

**ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МЕТОДОВ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ НАУКИ****\*\*\***

УДК 533.951, 550.385

© Смолин С. В., 2019

**ПРЕДСКАЗАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ЭФФЕКТА ДЛЯ АНИЗОТРОПИИ ПИТЧ-УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ НА ГЕОСТАЦИОНАРНОЙ ОРБИТЕ**Смолин С. В.<sup>a,1</sup><sup>a</sup> Сибирский федеральный университет (СФУ), г. Красноярск, 660041, Россия

Предложена новая феноменологическая модель предсказания динамики перпендикулярного индекса анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц на геостационарной (геосинхронной) орбите (ГСО) в магнитосфере Земли, а также на любой круговой орбите в зависимости от местного времени LT на орбите и  $Kp$  - индекса геомагнитной активности. Проведено сравнение модели на качественном физическом уровне с многочисленными экспериментальными данными, полученными с 1999 г. по 2007 г. Доказано, что общая аналитическая зависимость перпендикулярного индекса анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц на ГСО, полученная в первом приближении, может быть использована (особенно для магнитоспокойных условий) для количественных прогнозов и сравнений с экспериментальными данными на ГСО после привлечения соответствующих эффективных поперечных сечений перезарядки и кулоновских столкновений для электронов, протонов и ионов. Получено для предложенной математической модели, что половина ширины общей аналитической зависимости от местного времени LT на орбите  $\delta_{LT} = 6$  ч LT (когда  $Kp \approx \text{const}$ , например, в течение одних суток) есть величина постоянная и не зависящая от  $Kp$  - индекса. Теоретически предсказан нелинейный эффект для разности между максимальным значением перпендикулярного индекса анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц (в местный полдень LT = 12 ч) и минимальным значением перпендикулярного индекса анизотропии (в местную полночь LT = 0 ч) на ГСО от  $Kp$  - индекса геомагнитной активности. Нелинейный эффект для анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц будет, вероятно, в той или иной степени и на других радиальных расстояниях от Земли.

*Ключевые слова:* магнитосфера Земли, геостационарная орбита, моделирование анизотропии, предсказание нелинейного эффекта, новая модель.

**PREDICTION OF NONLINEAR EFFECT FOR ANISOTROPY OF CHARGED PARTICLE PITCH ANGLE DISTRIBUTION AT GEOSTATIONARY ORBIT**Smolin S. V.<sup>a,1</sup><sup>a</sup> Siberian Federal University (SFU), Krasnoyarsk, 660041, Russia

The new phenomenological model of a dynamics prediction of perpendicular anisotropy index of charged particle pitch angle distribution at geostationary (geosynchronous) orbit (GEO) in the Earth's magnetosphere, and also in any circular orbit depending on local time LT in an orbit and the geomagnetic activity index  $Kp$  is offered. Comparison of model at a qualitative physical level with the numerous experimental data received from 1999 to 2007 is lead. It is proved, that the general analytical dependence of perpendicular anisotropy index of charged particle pitch angle distribution on GEO received as a first approximation can be used (especially for conditions

---

<sup>1</sup>E-mail: smolinsv@inbox.ru

of magnetically quiet time) for quantitative forecasts and comparisons with experimental data on GEO after attraction of corresponding effective cross-sections for charge exchange and Coulomb collisions for electrons, protons and ions. It is received for the offered mathematical model, that half of width of the general analytical dependence on local time LT in an orbit  $\delta_{LT} = 6$  h LT (when  $Kp \approx \text{const}$ , for example, within one day) is constant and not dependent on the  $Kp$ -index. The nonlinear effect is theoretically predicted for a difference between the maximal value of perpendicular anisotropy index of charged particle pitch angle distribution (in local midday LT = 12 h) and the minimal value of perpendicular anisotropy index (in local midnight LT = 0 h) on GEO from  $Kp$ -index of geomagnetic activity. The nonlinear effect for anisotropy of charged particle pitch angle distribution will be, possibly, to some extent and on other radial distances from the Earth.

*Keywords:* the Earth's magnetosphere, geostationary orbit, modeling of anisotropy, prediction of nonlinear effect, new model.

PACS: 52.65.-y, 94.30.-d

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2019.3.88-97

## Введение

Геостационарная орбита (ГСО) космического аппарата расположена в плоскости географического экватора на расстоянии около 36 тыс. км от поверхности Земли в области внешнего естественного радиационного пояса Земли (ЕРПЗ). Это соответствует магнитной оболочке  $L \approx 6,6$  ( $L$  – параметр Мак-Илвейна). В плоскости геомагнитного экватора магнитная оболочка  $L$  удалена от центра Земли на расстояние равное  $LR_E$ , где  $R_E$  – средний радиус Земли.

Питч-угловое распределение заряженных частиц, т.е. зависимость дифференциального потока частиц  $j$  от локального питч-угла частиц  $\alpha$  в диапазоне от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ , – это важная характеристика заряженных частиц в пространстве скоростей в магнитосфере Земли, в частности для радиационных поясов, кольцевого тока и геостационарной орбиты.

Питч-угловые распределения типа “бабочка” (англ. “butterfly”) – это такие распределения, у которых для питч-угла  $90^\circ$  наблюдается локальный минимум, а симметрично от него слева и справа – два одинаковых по величине максимума. Значительно чаще встречаются нормальные (англ. “normal or pancake”) питч-угловые распределения, так называемые потому, что максимальные потоки в этом случае для питч-угла  $90^\circ$ . Другие типичные питч-угловые распределения следующие: изотропные или плосковершинные (англ. “isotropic or flattop”) и типа “голова и плечи” (англ. “head and shoulders or cap”).

В монографии [1] для описания всех встречающихся в магнитосфере питч-угловых распределений было предложено для использования следующее распределение

$$j(\alpha) = j_{\perp} \sin^{\gamma(\alpha)} \alpha, \quad (1)$$

где  $j_{\perp}$  – перпендикулярный дифференциальный поток заряженных частиц ( $\alpha = 90^\circ$ ).

Уравнение (1) отличается от общепринятого тем, что индекс анизотропии (или показатель) питч-углового распределения не есть постоянная величина ( $\gamma = \text{const}$ ), а является функцией от  $\alpha$  ( $\gamma = \gamma(\alpha)$ ).

Для диапазона питч-углов  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$   $\gamma(\alpha)$  можно найти по формуле

$$\gamma(\alpha) = \frac{\lg j(\alpha) - \lg j_{\perp}}{\lg \sin \alpha}. \quad (2)$$

Для  $\alpha = 90^\circ$  уравнение (2) дает отношение  $0/0$ , поэтому находим предел  $\gamma$  при  $\alpha \rightarrow 90^\circ$ , используя правило Лопиталя,

$$\gamma_{\perp} = -\frac{1}{j_{\perp}} \left( \frac{d^2 j}{d\alpha^2} \right)_{\perp}. \quad (3)$$

При проведении практических расчетов для  $\gamma_{\perp}$  хорошим приближением является следующая формула

$$\gamma_{\perp} \cong \gamma(87^{\circ}) = \frac{\lg j(87^{\circ}) - \lg j_{\perp}}{\lg \sin 87^{\circ}}. \quad (4)$$

Перпендикулярный индекс анизотропии (показатель) питч-углового распределения  $\gamma_{\perp}$ , представленный в общем виде формулой (3), является точным индикатором типа питч-углового распределения и в этом его большая ценность. Конкретно, если питч-угловые распределения нормальные или типа “голова и плечи”, то вторая производная по  $\alpha$  от дифференциального потока частиц для питч-угла  $90^{\circ}$  меньше 0, поэтому с учетом того, что всегда  $j_{\perp} > 0$ , из (3) получаем  $\gamma_{\perp} > 0$ . Если  $\gamma_{\perp} = 0$ , это уже будет соответствовать изотропному или плосковершинному питч-угловому распределению. И наконец, питч-угловые распределения типа “бабочка”. В этом случае вторая производная по  $\alpha$  от дифференциального потока частиц для питч-угла  $90^{\circ}$  больше 0 и поэтому из (3) получаем  $\gamma_{\perp} < 0$ . Такое представление (3) является точным при определении момента появления питч-углового распределения типа “бабочка”. В отличие, например, от общепринятого, когда определяется некое среднее значение  $\gamma = \text{const}$  для почти всего диапазона питч-углов (от  $0^{\circ}$  до  $180^{\circ}$ ) и при этом игнорируются очень маленькие положительные, а иногда даже маленькие отрицательные значения  $\gamma_{\perp}$ .

Из представленного следует, что математическая модель для анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц должна описывать все четыре типа питч-угловых распределений вместе с их вариациями.

Литература по питч-угловым распределениям заряженных частиц и анизотропии питч-угловых распределений обширна. Например, моделирование питч-углового распределения на дневной стороне магнитосферы Земли рассматривалось в [2], а на ночной стороне магнитосферы - в [3]. В работе [4] была предложена двумерная феноменологическая модель динамики кольцевого тока в магнитосфере Земли (PheMRC 2-D). В этих трех работах численно решалось уравнение питч-угловой диффузии в диапазоне питч-углов от  $0^{\circ}$  до  $180^{\circ}$  и поэтому только численно определялся перпендикулярный ( $\alpha = 90^{\circ}$ ) индекс анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц (протонов). В [5] был представлен статистический анализ питч-углового распределения энергичных электронов радиационного пояса около геостационарной орбиты: наблюдения спутника CRRES с определением индекса анизотропии питч-угловых распределений. Обзор анизотропии внешнего электронного радиационного пояса во время магнитных бурь, управляемых высокоскоростным потоком частиц солнечного ветра представлен в [6]. Эмпирическая модель питч-угловых распределений для энергичных электронов (REPAD) во внешнем радиационном поясе Земли была предложена в [7]. В [8] подробно рассмотрено статистическое измерение количества питч-углового рассеяния, которому подвергаются энергичные электроны, когда они дрейфуют поперек плазмосферного “пера” стока (англ. “plasmapheric drainage plume”) на геосинхронной (геостационарной) орбите. Статистика и поведение протонного и электронного радиационных поясов во время магнитных бурь, управляемых высокоскоростным потоком частиц солнечного ветра, на геосинхронной орбите представлены в [9]. В [10] определен состав ионов внутренней магнитосферы как функции энергии и магнитного местного времени для полного солнечного цикла с 2001 г. по 2013 г. с указанием индекса анизотропии. А в [11] предложена другая эмпирическая модель питч-угловых распределений электронов радиационных поясов, основанная на измерениях зондов Ван Аллена, с примерами разных типичных питч-угловых распределений. Из всего обзора за последние годы видно, что статистические и эмпирические модели анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц есть, а аналитических математических моделей, основанных на физике и описывающих индекс анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц, вероятно, нет.

Поэтому целью данной работы является математическое моделирование индекса анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц на геостационарной (геосинхронной) орбите в магнитосфере Земли в виде: 1) новой математической модели, основанной на физике и описывающей

вающей перпендикулярный индекс анизотропии пичч-углового распределения заряженных частиц на ГСО в зависимости от местного времени LT на ГСО и  $Kp$  – индекса геомагнитной активности и 2) анализа следствий предложенной аналитической модели.

### 1. Математическая модель

В первом приближении зависимость перпендикулярного индекса анизотропии пичч-углового распределения заряженных частиц от времени  $\gamma_{\perp}(t)$  найдем из уравнения

$$\frac{d\gamma_{\perp}}{dt} = \frac{d\gamma_{\perp}}{dL} \frac{dL}{dt}. \quad (5)$$

Для вычисления  $d\gamma_{\perp}/dL$  используем [12, 13] для приближенного описания

$$\gamma_{\perp} = k_{\gamma} 73,75 \frac{(Q\sqrt{E})^{0,613}}{L^{2,74}}, \quad (6)$$

где размерность  $Q$  – в единицах  $10^{-19}$  [м<sup>2</sup>], а размерность энергии  $E$  – в [кэВ]. Безразмерный коэффициент  $k_{\gamma}$  отсутствует в [12, 13], но здесь он вводится в (6) для наилучшего согласия при сравнении с конкретными экспериментальными данными.

Для примера возьмем эффективное сечение перезарядки нейтрального водорода и протона  $Q$ , которое аппроксимируется выражением

$$Q = 3,27 \left(\frac{E}{E_0}\right)^{1/2} \exp\left(-\left(\frac{E}{E_0}\right)^{1/2}\right), \quad (7)$$

где  $E_0 = 1,76$  кэВ.

Сравнение (7) с экспериментальными величинами, как это представлено в работе [14], показывает превосходное согласие для энергий ниже 300 кэВ. Для больших энергий спад эффективного сечения уменьшается быстрее, чем предсказано (7).

При проведении численных расчетов будем полагать в уравнении (5), что  $dL/dt \approx \langle dL/dt \rangle$ . Тогда баунс-усредненная радиальная дрейфовая скорость движения заряженных частиц в магнитосфере Земли будет определена, например для дипольного магнитного поля Земли, так [15, 1]:

$$\left\langle \frac{dL}{dt} \right\rangle = -\Omega \frac{\phi_2}{\phi_0} L^4 \cos \phi, \quad (8)$$

где  $t$  – время;  $\phi$  – азимутальный угол (местное время LT = 0 ч в полночь) или геомагнитная восточная долгота в плоскости магнитного экватора;  $\Omega = \frac{2\pi}{24}$  – угловая скорость вращения Земли в 1/ч;  $\phi_0 = 92$  кВ; а зависимость  $\phi_2$ , измеренная в кВ, от геомагнитной активности, т.е. от  $Kp \equiv Kp(t)$  – индекса, определяется по формуле [16]

$$\phi_2 = \frac{0,045}{(1 - 0,16Kp + 0,01Kp^2)^3}. \quad (9)$$

Тогда уравнение (5) с учетом (8) записывается следующим образом

$$\frac{d\gamma_{\perp}}{dt} + \frac{d\gamma_{\perp}}{dL} \frac{\Omega \phi_2(t) L^4(t) \cos \phi(t)}{\phi_0} = 0. \quad (10)$$

Теперь к уравнению (10) можно добавить уравнения, описывающие траекторию движения космического аппарата (КА) в гравитационном поле Земли. Но будет еще проще, если задать траекторию КА в параметрическом виде. В этом случае для ГСО (аналогично для любой круговой орбиты) получаем

$$L(t) = 6,6; \quad \phi(t) = \Omega t + \varphi, \quad (11)$$

где  $\varphi = \text{const}$  будет определяться из сопоставления с экспериментальными данными на ГСО, а  $t$  - это уже местное время (local time) ЛТ вдоль ГСО.

В дальнейшем, для КА с любой круговой орбитой или с эллиптической орбитой движения такую замену в (10) можно будет делать аналогично (11).

Уравнения (10), (11) представляют общую формулировку феноменологической модели предсказания динамики перпендикулярного индекса анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц на геостационарной (геосинхронной) орбите в магнитосфере Земли.

В итоге, используя (6), (7), (9) - (11), получаем для  $E = \text{const}$ ,  $Kp = \text{const}$ ,  $L = \text{const}$

$$\frac{d\gamma_{\perp}}{dt} = A\Omega \cos(\Omega t + \varphi), \quad (12)$$

где

$$A = k_{\gamma} 202,075 \left( Q\sqrt{E} \right)^{0,613} \frac{\phi_2}{\phi_0} L^{0,26}. \quad (13)$$

Тогда аналитическое решение дифференциального уравнения (12), (13) будет иметь вид

$$\gamma_{\perp}(t) = A[\sin(\Omega t + \varphi) - \sin \varphi] + \gamma_{\perp 0}, \quad (14)$$

где  $\gamma_{\perp 0}$  - это индекс анизотропии (показатель) питч-углового распределения заряженных частиц, взятый для питч-угла  $90^\circ$  и в момент местного времени  $t = 0$  ч ЛТ.

Если  $Kp(t) \neq \text{const}$  и (9)  $\phi_2(t) \neq \text{const}$  (зависимость от  $t$  может быть сложной), получим, используя (13), величину  $A^*$

$$A^* = k_{\gamma} 202,075 \left( Q\sqrt{E} \right)^{0,613} \frac{L^{0,26}}{\phi_0} \quad (15)$$

и следующую общую формулу для модельных (прогнозных) расчетов  $\gamma_{\perp}(t)$  на ГСО и на любой круговой орбите КА

$$\gamma_{\perp}(t) = A^* \Omega \int_0^t \phi_2(t) \cos(\Omega t + \varphi) dt + \gamma_{\perp 0}. \quad (16)$$

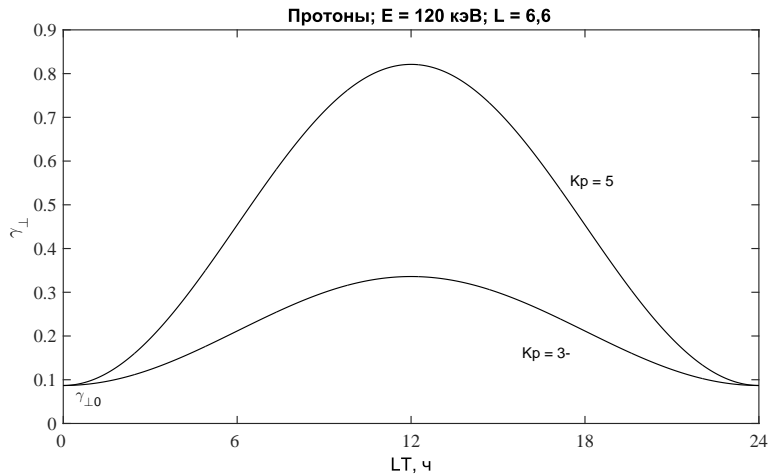
## 2. Экспериментальные данные и расчеты

Для определения на геостационарной (геосинхронной) орбите конкретной величины  $\varphi = \text{const}$  используем сопоставление с многочисленными экспериментальными данными, полученными с 1999 г. по 2007 г. [8] на ГСО. Сравнение будет произведено только на качественном физическом уровне, так как в [8] по-другому количественно определялась питч-угловая анизотропия (в виде отношения двух средних величин) внешнего радиационного пояса Земли в области ГСО, но для очень большого количества экспериментальных данных. В результате, находим для модельного максимума  $\gamma_{\perp}(t)$  (14) в 1200 ЛТ, что величина  $\varphi = 3\pi/2$ . Отсюда получается окончательная аналитическая зависимость для перпендикулярного индекса анизотропии (показателя) питч-углового распределения заряженных частиц на ГСО, когда  $Kp \approx \text{const}$ , например, в течение одних суток

$$\gamma_{\perp}(t) = A \left[ \sin \left( \Omega t + \frac{3\pi}{2} \right) + 1 \right] + \gamma_{\perp 0} \equiv 2A \sin^2 \left( \frac{\Omega}{2} t \right) + \gamma_{\perp 0}, \quad (17)$$

где  $\Omega = \frac{2\pi}{24}$  - угловая скорость вращения Земли в 1/ч, а  $t$  - это местное время ЛТ вдоль ГСО в часах.

Чтобы сравнить общую зависимость от местного времени  $\gamma_{\perp}(t)$  (17), (13) с экспериментальными данными для электронов с энергией  $E = 120$  кэВ ([8] рис. 8) на ГСО, произведем тестовые (модельные) расчеты для протонов (из-за наличия эффективного сечения перезарядки (7)) с энергией  $E = 120$  кэВ,  $k_{\gamma} = 1$  (в упрощенном варианте) (6), для  $Kp = 3$ - (или  $Kp = 2,66$ ) и  $Kp = 5$



**Рис. 1.** Тестовые (модельные) аналитические зависимости перпендикулярного индекса анизотропии пичч-углового распределения протонов с энергией 120 кэВ,  $k_{\gamma} = 1$  на ГСО  $\gamma_{\perp}(t)$  (17), (13) от местного времени LT и  $Kp$  – индекса геомагнитной активности. Для нижней кривой  $Kp = 3-$ , а для верхней кривой  $Kp = 5$ .

(13), (9). При этом  $\gamma_{\perp 0} = 0,0868$  (6), (7), когда  $t = 0$  ч LT. Результаты расчетов представлены на рис. 1.

Для индекса геомагнитной активности  $Kp = 3-$  при сравнении на качественном физическом уровне получено очень хорошее соответствие, так как по многочисленным данным ([8] рис. 8) кривые для меньших  $Kp = 2-3$  приблизительно симметричны относительно местного полудня с максимальной анизотропией приблизительно в полдень. Однако, при более высоких  $Kp = 4-5,7$  ([8] рис. 8) кривые очень асимметричны относительно полудня с анизотропиями сильнее в утреннем секторе, чем в послеполуденном секторе. Тогда как модельная кривая  $\gamma_{\perp}(t)$  (17), (13) для  $Kp = 5$  (и для  $Kp = 3-$ ) на рис. 1 строго симметрична относительно местного полудня с максимальной величиной  $\gamma_{\perp}(t)$  в полдень. Это расхождение с экспериментом на качественном физическом уровне связано с тем, что величина  $\gamma_{\perp}(t)$  определена только в первом приближении. С другой стороны на рис. 1 модельная кривая для  $Kp = 5$  выше кривой для  $Kp = 3-$ , что в целом соответствует экспериментальным данным ([8] рис. 8). Таким образом, общая аналитическая зависимость перпендикулярного индекса анизотропии (показателя) пичч-углового распределения заряженных частиц на ГСО  $\gamma_{\perp}(t)$  (17), (13), полученная в первом приближении, может быть использована (особенно для магнитоспокойных условий) для количественных прогнозов и сравнений с экспериментальными данными на ГСО после привлечения соответствующих эффективных сечений перезарядки и кулоновских столкновений для электронов, протонов и ионов.

Используя аналитическую зависимость для перпендикулярного индекса анизотропии (показателя) пичч-углового распределения заряженных частиц на ГСО от местного времени LT вдоль ГСО  $\gamma_{\perp}(t)$  (17), можно определить половину ширины  $\delta_{LT}$  от такого распределения. Для этого под шириной распределения (17) будем понимать “расстояние” между местными временами LT вдоль ГСО ( $t_1$  и  $t_2$ ), соответствующими “половине”  $\gamma_{\perp}(t)$ , т.е. среднему арифметическому значению двух величин: минимума  $\gamma_{\perp}(0) \equiv \gamma_{\perp 0}$  (в полночь) и максимума  $\gamma_{\perp}(12)$  (в полдень). Сформулировано по аналогии с гауссовым распределением, когда шириной гауссовой линии называется расстояние между частотами, соответствующими половине максимальной интенсивности.

Сначала получаем следующее уравнение

$$\frac{\gamma_{\perp 0} + 2A + \gamma_{\perp 0}}{2} = A \left[ \sin \left( \Omega t + \frac{3\pi}{2} \right) + 1 \right] + \gamma_{\perp 0}, \quad (18)$$

а после упрощения – уравнение

$$\sin\left(\Omega t + \frac{3\pi}{2}\right) = 0. \quad (19)$$

Тогда местные времена вдоль ГСО  $t_1$  и  $t_2$  находятся как корни уравнения (19) в часах LT

$$t_1 = 6, \quad t_2 = 18. \quad (20)$$

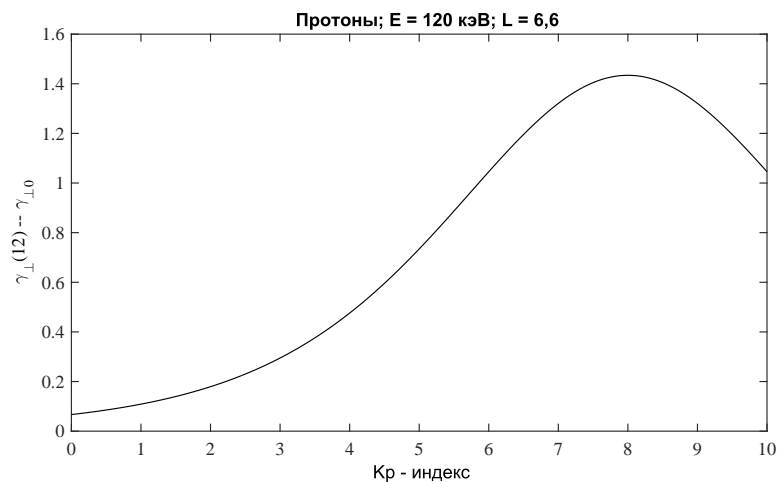
Отсюда следует, что половина ширины распределения (17)  $\delta_{LT} = 6$  ч LT, когда  $Kp \approx \text{const}$ , например, в течение одних суток (рис. 1).

Таким образом, получено для математической модели, основанной на физике и описывающей перпендикулярный индекс анизотропии пичч-углового распределения заряженных частиц на ГСО в зависимости от местного времени LT на ГСО и  $Kp$  – индекса геомагнитной активности (17), (13), что половина ширины (17) есть величина постоянная и не зависящая от  $Kp$  – индекса. Т.е. в рамках первого приближения это “инвариант” (на будущее возможный или приближенный при каких-то условиях), не зависящий от  $A$  (13), что в дальнейшем заслуживает дополнительного уточнения.

Далее, для ГСО найдем модельную (прогнозируемую) разницу между максимальным значением  $\gamma_{\perp}(12)$  (в полдень) и минимальным значением  $\gamma_{\perp}(0) \equiv \gamma_{\perp 0}$  (в полночь) в зависимости от  $Kp$  индекса геомагнитной активности, используя для этого (17), (13), (7) и (9). В результате получается следующее простое уравнение

$$\gamma_{\perp}(12) - \gamma_{\perp 0} = 2A. \quad (21)$$

Для примера проведем тестовый (модельный) расчет для протонов с энергией  $E = 120$  кэВ на ГСО и  $k_{\gamma} = 1$  (13), (7), (9) (т.е. в упрощенном варианте). Таким образом, получается интересная нелинейная зависимость (21), если примерно в течение одних суток  $Kp = \text{const}$  или  $Kp \approx \text{const}$ , которая представлена на рис. 2.



**Рис. 2.** Тестовая (модельная) аналитическая зависимость разности перпендикулярных индексов анизотропии пичч-углового распределения протонов с энергией 120 кэВ,  $k_{\gamma} = 1$  на ГСО  $\gamma_{\perp}(12) - \gamma_{\perp 0}$  (21), (13) от  $Kp$  – индекса геомагнитной активности.

При этом надо заметить, что правая часть уравнения (21) зависит не только от  $Kp$  – индекса геомагнитной активности, но и от энергии заряженной частицы и от величины эффективного сечения перезарядки (13). Поэтому разность (21) будет меняться количественно в зависимости от величин параметров в формуле (13), но на качественном физическом уровне нелинейная зависимость (21) от  $Kp$  не изменится. На рис. 2 для нелинейной зависимости (21) наблюдается строгая симметрия от  $Kp = 6$  до  $Kp = 10$  с максимумом разности  $\gamma_{\perp}(12) - \gamma_{\perp 0}$  в 1,434 (это теоретический

предел для примера) при  $Kp = 8$ . Такое теоретическое предсказание, в общем, необходимо проверить в дальнейшем по соответствующим экспериментальным данным. И еще, в уравнении (21) величина  $A$  (13) определена пока в первом приближении, но в будущем  $A$  можно находить и уточнять по экспериментальным данным, используя уравнение (21), что будет, наверно, значительно проще.

Таким образом, полученную нелинейную зависимость (21) можно рассматривать как теоретическое предсказание нелинейного эффекта для разности между максимальным значением перпендикулярного индекса анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц  $\gamma_{\perp}(12)$  (в полдень) и минимальным значением перпендикулярного индекса анизотропии  $\gamma_{\perp}(0) \equiv \gamma_{\perp 0}$  (в полночь) на ГСО ( $L \approx 6,6$ ) от  $Kp$  – индекса геомагнитной активности.

Представленный нелинейный эффект для анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц (21), (13) будет, вероятно, в той или иной степени и на других радиальных расстояниях от Земли, т.е. при других значениях параметра Мак-Илвейна  $L$ .

## Заключение

Предложена новая феноменологическая модель предсказания динамики перпендикулярного индекса анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц на геостационарной (геосинхронной) орбите (ГСО) в магнитосфере Земли, а также на любой круговой орбите в зависимости от местного времени LT на орбите и  $Kp$  – индекса геомагнитной активности.

Проведено сравнение модели на качественном физическом уровне с многочисленными экспериментальными данными, полученными с 1999 г. по 2007 г. Доказано, что общая аналитическая зависимость перпендикулярного индекса анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц на ГСО, полученная в первом приближении, может быть использована (особенно для магнитоспокойных условий) для количественных прогнозов и сравнений с экспериментальными данными на ГСО после привлечения соответствующих эффективных поперечных сечений перезарядки и кулоновских столкновений для электронов, протонов и ионов.

Получено для предложенной математической модели, что половина ширины общей аналитической зависимости от местного времени LT на орбите  $\delta_{LT} = 6$  ч LT (когда  $Kp \approx \text{const}$ , например, в течение одних суток) есть величина постоянная и не зависящая от  $Kp$  – индекса.

Теоретически предсказан нелинейный эффект для разности между максимальным значением перпендикулярного индекса анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц (в местный полдень LT = 12 ч) и минимальным значением перпендикулярного индекса анизотропии (в местную полночь LT = 0 ч) на ГСО от  $Kp$  – индекса геомагнитной активности.

Нелинейный эффект для анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц будет, вероятно, в той или иной степени и на других радиальных расстояниях от Земли.

## Список литературы

1. Смолин С.В. Моделирование питч-угловой диффузии в магнитосфере Земли. Красноярск: редакционно-издательское предприятие “Либра”, 1996. 205 с.
2. Смолин С.В. Моделирование питч-углового распределения на дневной стороне магнитосферы Земли // Журнал Сиб. Федерал. Унив. Сер. Мат. Физ. 2012. Т. 5. №. 2. С. 269–275.
3. Smolin S.V. Modeling the pitch angle distribution on the nightside of the Earth's magnetosphere. *Geomagnetism and Aeronomy*. 2015; vol. 55. № 2. Pp. 166–173.
4. Smolin S.V. Two-dimensional phenomenological model of ring current dynamics in the Earth's magnetosphere. *Geomagnetism and Aeronomy*. 2019; vol. 59. № 1. Pp. 27–34.
5. Gu X., Zhao Z., Ni B., Shprits Y., Zhou C. Statistical analysis of pitch angle distribution of radiation belt energetic electrons near the geostationary orbit: CRRES observations. *J. Geophys. Res.* 2011; vol. 116. A01208. doi: 10.1029/2010JA016052.



6. Borovsky J.E., Denton M.H. A survey of the anisotropy of the outer electron radiation belt during high-speed-stream-driven storms. *J. Geophys. Res.* 2011; vol. 116. A05201. doi: 10.1029/2010JA016151.
7. Chen Y., Friedel R.H.W., Henderson M.G., Claudepierre S.G., Morley S.K., Spence H. REPAD: An empirical model of pitch angle distributions for energetic electrons in the Earth's outer radiation belt. *J. Geophys. Res.* 2014; vol. 119. Pp. 1693–1708. doi: 10.1002/2013JA019431.
8. Borovsky J.E., Friedel R.H.W., Denton M.H. Statistically measuring the amount of pitch angle scattering that energetic electrons undergo as they drift across the plasmaspheric drainage plume at geosynchronous orbit. *J. Geophys. Res.* 2014; vol. 119. Pp. 1814–1826. doi: 10.1002/2013JA019310.
9. Borovsky J.E., Cayton T.E., Denton M.H., Belian R.D., Christensen R.A., Ingraham J.C. The proton and electron radiation belts at geosynchronous orbit: Statistics and behavior during high-speed stream-driven storms. *J. Geophys. Res.* 2016; vol. 121. Pp. 5449–5488. doi: 10.1002/2016JA022520.
10. Kistler L.M., Mouikis C.G. The inner magnetosphere ion composition and local time distribution over a solar cycle. *J. Geophys. Res.* 2016; vol. 121. Pp. 2009–2032. doi: 10.1002/2015JA021883.
11. Zhao H., Friedel R.H.W., Chen Y., Reeves G.D., Baker D.N., Li X., et al. An empirical model of radiation belt electron pitch angle distributions based on Van Allen probes measurements. *J. Geophys. Res.* 2018; vol. 123. Pp. 3493–3511. doi: 10.1029/2018JA025277.
12. Fok M.-C., Moore T.E., Kozyra J.U., Ho G.C., Hamilton D.C. Three-dimensional ring current decay model. *J. Geophys. Res.* 1995; vol. 100. Pp. 9619–9632.
13. Fok M.-C., Moore T.E., Greenspan M.E. Ring current development during storm main phase. *J. Geophys. Res.* 1996; vol. 101. №. A7. Pp. 15311–15322.
14. Smith P.H., Bewtra N.K. Charge exchange lifetimes for ring current ions. *Space Sci. Rev.* 1978; vol. 22. Pp. 301–305.
15. Смолин С.В. Влияние пичч-углового распределения на плазменные процессы в ночной магнитосфере // Геомагнетизм и аэронавигация. 1993. Т. 33. № 5. С. 17–25.
16. Nishida A. Geomagnetic diagnosis of the magnetosphere. N.Y.: Springer-Verlag, 1978. 301 p.

## References

1. Smolin S.V. *Modeling of pitch angle diffusion in the Earth's magnetosphere*. Krasnoyarsk: Libra Publ., 1996. 205 p. (in Russian)
2. Smolin S.V. Modeling of pitch angle distribution on the dayside of the Earth's magnetosphere. *Zh. Sib. Federal. Univ., Ser. Mat. Fiz.*, 2012, vol. 5, no. 2, pp. 269–275. (in Russian)
3. Smolin S.V. Modeling the pitch angle distribution on the nightside of the Earth's magnetosphere. *Geomagnetism and Aeronomy*, 2015, vol. 55, no. 2, pp. 166–173.
4. Smolin S.V. Two-dimensional phenomenological model of ring current dynamics in the Earth's magnetosphere. *Geomagnetism and Aeronomy*, 2019, vol. 59, no. 1, pp. 27–34.
5. Gu X., Zhao Z., Ni B., Shprits Y., Zhou C. Statistical analysis of pitch angle distribution of radiation belt energetic electrons near the geostationary orbit: CRRES observations. *J. Geophys. Res.*, 2011, vol. 116, A01208, doi: 10.1029/2010JA016052.
6. Borovsky J.E., Denton M.H. A survey of the anisotropy of the outer electron radiation belt during high-speed-stream-driven storms. *J. Geophys. Res.*, 2011, vol. 116, A05201, doi: 10.1029/2010JA016151.
7. Chen Y., Friedel R.H.W., Henderson M.G., Claudepierre S.G., Morley S.K., Spence H. REPAD: An empirical model of pitch angle distributions for energetic electrons in the Earth's outer radiation belt. *J. Geophys. Res.*, 2014, vol. 119, pp. 1693–1708, doi: 10.1002/2013JA019431.
8. Borovsky J.E., Friedel R.H.W., Denton M.H. Statistically measuring the amount of pitch angle scattering that energetic electrons undergo as they drift across the plasmaspheric drainage plume at geosynchronous orbit. *J. Geophys. Res.*, 2014, vol. 119, pp. 1814–1826, doi: 10.1002/2013JA019310.
9. Borovsky J.E., Cayton T.E., Denton M.H., Belian R.D., Christensen R.A., Ingraham J.C. The proton and electron radiation belts at geosynchronous orbit: Statistics and behavior during high-speed stream-driven storms. *J. Geophys. Res.*, 2016, vol. 121, pp. 5449–5488, doi: 10.1002/2016JA022520.
10. Kistler L.M., Mouikis C.G. The inner magnetosphere ion composition and local time distribution over a solar cycle. *J. Geophys. Res.*, 2016, vol. 121, pp. 2009–2032, doi: 10.1002/2015JA021883.

11. Zhao H., Friedel R.H.W., Chen Y., Reeves G.D., Baker D.N., Li X., et al. An empirical model of radiation belt electron pitch angle distributions based on Van Allen probes measurements. *J. Geophys. Res.*, 2018, vol. 123, pp. 3493–3511, doi: 10.1029/2018JA025277.
12. Fok M.-C., Moore T.E., Kozyra J.U., Ho G.C., Hamilton D.C. Three-dimensional ring current decay model. *J. Geophys. Res.*, 1995, vol. 100, pp. 9619–9632.
13. Fok M.-C., Moore T.E., Greenspan M.E. Ring current development during storm main phase. *J. Geophys. Res.*, 1996, vol. 101, no. A7, pp. 15311–15322.
14. Smith P.H., Bewtra N.K. Charge exchange lifetimes for ring current ions. *Space Sci. Rev.*, 1978, vol. 22, pp. 301–305.
15. Smolin S.V. Influence of pitch angle distribution on plasma processes in the night magnetosphere. *Geomagnetism and Aeronomy*, 1993, vol. 33, no. 5, pp. 17–25. (in Russian)
16. Nishida A. *Geomagnetic diagnosis of the magnetosphere*. N.Y.: Springer-Verlag, 1978. 301 p.

## Авторы

**Смолин Сергей Викторович**, к.ф.-м.н., доцент, Сибирский федеральный университет (СФУ), проспект Свободный, д. 79, г. Красноярск, 660041, Россия.

E-mail: smolinsv@inbox.ru

## Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Смолин С. В. Предсказание нелинейного эффекта для анизотропии питч-углового распределения заряженных частиц на геостационарной орбите // *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2019. № 3. С. 88–97.

## Authors

**Smolin Sergei Viktorovich**, Ph.D., Associate Professor, Siberian Federal University (SFU), Svobodny av., 79, Krasnoyarsk, 660041, Russia.

E-mail: smolinsv@inbox.ru

## Please cite this article in English as:

Smolin S. V. Prediction of nonlinear effect for anisotropy of charged particle pitch angle distribution at geostationary orbit. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2019, no. 3, pp. 88–97.