ГРАВИТАЦИЯ, КОСМОЛОГИЯ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПОЛЯ

***

УДК 512.13, 512.12

СЛАБЫЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ И КЛАССИФИКАЦИЯ ПЕТРОВА

Баранов А. М.[a,b,c,1]

[a] ФГБОУ ВПО Красноярский государственный педагогический университет им.В.П.Астафьева (КГПУ), г. Красноярск, 660049, Россия

[b] ФГБОУ ВО Сибирский государственный университет им. Решетнева (СибГУ), г. Красноярск, 660037, Россия

[c] ФГБОУ ВО Тувинский государственный университет (ТувГУ), г. Кызыл, Республика Тыва, 667000, Россия

Рассматривается проблема наложения матриц Вейля с различными каноническими базисами с точки зрения алгебраической классификации Петрова гравитационных полей. Матрицы Вейля тесно связаны с алгебраической классификацией. Такое наложение матриц Вейля имеет физическую интепретацию при суперпозиции слабых гравитационных полей и может быть использовано для получения результирующего гравитационного поля. Как пример такого подхода рассматривается сумма двух матриц Вейля для двух гравитационных волн типа N по классификации Петрова. В линейном проближении получаем новое результирующее решение уравнений Эйнштейна с бесследовым тензором энергии-импульса, который оказывается нильпотентом индекса три. Тензор энергии-импульса высокочастотного электромагнитного излучения является нильпотентом индекса два. Оптические скаляры расширения, вращения и сдвига новых конгруэнций в результирующем гравитационном поле равны нулю. Конгруэнция с касательным собственным вектором тензора энергии-импульса в первом приближении ведет себя как ламинарный поток идеальной жидкости, так же как и свободное электромагнитное излучение.

Ключевые слова: гравитационные волны, алгебраическая классификация Петрова, матрицы Вейля, принцип суперпозиции (композиции) для типов пространств, линеаризованные уравнения Эйнштейна.

WEAK GRAVITATIONAL WAVES AND PETROV CLASSIFICATION

Baranov A. M.[a,b,c,1]

[a] Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P.Astafyev, Krasnoyarsk, 660049, Russia

[b] Siberian State University named after M.F.Reshetnev, Krasnoyarsk, 660037, Russian

[c] Tuva State University, Kysyl, Republic Tyva, 667000, Russian

It is considered the problem of a superposition of the Weyl matrices with different canonical basises with a point of view of Petrov's algebraic classification of gravitational fields. Weyl matrices are close connected with the algebraic classification. Such superposition of the Weyl matrices has physical interpretation in superposition of weak gravitational fields and may be used for getting resulting gravitational field. An example of an investigation there is sum of two Weyl matrices for two gravitational plane waves of type N by Petrov classification. In linear approximation we get a new resulting solution of the Einstien equations with traceless energy-momentum tensor which is nilpotent matrix of index three. The energy-momentum tensor of the electromagnetic high frequency radiation is the nilpotent matrix of index two. The optical expansion scalars; the optical scalars describing rotation and shear of new congruences in resulting gravitational field vanish. The congruence with tangent

[1] E-mail: alex_m_bar@mail.ru

eigenvector of energy-momentum tensor in the first approximation behaves as a laminary flow of perfect fluid similarly as free electromagnetic radiation.

Keywords: gravitational waves, algebraic classification of Petrov, Weyl matrices, a superposition (composition) principle of space types, linearised Einstein equations.

PACS: 04.20.-q , 04.20.Cv
DOI: 10.17238/issn2226-8812.2022.1.04-12

Введение

Алгебраическая классификация пространств, предложенная Петровым [1] допускает изучение гравитационных полей без учета того, как эти поля были «получены» из некоторых заданных гравитационных полей. С другой стороны, алгебраическая классификация Петрова тесно связана с фазовыми переходами между типами гравитационных полей [2–4]. Композиция алгебраических типов Петрова также может быть сконструирована на уровне матриц Вейля [5, 6].

Рассмотрим здесь связь результирующего гравитационного поля с исходными слабыми полями (пренебрегая их взаимным взаимодействием), при этом канонические структуры 3×3 комплексных матриц бесследовых симметричных матриц Вейля связаны бесконечно малыми поворотами базисов. Различные канонические структуры таких матриц Вейля образуют алгебраическую классификацию Петрова (алгебраическую классификацию гравитационных полей). Очевидно, что суперпозиция этих полей удовлетворяет линиаризованным уравнениям Эйнштейна.

1. Принцип суперпозиции и матрицы Вейля

Каждое гравитационное поле соответствует конкретному типу матриц Вейля для алгебраической классификации Петрова. Таким образом, принимая во внимание это замечание принцип суперпозиции для двух слабых гравитационных полей может быть выражен через сумму матриц вейля, которые должны быть записаны одном и том же ортонормированном базисе с помощью матриц поворота T в комплексном 3D пространстве,

$$W_3 = W_1^c + T_2 W_2^c \tilde{T}_2, \tag{1.1}$$

где W^c – каконическая матрица Вейля, а T – ортонормальная комплексная матрица, $T^{-1} = \tilde{T}$ – транспонированная матрица.

Известно, что ортонормальная комплексная матрица всегда представима как (см. [7])

$$T = R\, exp\,(i\,K),$$

где i – мнимая единица, $i^2 = -1$, R – ортонорнормальная вещественная матрица и K – антисимметричная вещественная матрица, $\tilde{K} = -K$.

Матрица T связана с преобразованиями Лоренца в 4D касательном пространстве в виде [8]

$$\begin{aligned} T_{ik} &= 2\Omega_k^{\alpha\beta} L_{i\alpha} L_{0\beta}; & \alpha,\beta &= 0,1,2,3; \\ \Omega_k^{\alpha\,\beta} &= \delta^{\alpha}_{[k}\delta^{\beta}_{0]} - \frac{i}{2}\varepsilon_{kmn}\delta^{\alpha}_m\delta^{\beta}_n; & k,m,n &= 1,2,3. \end{aligned} \tag{1.2}$$

где δ^{β}_{α} – символ Кронекер; $\varepsilon_{k\,m\,n}$ – 3D символ Леви-Чивиты, квадратные скобки обозначают антисимметризацию (симметризация будет обозначаться как $(a\,b)$).

Матрица Вейля может быть записана в виде

$$W_{i\,k} = \overset{(+)}{W}_{k\,0\,j\,0} = \frac{1}{2}\Omega_k^{\alpha\,\beta}\Omega_j^{\gamma\,\delta} W_{\alpha\beta\gamma\delta}, \tag{1.3}$$

где
$$\overset{(+)}{W}_{\alpha\beta\gamma\delta} = W_{\alpha\beta\gamma\delta} - i\, W^{*}_{\alpha\beta\gamma\delta}$$
есть самодуальный тензор Вейля с
$$\overset{(+)}{W}{}^{*}_{\alpha\beta\gamma\delta} = i\overset{(+)}{W}_{\alpha\beta\gamma\delta},$$
и
$$W^{*}_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{1}{2}\,\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\, W_{\mu\nu\gamma\delta}$$
будет дуальным тензором Вейля; операция дуальности обозначается как $*$, $\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}$ – 4D символ Леви-Чивиты.

Тензор конформной кривизны Вейля может быть записан как
$$W_{\alpha\beta\gamma\delta} = R_{\alpha\beta\gamma\delta} + R_{\gamma[\alpha}g_{\beta]\delta} - R_{\delta[\alpha}g_{\beta]\gamma} + \frac{1}{3}R\, g_{\gamma[\alpha}g_{\beta]\delta}. \tag{1.4}$$
где $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ – тензор кривизны Римана; $R_{\alpha\beta}$ – тензор Риччи; R – скалярная кривизна, а $g_{\alpha\beta}$ – метрический тензор тесно связанный с пространственно-временной метрикой, которая представляет собой квадратичную форму
$$ds^2 = g_{\alpha\beta}dx^{\alpha}dx^{\beta}. \tag{1.5}$$

Тензор Вейля (1.4) является основой конструирования 3×3 комплексных бесследовых симметричных матриц Вейля с помощью отображения (6).

Совокупность ортонормальных матриц T как функций от комплексных параметров (φ_j)=$(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ образуют непрерывную группу, инфинитезимальные преобразования которой представляют собой кососимметричные матрицы
$$A_k = \left(\frac{\partial T}{\partial \varphi_k}\right)_{|\varphi_i=0}; \qquad \tilde{A}_k = -A_k. \tag{1.6}$$

Пусть матрица W будет связана с конкретной матрицей W_0 с помощью преобразования подобия
$$W = TW_0\tilde{T}, \tag{1.7}$$
где $T = T(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$, а W_0 не зависит от параметров φ_j.

Дифференцирование выражения (13) относительно φ_k в точке $\varphi_i = 0$ при использовании (12) дает
$$(W_{,k})_0 \equiv \left(\frac{\partial W}{\partial \varphi_k}\right)_0 = [A_k, W_0], \tag{1.8}$$
где $[A,B] = AB - BA$ – коммутатор матриц.

Теперь легко найти, что
$$W_{,j,k} = [A_k,[A_j,W_0]] + [B_{kj},W_0]. \tag{1.9}$$

Здесь
$$B_{kj} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial\varphi_j\partial\varphi_k}\right)_0 - A_k A_j.$$
Более высокий порядок производных может быть найден с помощью подобной процедуры.

Можно показать, что ранг матрицы, будучи функцией параметра, может быть изменен при дифференцировании. Поэтому ранги матриц (1.8), (1.9) возможно будут не равными рангу исходной матрицы (13). Если преположить, что каждая матрица Вейля W отвечает гравитационному полю с определенной метрикой, тогда изменение ранга W (ведущее к соответствующему изменению алгебраического типа по Петрову) означает переход к новому гравитационному полю с другой метрикой. Следовательно, можно рассматривать выражение (1.8), например, как «получение» нового гравитационного поля из исходного. В этом случае гравитационное поле не предполагается быть слабым.

Рассмотрим теперь группу вращений в 3D комплексном евклидовом пространстве. Соответствующие матрицы имеют вид

$$T = exp(\varphi_j X_j). \tag{1.10}$$

Эти матрицы суть ортонормированные матрицы как функции комплексных параметров $(\varphi_j) = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ в 3D комплексном пространстве (предполагается, что суммирование производится по повторяющимся индексам от 1 до 3). Кроме того, матрицы T образуют непрерывную группу, где матрицы

$$X_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad X_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad X_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1.11}$$

являются генераторами инфинитезимальных поворотов вокруг соответствующих осей и кососимметричными матрицами

$$X_k = \left(\frac{\partial T}{\partial \varphi_k}\right)_{|\varphi_j = 0}; \qquad \tilde{X}_k = -X_k. \tag{1.12}$$

Далее, взяв φ_j в качестве малых парамеров, мы выразим W_3 в виде ряда

$$W_3 = W_1^c + W_2^c + [A_i, W_2^c]\,\varphi_i + \frac{1}{2}[A_i\,[A_k, W_2^c]\,]\,\varphi_i\varphi_k + ... \tag{1.13}$$

с использованием формул (1.8), (1.9), (1.10); $B_{ik} = 0$ и $T_2 = T_2(\varphi_i)$ из (3).

Это разложение представляет результирующее гравитационное поле как сумму полей заданных алгебраических типов по Петрову с дополнительными членами, благодаря выбору неканонического базиса одного из двух слагаемых. Теперь может быть поставлен вопрос: гравитационные поля каких алгебраических типов должны быть добавлены к сумме $W_1^c + W_2^c$ с тем, чтобы добиться желаемой степени приближения гравитационного поля, отвечающего матрице Вейля W_3.

С другой стороны, заданное поле может рассматриваться как суперпозиция двух исходных полей плюс малые поправки.

Выразим теперь (3) как

$$W_3^c = \tilde{T}_3 W_1^c T_3 + \tilde{T}_3 T_2 W_2^c \tilde{T}_2 T_3, \tag{1.14}$$

и при разложении в ряд по степеням малых параметров получим

$$W_3^c = W_1^c + W_2^c - [B_i, (W_1^c + W_2^c)]\,\eta_i + [A_i, W_2 c]\,\varphi_i - \frac{1}{2}[B_i, [B_k, (W_1^c + W_2^c)]]\,\eta_i\eta_k + [B_i, [A_k, W_2^c]]\,\varphi_k\eta_i + ..., \tag{1.15}$$

где $B_i = ((T_3)_{,i})_0$ и $T_3 = T_3(\eta_i)$.

Заслуживает внимания тот факт, что если $W_1^c \equiv 0$, тогда разложение (1.15) описывает выбор неканонического базиса, но с помощью дополнительных поворотов возможно приведение к каноническому виду, то есть путем перехода из одной системы отсчета в другую.

2. Слабые гравитационные поля и матрицы Вейля

Беря матрицу Вейля алгебраического типа N (волновой тип) в ее каноническом базисе,

$$W_1^c = W_2^c = W_N^c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & i \\ 0 & i & -1 \end{pmatrix}; \tag{2.1}$$

можно символически переписать разложение (1.13), когда $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 0$, $\varphi_3 \equiv \varphi$ как

$$W = 2N + III\,\varphi + II\,\varphi^2 + Ia\,\varphi^3 + ... \tag{2.2}$$

(после нахождения коммутаторов и определения их алгебраического типа по Петрову). В символическом разложении (2.2) матрица W_N^c (см. (2.1)) помечена здесь как N.

Матрица алгебраического типа III в каноническом виде (также волновой тип)

$$W_{III}^c = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -i \\ 0 & -i & 0 \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

отмечена символом III.

Символ II соответствует алгебраическому типу II с канонической матрицей

$$W_{II}^c = \begin{pmatrix} -2a & 0 & 0 \\ 0 & a+1 & i \\ 0 & i & a-1 \end{pmatrix}, \tag{2.4}$$

где a – параметр.

Далее алгебраический тип Ia с канонической матрицей

$$W_{Ia}^c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

помечен символом Ia.

Если параметры $\varphi_2 = \varphi_3 = 0$, в разложении (1.13), тогда матрица W принадлежит к типу N поскольку это вращение не нарушает каноничности базиса.

Символическое разложение (2.2) схоже с представлением теоремы расщепления Сакса (см., например, [9] с. 131, [10] и [11]), но параметр φ играет здесь роль угла поворота, связывающего два канонических базиса двух матриц (оба базиса берутся в одной и той же точке многообразия). Из этого разложения также ясно, что суперпозиция двух гравитационных полей типа N с несовпадающими базисами не дает результирующего поля типа N.

Рассмотрим теперь возможность нахождения (в линейном приближении) нового гравитационного поля, отличающегося от слабой плоской гравитационной волны в вакууме (алгебраический тип N) с метрикой

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \tag{2.6}$$

где величины $h_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}(x^0 - x^1)$ и их производные суть бесконечно малые в первом порядке приближения; $h_{\mu\nu} = diag(1, -1, -1, -1)$; $h_{22} = -h_{33}$; $h_{23} = h_{32}$. Тензор Вейля в этом случае совпадает с тензором кривизны. Известно, что эта метрика удовлетворяет условиям поперечности Гильберта-Лоренца и существует светоподобный вектор Киллинга $\xi_\mu = \delta_\mu^0 - \delta_\mu^1$, задающий направление распространения волны в 4D пространстве.

Легко найти связь новой марицы с исходной путем введения матрицы Вейля для исходной метрики, используя выражение (1.8) (с $\varphi = \varphi_3,\ A = X_3 = X$), индентифицируя коммутатор $[X, W]$ и новую матрицу $\hat{W}$. Для неисчезающих компонент имеем

$$\hat{W}_{12} = \hat{W}_{21} = \hat{W}_{22}; \quad \hat{W}_{13} = \hat{W}_{31} = \hat{W}_{23}. \tag{2.7}$$

Матрица $\hat{W}$ принадлежит алгебраическому типу III по Петрову и может быть приведена к каноническому виду преобразованием подобия с матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{2.8}$$

где $\det T = 1$.

Хотя эта процедура и не влияет на переменные, от которых зависят компоненты тензора Вейля, вакуумные уравнения Эйнштейна не выполняются для новой метрики. Непосредственные вычисления показывают, что если метрика в линейном приближении зависит только от запаздывающего времени, а линеаризованные вакуумные уравнения Эйнштейна удовлетворяются, тогда пространство может быть только типа N. Поэтому в дальнейших вычислениях будем использовать тензор конформной кривизны Вейля (1.4) в линейном приближении.

Линеаризованные выражения для тензора кривизны, тензора Риччи и скалярной кривизны могут быть записаны через следующие производные $\hat{h}_{\mu\nu}$ в виде

$$\hat{R}_{\beta\gamma} = \hat{h}^{\alpha}{}_{(\gamma,\beta),\alpha} - \frac{1}{2}\hat{h}_{\,,\gamma,\beta}\,; \tag{2.9}$$

$$\hat{R} = \hat{h}^{\alpha\beta}{}_{,\alpha\beta}\,; \tag{2.10}$$

при этом $\hat{h}_{\mu\nu}$ зависит от запаздывающего времени $u = x^0 - x^1$; $\hat{h} = \hat{h}^{\alpha}{}_{\alpha}$; $\hat{h}_{\mu\nu}$ описывает новое гравитационное поле.

Компоненты матрицы $\hat{W}$ выражаются через компоненты тензора Вейля как

$$\hat{W}_{12} = \hat{W}_{1020} + i\,\hat{W}_{2023}\,; \quad \hat{W}_{13} = \hat{W}_{1030} + i\,\hat{W}_{3023}\,. \tag{2.11}$$

В линейном приближении

$$\hat{W}_{1020} = \hat{R}_{1020} + \frac{1}{2}\hat{R}_{12} = \frac{1}{4}(\ddot{\hat{h}}_{\,02} + \ddot{\hat{h}}_{\,12})\,; \tag{2.12}$$

$$\hat{W}_{2023} = \hat{R}_{2023} - \frac{1}{2}\hat{R}_{30} = -\frac{1}{4}(\ddot{\hat{h}}_{\,30} + \ddot{\hat{h}}_{\,31})\,; \tag{2.13}$$

$$\hat{W}_{1030} = \hat{R}_{1030} - \frac{1}{2}\hat{R}_{13} = \frac{1}{4}(\ddot{\hat{h}}_{\,03} + \ddot{\hat{h}}_{\,13})\,; \tag{2.14}$$

$$\hat{W}_{3023} = \hat{R}_{3023} - \frac{1}{2}\hat{R}_{02} = \frac{1}{4}(\ddot{\hat{h}}_{\,02} + \ddot{\hat{h}}_{\,12}), \tag{2.15}$$

где точка обозначает производную относительно запаздывающего времени.

В силу (1.10) и (1.13) новые и старые функции $h_{\mu\nu}$ подчиняются соотношениям

$$2h_{22} = \hat{h}_{02} + \hat{h}_{12}\,; \quad 2h_{23} = \hat{h}_{03} + \hat{h}_{13}\,; \tag{2.16}$$

(здесь постоянные интегрирования взяты равными нулю и только компоненты $\hat{h}_{02}$, $\hat{h}_{12}$, $\hat{h}_{03}$, $\hat{h}_{13}$, предполагаются отличными от нуля).

Очевидно, что соотношения (2.16) однозначно не определяют функции $\hat{h}_{\mu\nu}$, так что существуют несколько вариантов их выбора, например

$$\hat{h}_{02} = \hat{h}_{12} = \hat{h}_{22}\,; \quad \hat{h}_{03} = \hat{h}_{13} = \hat{h}_{23}\,; \tag{2.17}$$

$$\hat{h}_{02} = \hat{h}_{03} = 0\,; \quad \hat{h}_{12} = 2\hat{h}_{22}\,; \quad \hat{h}_{13} = 2\hat{h}_{23}\,; \tag{2.18}$$

и так далее.

Метрика $\hat{g}_{\mu\nu}$ удовлетворяет уравнениям Эйнштейна с бесследовым тензором энергии-импульса [12]

$$T_{\mu\nu} = m_\mu\, l_\nu + l_\mu\, m_\nu \tag{2.19}$$

с

$$m_\mu = b\,\delta^2_\mu + a\,\delta^3_\mu\,; \quad l_\mu = \delta^0_\mu - \delta^1_\mu\,; \quad m_\mu m^\mu < 0\,; \quad l_\mu l^\mu = 0\,; \quad m_\mu l^\mu = 0\,; \quad b = -\frac{1}{8\pi}\ddot{\hat{h}}_{\,22}\,; \quad a = -\frac{1}{8\pi}\ddot{\hat{h}}_{\,23}$$

и $T^{\mu}{}_{\mu}=0,\ T^{\mu}{}_{\nu,\mu}=0$ (в этом приближении).

Этот тензор энергии-импульса может быть записан в виде блочной матрицы как

$$(T_{\mu\nu})=\begin{pmatrix}0 & C\\ \tilde{C} & 0\end{pmatrix}, \tag{2.20}$$

где матрица C имеет вид

$$C=\begin{pmatrix}b & a\\ -b & -a\end{pmatrix} \tag{2.21}$$

с определителем $\det C=0$.

Проведем теперь исследование тензора $T_{\mu\nu}$ независимо от его происхождения. Рассмотрим задачу на собственные значения

$$T^{\mu}_{\nu}Y^{\nu}=\lambda\,Y^{\mu}, \tag{2.22}$$

где Y^{ν} суть собственные векторы, а $\lambda_{(\nu)}$ являются собственными значеними.

Все собственные значения $\lambda_{(\nu)}$ равны нулю, а собственные векторы (в этом случае нет временноподобного вектора) записываются в виде

$$Y^{\mu}=l^{\mu}+n^{\mu}\,, \tag{2.23}$$

здесь $n^{\mu}n_{\mu}<0;\ \ n^{\mu}=a\,\delta^{\mu}_{2}-b\,\delta^{\mu}_{3};\ \ n^{\mu}l_{\mu}=n^{\mu}m_{\mu}=0.$

Отсюда $T_{\mu\nu}$ есть тензор энергии-импульса некоторого светоподобного поля (о свойствах тензора энергии-импульса светоподобного поля см., например, [9] с. 65).

Более того, тензор энергии-импульса в матричном представлении (см. (2.20)) является нильпотентной матрицей индекса 3, то есть $(T_{\mu\nu})^{3}=0$. Тензор энергии-импульса электромагнитного высокочастотного излучения вида $T_{\mu\nu}\propto l_{\mu}l_{\nu}$ есть нильпотентная матрица индекса 2. И еще, в соответствии с классификацией Плебаньского [13] тензор $T_{\mu\nu}$ из (2.19) принадлежит вырожденному третьему типу и такой тензор энергии-импульса не может описывать макро распределение материи.

Заслуживает внимания и то, что оптические скаляры расширения конгруэнций с касательными векторами l^{μ} и n^{μ} равны нулю,

$$\varepsilon=\frac{1}{2}\,l^{\mu}{}_{;\mu}=\frac{1}{2}\,n^{\mu}{}_{;\mu}=0, \tag{2.24}$$

так что $Y^{\mu}_{;\mu}=0$ (в рассматриваемом приближении).

Оптические скаляры, описывающие вращение и дисторсию (сдвиг) этих конгруэнций, также исчезают. Таким образом, конгруэнция с касательным вектором Y^{μ} в первом приближении ведет себя как ламинарный поток жидкости (свободное электромагнитное излучение ведет себя подобным образом).

Заключение

В статье рассматривается наложение матриц Вейля с различными каноническими базисами как сумма этих матриц с точки зрения алгебраической классификации Петрова гравитационных полей. Матрицы Вейля тесно связаны с алгебраической классификацией пространств. Во-первых, наложение матриц Вейля имеет физическую интерпретацию в виде суперпозиции слабых гравитационных полей и может использоваться для получения результирующего гравитационного поля. Во-вторых, такое наложение матриц Вейля конкретных алгебраических типов соответствует новому гравитационному полю. Все это демонстрируется на примере суммы двух матриц Вейля волнового типа N. Как результат получаем в линейном приближении метрику нового гравитационного поля с бесследовым тензором энергии-импульса, который оказывается нильпотентом индекса три. Здесь необходимо сказать, что тензор энергии-импульса высокочастотного электромагнитного излучения является нильпотентом индекса два. Более того, оптические скаляры, описывающие расширение, вращение и сдвиг новых конгруэнций в результирующем гравитационном поле равны нулю. А конгруэнция с касательным собственным вектором тензора энергии-импульса в первом приближении ведет себя как ламинарный поток идеальной жидкости подобно свободному электромагнитному излучению.

Список литературы

1. Петров А.З. *Новые методы в общей теории относительности.* Москва: Наука, 1966. 495 с.

2. Baranov A.M. The Catastrophe Theory, Petrov's Algebraic Classification and Gravitational Phase Transitions. *Gravitation and Cosmology*, 2011, **17**, no. 2, pp. 170–172.

3. Баранов А.М. Алгебраическая классификация Петрова и фазовые переходы в гравитационных полях. *Учен. Записки Казан. Универ.*, 2011. **153**. №3. С. 29–41.

4. Баранов А.М. Фазовые переходы в гравитационных и электромагнитных полях с точки зрения алгебраической классификации Петрова. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия (STFI)*, 2012. №1. С. 16–28.

5. Баранов А.М., Луговцов В.В., Мицкевич Н.В. Композиция пространств вырожденного второго типа по Петрову. *Тезисы докладов Всероссийск.конфер.по неевклид. геометрии «150 лет геометрии Лобачесвского»*, Казань, 1976. С. 21.

6. Мицкевич Н.В., Баранов А.М., Луговцов В.В. Композиция типов пространств по классификации Петрова. *Материалы IV Сов. грав. конфер.*, Минск, 1976. С. 195–200.

7. Gantmakher F.R. *Теория матриц.* Москва: Наука, 1967. 315 с.

8. Synge J.L. The Petrov Classification of Gravitational Fields, *Communications of Dublin Institute for Advanced Studies*, 1964, **Ser. A**, №15.

9. Zakharov V.D. *Гравитационные волны в теории гравитации Эйнштейна.* Москва: Наука, 1972.

10. Sachs R.K. Gravitational waves in general relativity VIII. Waves in asymptotically flat space-time *Proc. Roy. Soc. (London)*, 1962. **A 270**, pp. 103–126. https://doi.org/10.1098/rspa.1962.0206

11. Баранов А.М. Трансформация типов пространств под действием генераторов группы Лоренца. *Материалы IV Сов. грав. конфер., Минск*, 1976. С. 200–202.

12. Баранов А.М. Слабые гравитационные поля и классификация пространств по Петрову. *УДН, Москва, 1976. Деп. в ВИНИТИ АН СССР* 13.07.-1976, №2627-76.

13. Plebański J. The algebraic structure of the tensor of matter. *Acta Phisica Polonica*, 1964, **26**, pp. 965–1020.

References

1. Petrov A.Z. *New Methods in General Relativity.* Moscow: Nauka, 1966. 495 p. (in Russian)

2. Baranov A.M. The Catastrophe Theory, Petrov's Algebraic Classification and Gravitational Phase Transitions. *Gravitation and Cosmology*, 2011, **17**, no. 2, pp. 170–172.

3. Baranov A.M. The Petrov algebraic classification and phase transitions in gravitational fields, *Uch.Zapiski Kazan Univ.*, 2011, **153**, no. 3, pp. 29–41. (in Russian)

4. Baranov A.M. The Phase Transitions in Gravitational and Electromagnetic Fields with relation Petrov's Algebraic Classification *Space, Time and Fundamental Interactions (STFI)*, 2012, no. 1, pp. 16–28. (in Russian)

5. Baranov A.M, Lugovtsov V.V., Mitskievich N.V. Composition of degenerate spaces second type by Petrov. *Abstracts of All Union confer. of non-euclidean geometry "150 years of Lobachevski geometry"*, Kazan, 1976, p. 21. (in Russian)

6. Mitskievich N.V., Baranov A.M., Lugovtsov V.V. Composition the types of spaces by Petrov's classification, *Transactions of IV Soviet grav. confer.*, Minsk, 1976, pp. 195–200. (in Russian)

7. Gantmakher F.R. *Theory of Matrices.* Moscow: Nauka, 1967. 315 p. (in Russian)

8. Synge J.L. The Petrov Classification of Gravitational Fields, *Communications of Dublin Institute for Advanced Studies*, 1964, **Ser. A**, no. 15.

9. Zakharov V.D. *Gravitational Waves in the Einstein Theory Gravity.* Moscow: Nauka, 1972. (in Russian)

10. Sachs R.K. Gravitational waves in general relativity VIII. Waves in asymptotically flat space-time *Proc. Roy. Soc. (London)*, 1962, **A 270**, pp. 103–126. https://doi.org/10.1098/rspa.1962.0206

11. Baranov A.M. Transformation of spaces' types under the action of Lorents group generations. *Transactions of IV Soviet grav. confer.*, Minsk. 1976, pp. 200–202. (in Russian)

12. Baranov A.M. Weak gravitational fields and classification of spaces by Petrov. *UDN, Moscow, 1976. Deposietd in VINITI AS USSR*, Dep.13.07-1976, no. 2627-76. (in Russian)

13. Plebański J. The algebraic structure of the tensor of matter. *Acta Phisica Polonica*, 1964, **26**, pp. 965–1020.

Авторы

Баранов Александр Михайлович, д.ф.-м.н., профессор, кафедра физики и методики обучения физике, ФГБОУ ВПО Красноярский государственный педагогический университет им.В.П.Астафьева (КГПУ), ул. Ады Лебедевой, 89, г. Красноярск, 660049, Россия
E-mail: alex_m_bar@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Баранов А. М. Слабые гравитационные волны и классификация Петрова. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия.* 2022. № 38. С. 4—12.

Authors

Baranov Alexandre Mikhailovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department "Physics and Methods of Physics Training", Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P.Astafyev, 89 Ada Lebedeva St., Krasnoyarsk, 660049, Russia
E-mail: alex_m_bar@mail.ru

Please cite this article in English as:

Baranov A. M. Weak gravitational waves and Petrov classification. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2022, no. 38, pp. 4–12.