УДК 530.12, 531.51

© Денцель Е.С., Фомин И.В., 2022

## ОБОБЩЕННЫЕ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ В КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ С НЕМИНИМАЛЬНОЙ СВЯЗЬЮ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ И КРУЧЕНИЯ<sup>\*</sup>

Денцель Е. С.<sup>a,1</sup>, Фомин И. В.<sup>a,b,2</sup>

<sup>а</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана,, г. Москва, 105005, Россия.

<sup>b</sup> Ульяновский государственный педагогический университет, г. Ульяновск, 432071, Россия

В работе рассматривается метод построения и анализа моделей космологической инфляции с неминимальной связью скалярного поля и кручения на основе обобщенных точных решений. Показана возможность построения точных космологических решений для различных физических потенциалов скалярного поля и произвольной космологической динамики на основе предложенного подхода. В качестве примера рассмотрена модель космологической инфляции для открытой тахионной струны. Также показано соответствие данной модели современным ограничениям на значения параметров космологических возмущений.

Ключевые слова: телепараллельная гравитация, кручение, скалярные поля, точные решения.

# GENERALIZED EXACT SOLUTIONS IN COSMOLOGICAL MODELS WITH NON-MINIMAL COUPLING OF SCALAR FIELD AND TORSION

Dentsel E. S.<sup>a,1</sup>, Fomin I. V.<sup>a,b,2</sup>

- <sup>a</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia.
- <sup>b</sup> Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk, 432071, Russia.

The paper considers a method for constructing and analyzing models of cosmological inflation with a nonminimal connection between the scalar field and torsion based on generalized exact solutions. The possibility of constructing exact cosmological solutions for various physical potentials of the scalar field and arbitrary cosmological dynamics based on the proposed approach is shown. As an example, a model of cosmological inflation is considered for an open tachyon string. It is also shown that this model corresponds to modern restrictions on the values of the parameters of cosmological perturbations.

Keywords: teleparallel gravity, torsion, scalar fields, exact solutions.

PACS: 04.50.-h DOI: 10.17238/issn2226-8812.2022.3.110-118

## Введение

В настоящее время наиболее последовательным подходом к построению моделей ранней вселенной на основе метрических теорий гравитации является теория космологической инфляции, которая, с одной стороны позволяет устранить проблемы теории Большого Взрыва, с другой – позволяет объяснить механизмы образования вещества, формирования крупномасштабной структуры вселенной, наблюдаемую анизотропию и поляризацию реликтового излучения и многие другие наблюдаемые эффекты [1,12].

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup>Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 22–22–00248.

 $<sup>^{1}\</sup>mathrm{E}\text{-}\mathrm{mail:}$ edentsel@yandex.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>E-mail: ingvor@inbox.ru

Построение актуальных космологических моделей включает в себя как анализ уравнений фоновой динамики, так и анализ эволюции космологических возмущений. Также, наблюдательные ограничения на значения параметров космологических возмущений позволяют определить корректность космологических моделей. В данном случае, важное значение имеет развитие методов построения точных космологических решений в контексте оценки корректности приближенных методов анализа, которые часто используются при построении космологических моделей [1,12].

Также, следует отметить, что некоторые теории гравитации, альтернативные общей теории относительности (ОТО), соответствуют полностью аналогичным космологическим эффектам. Примером такой модификации является телепараллельная гравитация, эквивалентная общей теории относительности (TEGR), в рамках которой скалярная кривизна заменяется кручением [3–5]. Однако модификации ОТО и TEGR, в общем случае, приводят к существенным различиям при верификации космологических моделей по наблюдательным ограничениям на параметры космологических возмущений. Таким образом, различных модификаций ОТО и TEGR, является актуальной задачей в рамках исследований в области современной космологии и теории гравитации [3–5].

Телепараллельная гравитация (TГ), является частным случаем метрико-афинной гравитации, важная особенность которой - использование неримановой геометрии. В отличие от ОТО, в TГ отсутствуют уравнения геодезических линий. Вместо них уравнения сил описывают движение частиц под влиянием гравитации, подобно электромагнетизму, а вместо метрики используются динамические тетрады. Подобно связности Леви-Чивиты, задающей способ естественным образом дифференцировать векторные поля на многообразии Римана, в ТГ используется связность Вейценбёка с кручением и нулевой кривизной [3–5].

В модифицированной телепараллельной гравитации (МТГ) нарушается локальная Лоренцковариантность [6,7], поэтому особый интерес в рамках МТГ представляет изучение космологической инфляции и влиянии этого эффекта на характер эволюции космологических возмущений [8].

В данной работе рассматривается метод построения обобщенных точных решений уравнений космологической динамики в инфляционных моделях с неминимальной связью скалярного поля и кручения. Рассматривается возможность построения точных решений для произвольного потенциала скалярного поля и произвольной динамики ускоренного расширения ранней вселенной. Также рассматривается метод верификации данных моделей космологической инфляции на основе современных наблюдательных ограничений на значения параметров космологических возмущений.

#### 1. Космологические модели с неминимальной связью скалярного поля и кручения

Телепараллельная гравитация является известной модификацией гравитации Эйнштейна, в которой вместо метрики используются тетрады  $e^a_{\mu}$  или компоненты тетрадного поля  $\mathbf{e}_a(x^{\mu})$ .

Тетрады образуют ортогональный координатный базис, для которого  $e^a_\mu e^\nu_a = \delta^\nu_\mu$  и  $e^a_\mu e^\mu_b = \delta^a_b$ . Они связывают пространственно-временную метрику  $g_{\mu\nu}$  и метрику касательного пространства Минковского  $\eta_{ab} = diag(-1, 1, 1, 1)$  следующим образом [5–8]

$$g_{\mu\nu} = e^a_\mu e^b_\nu \eta_{ab}. \tag{1.1}$$

Характерные величины телепараллельной гравитации: скаляр кручения  $T = S_{\rho}^{\ \mu\nu} T^{\rho}_{\ \mu\nu}$ , суперпотенциал  $S_{\rho}^{\ \mu\nu}$  и тензор искажений  $K^{\mu\nu}_{\ \rho}$ , которые задаются в компонентах тетрадного поля [5–8]

$$T^{\rho}_{\ \mu\nu} = e^{\rho}_{a} \left( \partial_{\mu} e^{a}_{\nu} - \partial_{\nu} e^{a}_{\mu} + \omega^{a}_{b\mu} e^{b}_{\nu} - \omega^{a}_{b\nu} e^{b}_{\mu} \right), \tag{1.2}$$

$$S_{\rho}^{\ \mu\nu} = \frac{1}{2} \left( K^{\mu\nu}_{\ \rho} + \delta^{\mu}_{\rho} T^{\theta\nu}_{\ \theta} - \delta^{\nu}_{\rho} T^{\theta\mu}_{\ \theta} \right), \tag{1.3}$$

$$K^{\mu\nu}_{\ \rho} = -\frac{1}{2} \left( T^{\mu\nu}_{\ \rho} - T^{\nu\mu}_{\ \rho} - T^{\ \mu\nu}_{\rho} \right), \tag{1.4}$$

где  $\omega_{b\mu}^a = \Lambda_d^a(x) \partial_\mu \Lambda_b^d(x)$  – спиновая связность,  $\Lambda_d^a(x)$  – локальные преобразования Лоренца.

Для построения и анализа моделей космологической инфляции с неминимальной связью скалярного поля и кручения рассмотрим в системе единиц  $8\pi G = c = 1$  действие следующего вида [8]

$$S = \int d^4x e \left[ f(T,\phi) + \omega(\phi) X \right], \qquad (1.5)$$

где  $f(T, \phi)$  – некоторая произвольная функция скалярного поля  $\phi$  и кручения  $T, \omega(\phi)$  – кинетическая функция,  $X = -\frac{1}{2}\partial_{\mu}\phi\partial^{\mu}\phi$  – кинетическая энергия скалярного поля и  $e = det\left(e^{a}_{\mu}\right) = \sqrt{-g}$ .

Для описания инфляционной динамики в случае пространственно плоской метрики Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ)

$$ds^2 = -dt^2 + a^2 \delta_{ij} dx^i dx^j, \qquad (1.6)$$

где a = a(t) – масштабный фактор, рассматривается следующая тетрада

$$e^a_\mu = diag(1, a, a, a), \tag{1.7}$$

для которой выполняется калибровка Вейценбёка

$$\omega^a_{\ b\mu} = 0. \tag{1.8}$$

В таком случае, уравнения фоновой динамики, соответствующие действию (1.5), записываются следующим образом [8]

$$f(T,\phi) - \omega(\phi)X - 2Tf_{,T} = 0, \tag{1.9}$$

$$f(T,\phi) + \omega(\phi)X - 2Tf_{,T} - 4\dot{H}f_{,T} - 4H\dot{f}_{,T} = 0, \qquad (1.10)$$

$$-\omega_{,\phi}X - 3\omega(\phi)H\dot{\phi} - \omega(\phi)\ddot{\phi} + f_{,\phi} = 0, \qquad (1.11)$$

где  $H=\frac{\dot{a}}{a}$  - параметр Хаббла, кручение  $T=6H^2,\,X=\frac{1}{2}\dot{\phi}^2$  и  $f_{,T}=\frac{\partial f}{\partial T}.$ 

Также отметим, что каноническим скалярным полям соответствует случай  $\omega > 0$ , для фантомных полей  $\omega < 0$ , исходя из возможности следующего переопределения полей  $\varphi = \int \sqrt{\omega(\phi)} d\phi$ . Выбор функции  $f = f(T, \phi)$  определяет вид теории гравитации в рассматриваемых космоло-

В частном случае

гических моделях.

$$f(T,\phi) = -T - V(\phi),$$
 (1.12)

соответствующем телепараллельному эквиваленту общей теории относительности (TEGR), где  $V = V(\phi)$  – потенциал скалярного поля, уравнения космологической динамики (1.9)–(1.11) для  $\omega = 1$  сводятся к случаю космологической инфляции на основе гравитации Эйнштейна

$$3H^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \tag{1.13}$$

$$-3H^2 - 2\dot{H} = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi), \qquad (1.14)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0, \tag{1.15}$$

причем выбор одного из параметров космологической модели полностью определяет остальные фоновые параметры, которые связаны уравнениями (1.13)–(1.15), поскольку из трех данных уравнений независимыми являются только два [12].

В более общем случае, данную функцию можно определить следующим образом

$$f(T,\phi) = -f_1(T) - f_2(T)G(\phi) - V(\phi), \qquad (1.16)$$

где функция  $G = G(\phi)$  определяет неминимальное взаимодействие между скалярным полем и кручением, что соответствует модификации TEGR.

Рассмотрим обобщенные точные решения уравнений (1.9)–(1.11) для функции вида (1.16), которые справедливы для любого вида космологической динамики, то есть для произвольного параметра Хаббла H = H(t).

## 2. Обобщенные точные решения уравнений фоновой динамики

Запишем обобщенные точные решения уравнений (1.9)-(1.11), справедливые для произвольного параметра Хаббла, следующим образом

$$f(T,\phi) = -K\sqrt{T} - G(\phi)\sqrt{T} - V(\phi), \qquad (2.1)$$

$$\omega(\phi) = -\frac{1}{3} \frac{G_{,\phi}}{V(\phi)}, \quad \dot{\phi} = \frac{\sqrt{6}V(\phi)}{G_{,\phi}}, \tag{2.2}$$

где К – некоторая произвольная постоянная.

Корректность решений (2.1)–(2.2) можно проверить прямой подстановкой в уравнения космологической динамики (1.9)-(1.11).

Исходя из вида решений (2.1)–(2.2), отметим, что они не сводятся к случаю TERG, поскольку  $\omega = 0$  и  $\dot{\phi} \to \infty$  для минимальной связи  $G(\phi) = const.$ 

Также отметим, что анализ динамики канонических скалярных полей ( $\omega > 0$ ) на основе данных решений предполагает следующие условия:  $V(\phi) < 0$  и  $G_{,\phi} > 0$  или  $V(\phi) > 0$  и  $G_{,\phi} < 0$ .

В качестве примера рассмотрим первый случай  $V(\phi) < 0$  и  $G_{,\phi} > 0$  в инфляционной модели для открытой тахионной струны с потенциалом скалярного поля [9]

$$V(\phi) = -(s\phi)^2 \ln\left(s^2\phi^2\right), \quad s = const.$$
(2.3)

Также рассмотрим квазидеситтеровскую динамику ускоренного расширения ранней вселенной

$$H(t) = be^{-dt} + g, \qquad a(t) = a_0 \exp\left(gt - \frac{b}{d}e^{-dt}\right),$$
 (2.4)

и эволюцию скалярного поля следующего вида

$$\phi(t) = \sqrt{\frac{8b}{d}} e^{-\frac{d}{2}t},\tag{2.5}$$

где b, d и g – некоторые постоянные.

Для случая минимальной связи (TERG) решения уравнений (1.13)–(1.15) для параметра Хаббла (2.4) и скалярного поля (2.5) соответствуют потенциалу Хиггса

$$V(\phi) = 3\left(\frac{d}{8}\right)^2 \phi^4 + \frac{d}{8}\left(6g - d\right)\phi^2 + 3g^2.$$
(2.6)

Отметим, что космологическая инфляция с минимальной связью скалярного поля и кручения (TERG), аналогично случаю минимальной связи скалярного поля и кривизны (OTO) с потенциалом (2.6) не соответствует наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений [12].

В случае предложенной модификации TEGR, на основе точных решений (2.1)–(2.2) можно рассматривать точные решения для произвольных физических потенциалов скалярного поля, что соответствует различной специфике реализации инфляционного сценария и, соответственно, различным значениям параметров космологических возмущений.

На основе уравнений (2.1)-(2.2) для рассматриваемой модели получим остальные параметры

$$G(\phi) = \frac{\sqrt{6}s^2\phi\ln(s^2\phi^2)}{d} - \frac{\sqrt{6}s^2\phi^2}{d},$$
(2.7)

$$f(T,\phi) = -K\sqrt{T} - \left[\frac{\sqrt{6}s^2\phi\ln(s^2\phi^2)}{d} - \frac{\sqrt{6}s^2\phi^2}{d}\right]\sqrt{T} + s^2\phi^2\ln(s^2\phi^2),$$
(2.8)

$$\omega(\phi) = \frac{8s^2}{d^2} \ln(s^2 \phi^2).$$
(2.9)

Аналогично, на основе выражений (2.1)–(2.2) можно построить точные решения в моделях космологической инфляции с неминимальной связью скалярного поля и кручения для произвольного потенциала  $V(\phi)$ , параметра Хаббла H = H(t) и эволюции скалярного поля  $\phi = \phi(t)$ .

#### 3. Космологические возмущения

Важным критерием корректности моделей космологической инфляции является соответствие параметров космологических возмущений, предсказываемых в данных моделях, ограничениям на их значения, которые следует из наблюдений анизотропии и поляризации реликтового излучения.

Эволюция космологических возмущений для инфляционных моделей с неминимальной связью скалярного поля и кручения на основе действия (1.5) рассматривались ранее в работе [8].

Спектры мощности скалярных  $\mathcal{P}_S$  и тензорных  $\mathcal{P}_T$  возмущений, спектральные индексы скалярных  $n_S$  и тензорных  $n_T$  возмущений, тензорно-скалярное отношение r на пересечении радиуса Хаббла (k = aH) определяются в данных моделях следующим образом [8]

$$\mathcal{P}_S = \frac{H^2}{8\pi^2 Q_S}, \qquad \mathcal{P}_T = \frac{H^2}{2\pi^2 Q_T},$$
(3.1)

$$n_S - 1 = -2\epsilon - \eta + 2\eta_{\mathcal{R}},\tag{3.2}$$

$$n_T = -2\epsilon - \delta_{f_T},\tag{3.3}$$

$$r = \frac{\mathcal{P}_T}{\mathcal{P}_S} = 16(\epsilon - \delta_{f,T}),\tag{3.4}$$

где параметры медленного скатывания

$$\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2}, \quad \delta_{\omega X} = -\frac{\omega X}{2H^2 f_{,T}}, \quad \delta_{f_{,T}} = \frac{\dot{f}_{,T}}{H f_{,T}}, \tag{3.5}$$

$$\delta_{f\dot{H}} = \frac{f_{,TT}\dot{T}}{Hf_{,T}}, \quad \delta_{fX} = \frac{f_{,T\phi}\dot{\phi}}{Hf_{,T}}, \quad \eta_{\mathcal{R}} = \delta_{f,T} \left[ 1 + \frac{\delta_{f,T}}{\delta_{f\dot{H}}} \left( 1 + \frac{\delta_{fX}}{\delta_{\omega X}} \right) \right], \tag{3.6}$$

и функци<br/>и $Q_S=\frac{\omega X}{H^2},\,Q_T=-\frac{1}{2}f_{,T}.$ 

Также отметим, что скорость распространения скалярных  $c_S^2 = 1$  и тензорных возмущений (реликтовых гравитационных волн)  $c_T^2 = 1$  равны скорости света в вакууме [8], что соответствует современным наблюдательным ограничениям на скорость гравитационных волн [10].

Современные наблюдательные ограничения на значения параметров космологических возмущений, согласно наблюдениям спутника PLANCK [11,12]

$$P_S = 2.1 \cdot 10^{-9}, \tag{3.7}$$

$$n_S = 0.9663 \pm 0.004, \tag{3.8}$$

$$r < 0.032.$$
 (3.9)

Для верификации рассматриваемой модели космологической инфляции на основе точных решений (2.3)–(2.9) вначале определим число *e*-фолдов

$$N = \int H(t)dt = -\frac{b}{d}\exp\left(-dt\right) + gt, \qquad (3.10)$$

и обратную зависимость космического времени как функции числа е-фолдов

$$t(N) = \frac{Nd + LambwertW\left[\frac{b}{g}\exp\left(-\frac{Nd}{g}\right)\right]}{dg},$$
(3.11)

где LambwertW - w-функция Ламберта.

Далее, на основе соотношений (3.1)–(3.6) определим параметры космологических возмущений как функции числа *e*-фолдов

$$P_{S} = \frac{(ge^{d \cdot t(N)})^{4} de^{-3d \cdot t(N)}}{64\pi^{2} bs^{2} \left[3\ln(2) + \ln\left(\frac{s^{2} be^{-d \cdot t(N)}}{d}\right)\right]},$$
(3.12)

$$r = \frac{16s^2 b e^{-d \cdot t(N)} d\sqrt{6} \left[ 3\ln(2) + \ln\left(\frac{s^2 b e^{-d \cdot t(N)}}{d}\right) \right]}{\left(be^{-d \cdot t(N)} + g\right) \left[ \sqrt{6}s^2 b e^{-d \cdot t(N)} \left( \ln\left(\frac{s^2 b e^{-d \cdot t(N)}}{d}\right) + 3(\ln(2) - \frac{1}{3}) \right) \right]},$$
(3.13)

$$\begin{split} n_{S} &= \left[ 48s^{2}b \left[ -g\left(d-g\right)e^{-d\cdot t(N)} + \left( \left(-3d+2g\right)e^{-2d\cdot t(N)} + e^{-3d\cdot t(N)}b \right)b \right] \ln^{2} \left(\frac{s^{2}e^{-d\cdot t(N)}}{d}\right) + \\ &+ \left( - \left(d^{2}K\left(d-2g\right)\sqrt{6} + 288\left( \left(\frac{d}{3} - \frac{g}{3}\right)\ln(b) + \left(d-g\right)\ln(2) + \frac{g}{6}\right)s^{2}g \right)b e^{-d\cdot t(N)} + \\ &+ \left(K d^{2}\sqrt{6} - 864\left( \left(\frac{d}{3} - \frac{2g}{9}\right)\ln(b) + \left(d-\frac{2g}{3}\right)\ln(2) - \frac{d}{9} + \frac{g}{9}\right)s^{2} \right)b^{2}e^{-2d\cdot t(N)} + \\ &+ 288s^{2}b^{3}\left(\ln(2) + \frac{\ln\left(b\right)}{3} - \frac{1}{6}\right)e^{-3d\cdot t(N)} + K d^{2}g\sqrt{6}\left(d+g\right)\right)\ln\left(\frac{s^{2}e^{-d\cdot t(N)}}{d}\right) - 3\left(K d^{2}\left(\left(\frac{d}{3} - \frac{2g}{3}\right)\ln(b) + \\ &+ \left(d-2g\right)\ln(2)\frac{d}{3}\right)\sqrt{6} + 144\left(\left(\frac{d}{9} - \frac{g}{9}\right)\ln^{2}(b) + \left(\left(\frac{2d}{3} - \frac{2g}{3}\right)\ln(2) + \frac{g}{9}\right)\ln(b) + \left(d-g\right)\ln^{2}(2) + \\ &+ \frac{g\ln(2)}{3} + \frac{d}{9}\right)s^{2}g\right)b e^{-d\cdot t(N)} + 3b^{2}\left(d^{2}K\left(\ln(2) + \frac{\ln\left(b\right)}{3}\right)\sqrt{6} - 432s^{2}\left(\left(\frac{d}{9} - \frac{2g}{27}\right)\ln^{2}(b) + \\ &+ \left(\left(\frac{2d}{3} - \frac{4g}{9}\right)\ln(2) - \frac{2d}{27} + \frac{2g}{27}\right)\ln(b) + \left(d - \frac{2g}{3}\right)\ln^{2}(2) + \left(-\frac{2d}{9} + \frac{2g}{9}\right)\ln(2) + \frac{d}{27}\right)\right)e^{-2d\cdot t(N)} + \\ &+ 432\left(\ln(2) + \frac{\ln\left(b\right)}{3}\right)\left(\ln(2) + \frac{\ln\left(b\right)}{3} - \frac{1}{3}\right)s^{2}b^{3}e^{-3d\cdot t(N)} + 3K d^{2}g\sqrt{6}\left(\left(\frac{d}{3} + \frac{g}{3}\right)\ln(b) + \\ &+ \left(d + g\right)\ln(2) + \frac{d}{3}\right)\right]\sqrt{6} / \left[6\left(3\ln(2) + \ln(b) + \ln\left(\frac{s^{2}e^{-dt}}{d}\right)\right)\left[8\sqrt{6}s^{2}b e^{-d\cdot t(N)}\ln\left(\frac{s^{2}e^{-d\cdot t(N)}}{d}\right) + \\ &+ 24\left(\ln(2) + \frac{\ln\left(b\right)}{3} - \frac{1}{3}\right)s^{2}\sqrt{6}b e^{-d\cdot t(N)} + K d^{2}\right]\left(b e^{-d\cdot t(N)} + g\right)^{2}\right], \end{split}$$

значения которых будем рассматривать на пересечении радиуса Хаббла для числа  $e\text{-} \phi$ олдовN=60.



**Рис. 1.** Зависимость тензорно-скалярного отношения r от спектрального индекса скалярных возмущений  $n_S$ , для N = 60. Проведена дополнительная интерполяция  $r = r(n_S)$  b-сплайнами в программе OriginLab.

Вначале определим связь между постоянными параметрами модели на основе полученного выражения для спектра мощности скалярных возмущений (3.12) следующим образом

$$s^{2} = \frac{d(ge^{d \cdot t(N)} + b)^{4}}{64b\pi^{2}P_{S}e^{3d \cdot t(N)}LambertW\left[\frac{(ge^{d \cdot t(N)} + b)^{4}}{8\pi^{2}e^{4d \cdot t(N)}P_{S}}\right]}.$$
(3.14)

Далее, проанализируем зависимость  $r = r(n_S)$  с учетом полученных соотношений между постоянными параметра модели.

Результаты численных расчетов зависимости  $r = r(n_S)$  для следующих значений постоянных параметров рассматриваемой модели космологической инфляции

$$b = 10^4, \ d = 1 \cdot 10^{-5}, \ g = 2.0 \cdot 10^{-4}, \ s = 0.023, \ K = 2.46 \cdot 10^5,$$
 (3.15)

представлены на Рис.1, на котором находятся области допустимых значений параметров космологических возмущений в соответствии с наблюдениями анизотропии и поляризации реликтового излучения.

Соостветствие космологической модели наблюдательным ограничениям определяется из попадания значений  $r = r(n_S)$  во внутреннюю область допустимых значений на Рис.1 для доверительной вероятности 95%.

Также отметим, что данная инфляционная модель может соответствовать наблюдательным ограничениям и для других значений постоянных параметров, исходя из того, что для пяти независимых постоянных параметров имеем три наблюдательных ограничения (1.23)–(1.26).

Таким образом, рассматриваемая модель космологической инфляции с неминимальной связью скалярного поля и кручения на основе потенциала для открытой тахионной струны соответствует наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений.

#### 4. Заключение

В данной работе рассматривался метод построения обобщенных точных решений в космологических моделях с неминимальной связью скалярного поля и кручения, которые являются модификациями телепараллельного эквивалента общей теории относительности.

Спецификой предложенного подхода является возможность построения точных решений для произвольных потенциалов скалярного поля и произвольной космологической динамики, в отличие от космологических моделей с минимальной связью скалярного поля и кручения.

На основе данного подхода к построению точных космологических решений, решения для канонических скалярных полей можно разделить на два класса по виду потенциала и функции неминимального взаимодействия:  $V(\phi) < 0$  и  $G_{,\phi} > 0$  или  $V(\phi) > 0$  и  $G_{,\phi} < 0$ .

В качестве примера применения предложенного подхода рассматривалась модель космологической инфляции для открытой тахионной струны, соответствующая первому классу точных решений. Также была показана возможность верификации данной модели по наблюдательным данным.

Перспективой дальнейшего развития предложенного метода является анализ космологических моделей для второго класса точных решений и анализ расхождений для моделей, основанных на телепараллельной гравитации с неминимальной связью скалярного поля и кручения и на скалярно-тензорных теориях гравитации с неминимальной связью скалярного поля и кривизны [13,21].

Оценка подобных расхождений подразумевает определение различия в спектрах реликтовых гравитационных волн для данных моделей, что представляет определенный интерес для анализа возможности их прямой верификации на основе регистрации реликтовых гравитационных волн посредством перспективных космических детекторов [15].

#### Список литературы/References

1. D. Baumann, L. McAllister, *Inflation and String Theory*, Cambridge Monographs on Mathematical Physics (Cambridge University Press, 2015), https://doi.org/10.1017/CBO9781316105733

2. S. Chervon, I. Fomin, V. Yurov, A. Yurov, Scalar Field Cosmology, Series on the Foundations of Natural Science and Technology, Volume 13 (WSP, Singapur, 2019), https://doi.org/10.1142/11405

3. Yi-Fu Cai, Capozziello S., Mariafelicia De Laurentis, Saridakis E. f(T) teleparallel gravity and cosmology. *Rep. Prog. Phys.*, 2016, vol. 2, no. 1, p. 106901.

4. Li B., Thomas P. Sotiriou, Barrow J.D. f(T)gravity and local Lorentz invariance. *Phys. Rev. D*, 2011, vol. 83, no. 6, p. 06435.

5. Pereira G. Teleparallelism: a new insight into gravity, in: A. Ashtekar, V. Petkov (Eds.), *Handbook of Spacetime*, Springer., Springer, 2014, pp. 197–212, arXiv: 1302.6983.

6. Sotiriou T., Li B., Barrow J. Generalizations of teleparallel gravity and local Lorentz symmetry. *Phys. Rev.* D, 2011, vol. 83, no. 10, p. 104030, arXiv:1012.4039.

7. Sotiriou T., Li B., Barrow J. f(T) Gravity and local Lorentz invariance. *Phys. Rev. D*, 2011, vol. 83, no. 6, p. 104030.

8. Gonzalez-Espinoza M., Otalora G. Generating primordial fluctuations from modified teleparallel gravity with local Lorentz-symmetry breaking. *Phys. Rev. B*, 2020, vol. 809, p. 135696.

9. Martin J., Ringeval C., Vennin V. Encyclopædia Inflationaris. Phys. Dark Univ., 2014, vol. 5-6, p. 75-95

10. J. M. Ezquiaga and M. Zumalacárregui, Dark Energy After GW170817: Dead Ends and the Road Ahead. *Phys. Rev. Lett.*, 2017, vol. 119, no.25, p. 251304.

11. Aghanim N. et. al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. Astron. & Astrophys., 2020, vol. 641, p.

12. Tristram M. et. al. Improved limits on the tensor-to-scalar ratio using BICEP and Planck. *astro-ph.CO*, arXiv:2112.07961, 2022, vol. p 1-2.

13. Y. Fujii, K. Maeda, *The scalar-tensor theory of gravitation*, Cambridge Monographs on Mathematical Physics (Cambridge University Press, 2007). https://doi.org/10.1017/CBO9780511535093

14. I. V. Fomin, S. V. Chervon, A. N. Morozov and I. S. Golyak, Relic gravitational waves in verified inflationary models based on the generalized scalar-tensor gravity, *Eur. Phys. J. C.* 2022, vol. 82, no.7, p. 642.

15. K. Schmitz, New Sensitivity Curves for Gravitational-Wave Signals from Cosmological Phase Transitions, *JHEP*. 2021, vol. 01, p. 097.

#### Авторы

Денцель Евгений Станиславович, ассистент кафедры «Физика», МГТУ им. Н.Э. Баумана, ул. 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1, г. Москва, 105005, Россия.

E-mail: edentsel@yandex.ru

Фомин Игорь Владимирович, д. ф.-м. н., профессор кафедры физики, Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2-я Бауманская ул., д. 5, г. Москва, 105005, Россия; профессор кафедры физики и технических дисциплин, Ульяновский государственный педагогический университет, пл. Ленина, д. 4/5, г. Ульяновск, 432071, Россия. E-mail: ingvor@inbox.ru

## Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Денцель Е.С., Фомин И.В. Обобщенные точные решения в космологических моделях с неминимальной связью скалярного поля и кручения. Пространство, время и фундаментальные взаимоdeйствия. 2022. № 40. С. 110–118.

## Authors

**Dentsel Evgenii Stanislavovich**, assistant of Physics department, Bauman Moscow State Technical University, 2-nd Baumanskaya st., 5/1, Moscow, 105005, Russia. E-mail: edentsel@yandex.ru

Fomin Igor Vladimirovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of Physics Department of Bauman Moscow State Technical University, 2-nd Baumanskaya street, 5, Moscow, 105005, Russia; Professor of Department of Physics and Technical Disciplines, Ulyanovsk State Pedagogical University, Lenin's square, Build. 4/5, Ulyanovsk, 432071, Russia. E-mail: ingvor@inbox.ru

## Please cite this article in English as:

Dentsel E. S., Fomin I. V. Generalized exact solutions in cosmological models with non-minimal coupling of scalar field and torsion. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2022, no. 40, pp. 110–118.