grav.*, 2006, vol. 23, no. 8, p. S125.
9. Martynov D.V., et al. Sensitivity of the Advanced LIGO detectors at the beginning of gravitational wave astronomy. *Phys. Rev. D.*, 2016, vol. 93, no. 11., p. 112004.

## References

1. Fomin I. Gauss–Bonnet term corrections in scalar field cosmology. *Eur. Phys. J. C.*, 2020, vol. 80, no. 12, p. 1–16.
2. Chervon S., Fomin I., Yurov V., Yurov A. *Scalar Field Cosmology. Ser. Found. Natur. Sci. Tech.*, 2019, vol. 13. (WSP, Singapur). <https://doi.org/10.1142/11405>
3. Aghanim N., et al. Planck 2018 results-VI. Cosmological parameters. *Astron. & Astrophys.*, 2020, vol. 641, p. A6.
4. Tristram M., et al. Improved limits on the tensor-to-scalar ratio using BICEP and P l a n c k data. *Phys. Rev. D*, 2022, 105.8, p. 083524.
5. Fomin I.V., Chervon S.V., Morozov A.N., Golyak I.S. Relic gravitational waves in verified inflationary models based on the generalized scalar–tensor gravity. *Eur. Phys. J. C.*, 2022, vol. 82, no. 7, p. 642.
6. Tanin E.H., Tankanen T. Gravitational wave constraints on the observable inflation. *J. Cosm. Astropart. Phys.*, 2021, vol. 2021, no. 01, p. 053.
7. Amaro-Seoane P., et al. Laser interferometer space antenna. *arXiv preprint*. arXiv:1702.00786, 2017
8. Kawamura S., et al. The Japanese space gravitational wave antenna – DECIGO. *Class. Quant. Grav.*, 2006, vol. 23, no. 8, p. S125.
9. Martynov D.V., et al. Sensitivity of the Advanced LIGO detectors at the beginning of gravitational wave astronomy. *Phys. Rev. D.*, 2016, vol. 93, no. 11., p. 112004.

## Авторы

**Манучарян Геворг Дереникович**, государственный налоговый инспектор, Межрегиональная инспекция Федеральной налоговой службы по камеральному контролю, ул. Большая Пионерская, д. 11, стр. 1, г. Москва, 115054, Россия; ассистент кафедры «Физика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, ул. 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1, г. Москва, 105005, Россия; старший электроник, ГАИШ МГУ им. М.В. Ломоносова, Университетский проспект, д. 13, г. Москва, 119234, Россия.

E-mail: gevorgbek.manucharyan@gmail.com

### Пробьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Манучарян Г. Д. О возможности детектирования реликтовых гравитационных волн в различных моделях космологической инфляции со скаляром Гаусса-Бонне. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2023. № 1. С. 91–96.

## Authors

**Manucharyan Gevorg Derenikovich**, state tax inspector, Interregional Inspectorate of the Federal Tax Service for cameral control, Bolshaya Pionerskaya st. 11/1, Moscow, 115054, Russia; Assistant of Physics department, Bauman Moscow State Technical University, 2-nd Baumanskaya st., 5/1, Moscow, 105005, Russia; Senior technician, Sternberg Astronomical Institute, Moscow State University, Universitetsky pr., 13, Moscow, 119234, Russia.

E-mail: gevorgbek.manucharyan@gmail.com

### Please cite this article in English as:

Manucharyan G. D. On the possibility of detecting relic gravitational waves in different models of cosmological inflation with Gauss-Bonnet scalar. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2023, no. 1, pp. 91–96.