

ГРАВИТАЦИЯ, КОСМОЛОГИЯ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПОЛЯ

УДК 530.122.4, 524.85

© Брандышев П. Е., Фролов Б. Н., 2019

ИНФЛАТОН И ПОЛЕ ХИГГСА В КОНФОРМНОЙ ТЕОРИИ СУПЕРГРАВИТАЦИИ

Брандышев П. Е.^{a,1}, Фролов Б. Н.^{a,2}

^a Институт физики, технологии и информационных систем, Московский педагогический государственный университет (МПГУ), г. Москва, 119992, Россия.

Известно, что в суперсимметричных теориях поля Хиггса могут давать ненулевой вклад в энергию вакуума, поэтому они должны учитываться в космологических моделях, которые строятся в рамках теории супергравитации. Целью данной работы является построение конформно инвариантной суперсимметричной полевой модели, описывающей феномен темной энергии и включающей в себя поля Хиггса, обеспечивающие механизм спонтанного нарушения электрослабой симметрии в соответствии с экспериментальными данными, предсказанными стандартной моделью физики элементарных частиц. Было построено действие конформной супергравитации, представляющее собой конформное обобщение минимально суперсимметричной стандартной модели и описывающее взаимодействие поля Хиггса с инфлатонным полем. Исследуется современная стадия расширения Вселенной. Показано, что в данной теории может быть получено космологическое решение, согласующееся с законом Хаббла. Найдены массы всех бозонов Хиггса. Константы связи теории подбираются таким образом, чтобы значение постоянной Хаббла, а также массы и заряды всех частиц стандартной модели соответствовали данным наблюдений и экспериментов.

Ключевые слова: Конформная супергравитация, поля Хиггса, инфлатон, космологическое решение.

INFLATON AND THE HIGGS FIELD IN THE CONFORMAL THEORY OF SUPERGRAVITY

Brandyshev P. E.^{a,1}, Frolov B. N.^{a,2}

^a E.V. Shpol'skii's Department of Theoretical Physics, Institute of Physics, Technology and Informational Systems, Moscow Pedagogical State University, Moscow, 119992, Russia.

It is known that the Higgs fields can make in supersymmetric theories a nonzero contribution to the vacuum energy; therefore, they must be taken into account in cosmological models that are constructed within the framework of the theory of supergravity. The goal of this paper is to construct a conformally invariant supersymmetric field model that describes the dark energy phenomenon and includes the Higgs field, providing a mechanism for spontaneous breaking of electroweak symmetry in accordance with experimental data predicted by the standard model of particle physics. The action of conformal supergravity was constructed, which is a conformal generalization of the minimally supersymmetric standard model and describing the interaction of the Higgs field with the inflaton field. The modern stage of expansion of the Universe is investigated. It is shown that in this theory a cosmological solution can be obtained, consistent with the Hubble law. The masses of all Higgs bosons are found. The coupling constants of the theory are chosen so that the value of the Hubble constant, as well as the masses and charges of all the particles of the standard model, correspond to the data of observations and experiments.

¹E-mail: petr.brandyshev@mail.ru

²E-mail: bn.frolov@mpgu.edu, frolovbn@mail.ru

Keywords: Conformal supergravity, Higgs fields, inflaton, cosmological solution.

PACS: 12.60.Jv, 98.80.Cq

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2019.2.4-14

Введение

Согласно принятой в настоящее время точки зрения темная энергия соответствует вакууму, который является однородной средой с постоянной положительной плотностью энергии. Уравнение состояния данной среды, связывающее ее давление и плотность, имеет вид

$$p/\rho = -1 \quad (1)$$

Это равенство довольно хорошо соответствует данным наблюдений. Среда, обладающая такими свойствами, может быть описана введением космологической постоянной (Λ -члена), как было предложено Э.Б. Глинером [1], [2].

Скалярные поля могут быть представлены в виде суммы классического вакуумного среднего и квантового поля, которое при вторичном квантовании превращается в оператор. Вакуумные значения скалярных полей соответствуют минимуму их потенциала. В точке минимума потенциал может быть отличен от нуля. Вакуумные средние скалярных полей естественным образом генерируют космологическую постоянную, и поля Хиггса, вообще говоря, не являются исключением, поэтому последние тоже должны быть включены в космологическую модель. Если бы темная энергия состояла из частиц, то в процессе космологической инфляции ее плотность не оставалась бы постоянной (или почти постоянной), а убывала бы по меньшей мере обратно пропорционально кубу масштабного фактора (если речь идет о тяжелых нерелятивистских частицах). Следовательно, данная среда вероятнее всего является вакуумом. С другой стороны, если бы вакуумные значения скалярных полей зависели от точки пространства времени, то массы элементарных частиц также зависели бы от пространственно-временных координат. Такое положение тоже не может считаться вполне удовлетворительным, поэтому среднее поля Хиггса считается постоянной величиной.

Известно, что на ранней стадии инфляции имело место сверхбыстрое расширение Вселенной. В изучаемой модели такое расширение не могло быть обеспечено полем Хиггса, так как поле Хиггса дает отрицательный вклад в энергию вакуума (это будет показано далее). Следовательно, для объяснения ранней инфляции необходимо введение дополнительного скалярного поля φ , называемого инфлатоном. Однако, на современной стадии инфляции вакуумное среднее инфлатонного поля должно стремиться к нулю, так как, если бы это было не так, то оно давало бы вклад в массы элементарных частиц, а это противоречит экспериментальным данным, так как согласно стандартной модели массы частиц полностью определяются средним поля Хиггса. Таким образом, предполагается, что потенциал инфлатонного поля имеет минимум при $\varphi = 0$. С другой стороны, согласно данным наблюдений в современную эпоху космологическая постоянная имеет положительное значение, поэтому в точке минимума при $\varphi = 0$ потенциал должен быть положительным. Точное значение минимума потенциала должно соответствовать постоянной Хаббла, значение которой известно из наблюдений.

Интересно рассматривать возможности построения подобных космологических моделей именно в рамках теории супергравитации. Теория суперструн остается наиболее успешной теорией, позволяющей квантовать гравитацию. Низкоэнергетическим пределом теорий суперструн являются теории супергравитации. Поэтому разумно было бы для начала сформулировать четырехмерную теорию супергравитации, успешно описывающую инфляцию и согласующуюся с данными стандартной модели, а затем уже начинать поиски таких вариантов компактификации, которые позволяют вложить полученную модель в какую-либо из теорий суперструн. Другим преимуществом является тот факт, что в суперсимметричных теориях естественным образом появляются

подходящие кандидаты на роль частиц темной материи, так как в результате нарушения суперсимметрии возникают стабильные массивные частицы.

Проблемой является то обстоятельство, что существует слишком широкий круг таких теорий супергравитации, поэтому целесообразно ввести какие-либо разумные физические принципы, ограничивающие спектр возможных космологических моделей. Одним из таких ограничительных принципов может служить конформная инвариантность. Существуют некоторые указания на то, что такая симметрия действительно может существовать в природе, на что указывает плато Харрисона–Зельдовича (см., например, [3]), возможное существование которого является следствием гипотезы о масштабной инвариантности сверхранней Вселенной.

В любой суперсимметричной теории минимальное количество полей Хиггса, необходимое для успешной реализации механизма спонтанного нарушения электрослабой симметрии, равно пяти. Дело в том, что суперпотенциал не может содержать комплексно сопряженные поля, поэтому необходимо ввести не один изодублет полей Хиггса, а два таких изодублета, чтобы построить простейший калибровочный инвариант. В состав двух комплексных изодублетов входят восемь действительных полей. Три из них являются безмассовыми голдстоуновскими бозонами, соответствующими трем нарушенным генераторам симметрии. Эти безмассовые поля устраняются из лагранжиана за счет механизма Хиггса, и следовательно, остается пять физических скалярных полей Хиггса. Причем только один из них соответствует обнаруженному с помощью БАК нейтральному бозону Хиггса (а именно легчайший из них), а остальные четыре должны быть достаточно массивны, чтобы не вступать в противоречие с экспериментом. Одной из задач данной работы является проверка того, выполняется ли данное условие в предлагаемой модели.

1. Модель

Конформно инвариантное действие $N = 1$ супергравитации было построено, например, в [4] с помощью метода, описанного в работах [5] и [6]. Такое действие в наиболее общем виде может быть представлено следующим образом

$$S = \int d^4x \left(-\frac{1}{2} [\Sigma^* \Sigma K(\Phi^*, e^{-2V_g} \Phi)]_D + [f(\Phi) \Sigma^3]_F + \frac{1}{2} Re[W_\alpha C^{\alpha\beta} W_\beta]_F \right), \quad (1)$$

$$V_g = \sum_a g_a T_a V^a, \quad (2)$$

где Φ – мультиплет полей $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N$, реализующих представление произвольной унитарной калибровочной группы G , алгебра Ли которой определяется генераторами T_a (эрмитовыми матрицами размерности $N \times N$), V^a – векторное калибровочное суперполе, обеспечивающее локальную инвариантность относительно преобразований группы G , K – кэлера потенциал, W_α – напряженность суперполя $V = T_a V^a$, Σ – левокиральное суперполе с конформным весом 1 (компенсатор), обеспечивающее конформную инвариантность действия (все остальные поля имеют нулевой конформный вес). В компонентных полях данное действие запишется следующим образом

$$S = \int d^4x e \left[K(\phi^*, \phi) D_\mu \beta^* D^\mu \beta + (\beta D_\mu \beta^*) K^j D^\mu \phi_j + (\beta^* D_\mu \beta) D^\mu \phi^i K_j + |\beta|^2 K_j^i D^\mu \phi^j D^\mu \phi_i + \frac{1}{6} |\beta|^2 K(\phi^*, \phi) R - V_F - V_D - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a)^2 \right], \quad (3)$$

где калибровочные производные имеют стандартный вид

$$D^\mu \phi_j = \partial^\mu \phi_j - i g_a B_\mu^a (T_a)_j^i \phi_i, \quad (4)$$

$$D^\mu \beta = \partial^\mu \beta - \frac{i}{2} A_\mu \beta, \quad (5)$$

а также вводятся следующие обозначения

$$K_j^i = \frac{\partial^2 K}{\partial \phi^j \partial \phi_i}, \quad K_j = \frac{\partial K}{\partial \phi^j}, \quad K^i = \frac{\partial K}{\partial \phi_i}, \quad \phi^j = (\phi_j)^*. \quad (6)$$

Поле β – компонента низшей размерности суперполя Σ , а ϕ_i – соответствующие компоненты суперполей Φ_i , B^a – компонента низшей размерности суперполя V^a , A_μ – калибровочное поле, соответствующее киральному генератору суперконформной группы (см. [7]). Потенциалы, определяющиеся F и D - членами, имеют вид соответственно

$$V_F = |\beta|^4 K^{-1} \left(\frac{6}{\kappa^2} (f^i f_i) - 9|f|^2 + \frac{3}{2} \kappa^2 |f|^2 \phi^i \phi_i + 6 \text{Re}(f^* f^i \phi_i) \right), \quad (7)$$

$$f^i = \frac{\partial f}{\partial \phi_i}, \quad f_i = (f^i)^*, \quad (8)$$

$$V_D = \frac{1}{2} D_a D_a, \quad D_a = g_a |\beta|^2 K^j (T_a)_j^i \phi_i. \quad (9)$$

Видно, что кинетические члены скалярных полей имеют неканонический вид, соответствующий нелинейной сигма-модели. Их необходимо привести к каноническому виду. Для этой цели введем обозначение

$$\beta = \sigma e^{i\alpha}. \quad (10)$$

Учтем, что поле A_μ не является динамическим, так как не имеет кинетического члена. Следовательно, его уравнение движения является алгебраическим уравнением. Поэтому это поле можно исключить из лагранжиана, выразив его через другие поля с помощью уравнений движения и подставив обратно в лагранжиан:

$$A_\mu = 2\partial_\mu \alpha + i \left(\frac{\kappa^2}{6} \right) \left(\phi^i \partial_\mu \phi_i - \phi_i \partial_\mu \phi^i - 2i g_a B_\mu^a \phi^j (T_a)_j^i \phi_i \right). \quad (11)$$

В результате этой подстановки поле α также автоматически исключается из действия, так как это единственное поле, входящее в лагранжиан, которое изменяется под действием киральных преобразований. Помимо полей Хиггса останется только дилатонное действительное поле σ . Перейдем к модифицированному кэлеровому потенциалу с помощью стандартной формулы

$$K(\phi^*, \phi) = \exp\left(-\frac{\kappa^2 d}{6}\right). \quad (12)$$

Чтобы кинетические члены скалярных полей приняли в итоге каноническую форму, модифицированный кэлеров потенциал должен иметь следующий вид:

$$d(\phi^*, \phi) = \phi^i \phi_i. \quad (13)$$

Дилатон σ также исключается из лагранжиана с помощью вейлевских масштабных преобразований. Известно, что в результате преобразований метрического тензора,

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \Omega g_{\mu\nu}, \quad (14)$$

скалярная кривизна преобразуется следующим образом:

$$\tilde{R} = \Omega^{-1} \left[R - 3\nabla_\mu \nabla^\mu \ln \Omega - \frac{3}{2} \partial_\mu \ln \Omega \partial^\mu \ln \Omega \right]. \quad (15)$$

Наше действие содержит неминимальную связь скалярных полей с гравитацией, поэтому гравитационная постоянная является функцией скалярных полей и следовательно зависит от точки

пространства-времени. Эту зависимость необходимо устранить и перейти от действия Йордана к действию Эйнштейна. Это можно сделать с помощью преобразования

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \frac{\kappa^2 |\beta|^2 K}{3} g_{\mu\nu}, \quad (16)$$

и в результате перейти к правильному действию Эйнштейна–Гильберта, используя формулу

$$\int d^4x \left(\frac{1}{6} |\beta|^2 K e R \right) = \int d^4x \left[\frac{1}{2\kappa^2} \tilde{e} \tilde{R} - \frac{3}{4\kappa^2} \tilde{e} \partial_\mu \ln(|\beta|^2 K) \partial^\mu \ln(|\beta|^2 K) \right]. \quad (17)$$

Сделаем это, убедимся, что кинетические члены скалярных полей приобретают канонический вид:

$$S = \int d^4x e \left[-\frac{1}{2} D^\mu \phi^i D^\mu \phi_i + \frac{1}{2\kappa^2} R - V - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a)^2 \right]. \quad (18)$$

Мы видим, что дилатонное поле σ исчезло из действия. Потенциал, уже не зависящий от дилатона, имеет вид

$$V = \frac{9}{\kappa^4 |\beta|^4 K^2} [V_F + V_D]. \quad (19)$$

Для реализации механизма Хиггса вводятся два суперполя, являющиеся изодублетами $SU(2)$:

$$H_d = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix}, \quad H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Калибровочная группа имеет вид

$$G = U(1) \times SU(2). \quad (21)$$

Генераторы и константы связи запишем в виде

$$a = 0, 1, 2, 3, \quad T_0 = \frac{Y}{2}, \quad (T_1, T_2, T_3) = \vec{T} = \frac{\vec{\tau}}{2}, \quad (22)$$

$$g_0 = g', \quad g_1 = g_2 = g_3 = g,$$

где $\vec{\tau}$ – матрицы Паули (матрицы 2×2), действующие на двумерные мультиплеты (20), Y – гиперзаряд. Тогда калибровочное суперполе приобретает вид

$$V_g = \frac{Y}{2} g' V + \frac{1}{2} g \vec{\tau} \vec{V}. \quad (23)$$

Ковариантная производная примет вид

$$D_\mu \mathcal{H}_{u,d} = \left(\partial_\mu - ig' B_\mu \frac{Y_{u,d}}{2} - ig \vec{B}_\mu \frac{\vec{\tau}}{2} \right) \mathcal{H}_{u,d}. \quad (24)$$

Для того, чтобы в результате спонтанного нарушения суперсимметрии остался ненарушенным генератор электромагнитных взаимодействий

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}, \quad (25)$$

гиперзаряды необходимо положить равными

$$Y_u = 1, \quad Y_d = -1. \quad (26)$$

Суперпотенциал и модифицированный потенциал Кэлера имеют вид

$$f = \mu H_d^T \varepsilon H_u + \lambda + \eta \Phi + \rho \Phi^2, \quad (27)$$

$$d = \Phi^* \Phi + H_u^\dagger e^{-g'V - g\vec{\tau}\vec{V}} H_u + H_d^\dagger e^{g'V - g\vec{\tau}\vec{V}} H_d. \quad (28)$$

По формуле (7) вычисляем потенциал

$$V_F = |\beta|^4 K^{-1} [V_h + V_\varphi], \quad (29)$$

где введены следующие обозначения

$$\begin{aligned} V_h = & \frac{6}{\kappa^2} |\mu|^2 (\mathcal{H}_u^\dagger \mathcal{H}_u + \mathcal{H}_d^\dagger \mathcal{H}_d) - 9|\lambda|^2 + 3|\mu|^2 |\mathcal{H}_d^T \varepsilon \mathcal{H}_u|^2 \\ & - 6\text{Re}(\lambda^* \mu \mathcal{H}_d^T \varepsilon \mathcal{H}_u) + \frac{3}{2} \kappa^2 \left[|\lambda|^2 + |\mu|^2 |\mathcal{H}_d^T \varepsilon \mathcal{H}_u|^2 \right. \\ & \left. + 2\text{Re}(\lambda^* \mu \mathcal{H}_d^T \varepsilon \mathcal{H}_u) \right] (\mathcal{H}_u^\dagger \mathcal{H}_u + \mathcal{H}_d^\dagger \mathcal{H}_d), \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} V_\varphi = & \frac{6}{\kappa^2} |\eta|^2 + 3\kappa^2 (\mathcal{H}_u^\dagger \mathcal{H}_u + \mathcal{H}_d^\dagger \mathcal{H}_d) \left[\text{Re}(\lambda^* \eta \varphi) + \text{Re}(\mu \mathcal{H}_d^T \varepsilon \mathcal{H}_u \eta^* \varphi^*) \right] \\ & - 12\text{Re}(\lambda^* \eta \varphi) + \frac{12}{\kappa^2} \text{Re}(\eta^* \rho \varphi) + \mathcal{O}(\varphi^2). \end{aligned} \quad (31)$$

Также к действию необходимо добавить суперперенормируемый член, обеспечивающий мягкое нарушение суперсимметрии (см. [8]):

$$V_m = \frac{m_u^2}{2} \mathcal{H}_u^\dagger \mathcal{H}_u + \frac{m_d^2}{2} \mathcal{H}_d^\dagger \mathcal{H}_d - \text{Re}(B \mu \mathcal{H}_d^T \varepsilon \mathcal{H}_u). \quad (32)$$

2. Космологическое решение

Для простоты здесь и далее будем полагать, что все параметры вещественны. Для того, чтобы потенциал имел устойчивое положение равновесия (локальный минимум) при $\varphi = 0$ необходимо, чтобы константы связи удовлетворяли соотношению, которое следует из равенства нулю первой производной от потенциала:

$$\eta \left(6\kappa^2 v^2 (\lambda + \mu v^2) - 12\lambda + \frac{12\rho}{\kappa^2} \right) = 0. \quad (1)$$

Это условие экстремума. Константы всегда можно подобрать так, чтобы вторая производная была больше нуля, что соответствует условию минимума. Если $\eta \neq 0$, то очевидно, что

$$\rho = \lambda \kappa^2 - \frac{\kappa^4}{2} (\lambda v^2 + \mu v^4). \quad (2)$$

Для того, чтобы генератор электромагнитных взаимодействий оставался ненарушенным, вакуумные значения полей Хиггса должны иметь вид

$$\mathcal{H}_d = \begin{pmatrix} v_d \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{H}_u = \begin{pmatrix} 0 \\ v_u \end{pmatrix}. \quad (3)$$

В этом случае массы W и Z бозонов примут вид

$$m_W^2 = \frac{g^2(v_u^2 + v_d^2)}{2}, \quad m_Z^2 = \frac{(g^2 + g'^2)(v_u^2 + v_d^2)}{2}. \quad (4)$$

Для того, чтобы модель не противоречила экспериментальным данным, средние полей Хиггса должны совпадать:

$$v_u = v_d = v. \quad (5)$$

В этом случае система вакуумных уравнений совместна, если m_u и m_d совпадают. Введем обозначение

$$m_u^2 = m_d^2 = \frac{m^2}{2}. \quad (6)$$

Подставляя (3) в уравнения Эйнштейна, можно получить решение, соответствующее космологической постоянной (темной энергии):

$$H_0^2 \Omega_\Lambda = \frac{9e^{\kappa^2 v^2}}{\kappa^2} \left[2\eta^2/\kappa^2 + 4\mu^2 v^2/\kappa^2 - 3\lambda^2 - 2\mu\lambda v^2 + \mu^2 v^4 + \kappa^2 v^2 (\lambda^2 + \mu^2 v^4 + 2\mu\lambda v^2) \right] + \frac{1}{6} m^2 \kappa^2 v^2 - \frac{1}{3} B \mu \kappa^2 v^2, \quad (7)$$

где H_0 – значение постоянной Хаббла в настоящий момент времени, Ω_Λ – отношение плотности темной энергии к критической плотности энергии (также на текущий момент времени). Значения этих величин известны из данных наблюдений и на текущий момент составляют

$$H_0 = (1.184 \pm 0.014) * 10^{-61} l_p^{-1}, \quad \Omega_\Lambda = 0.75 \pm 0.1. \quad (8)$$

Для того, чтобы определить минимум потенциала, необходимо потребовать равенства нулю первых производных по полям Хиггса от потенциала. Вычислив эти производные, можно показать, что вакуумные уравнения для полей Хиггса при условии (5) сводятся к одному уравнению

$$B\mu = \frac{m^2}{2} + \frac{27e^{\kappa^2 v^2}}{\kappa^4} \left(2\eta^2 + 6\mu^2 v^2 - 2\kappa^2 \lambda^2 + 2\kappa^2 \mu\lambda v^2 + 4\kappa^2 \mu^2 v^4 + \kappa^4 \lambda^2 v^2 + \kappa^4 \mu^2 v^6 + 2\kappa^4 \lambda\mu v^4 + 4\mu^2/\kappa^2 - 2\lambda\mu \right). \quad (9)$$

Отсюда легко выразить одну из констант связи:

$$\eta^2 = \kappa^2 \left[H_0^2 \Omega_\Lambda \kappa^2 + 9e^{\kappa^2 v^2} (5\mu^2 v^4 + 3\lambda^2 - 3\kappa^2 \lambda^2 v^2 + 3\kappa^2 \mu^2 v^6 + v^4 \kappa^4 \lambda^2 + v^8 \kappa^4 \mu^2 + 2v^6 \kappa^4 \lambda\mu) \right] / (18e^{\kappa^2 v^2} [1 - \kappa^2 v^2]). \quad (10)$$

Из этого равенства очевидно, что так как $\kappa^2 v^2 \ll 1$, то при $\eta = 0$ нельзя получить положительную космологическую постоянную. Это говорит о том, что для описания темной энергии необходимо включение инфлатонного поля.

Теперь приступим к вычислению масс. Массы нейтральных бозонов Хиггса можно вычислить, подставив в потенциал выражения

$$\mathcal{H}_d = \begin{pmatrix} v + \phi_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{H}_u = \begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi_2 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Массовые матрицы реальной и мнимой частей ϕ_1 и ϕ_2 расщепляются, поэтому рассмотрим их по отдельности. Эти матрицы не диагональны. Чтобы вычислить массы, необходимо диагонализировать матрицы и перейти к реальным физическим полям. Эти матрицы можно диагонализировать с помощью ортогональных преобразований. Тогда на диагонали будут стоять квадраты масс физических частиц. Диагональные элементы можно вычислить, решив характеристические уравнения.

Поля можно представить следующим образом:

$$\phi_1 = a_1 + ib_1, \quad \phi_2 = a_2 + ib_2. \quad (12)$$

Тогда компоненты массовой матрицы определяются равенствами

$$\frac{1}{2} (M_{Re\phi})_{ij} = \frac{\partial^2 V}{\partial a_i \partial a_j}, \quad (13)$$

$$\frac{1}{2} (M_{Im\phi})_{ij} = \frac{\partial^2 V}{\partial b_i \partial b_j}. \quad (14)$$

Массовая матрица реальной части симметрична и удовлетворяет равенству

$$(M_{Re\phi})_{11} = (M_{Re\phi})_{22}. \quad (15)$$

Компоненты определяются равенствами

$$(M_{Re\phi})_{11} = \frac{\bar{g}^2 v^2}{2} + \frac{m^2}{2} + \frac{54e^{\kappa^2 v^2}}{\kappa^4} (\eta^2 + \eta^2 \kappa^2 v^2 + 2\mu^2/\kappa^2 - \kappa^2 \lambda^2 + 7\mu^2 v^2 + 8\kappa^2 \mu^2 v^4 + \kappa^6 \mu \lambda v^6 + 4\kappa^4 \mu^2 v^6 + \frac{1}{2} \kappa^6 \lambda^2 v^4 + \frac{1}{2} \kappa^6 \mu^2 v^8 + 4\kappa^4 \lambda \mu v^4), \quad (16)$$

$$(M_{Re\phi})_{12} = \frac{27e^{\kappa^2 v^2}}{\kappa^4} (2\lambda \mu \kappa^2 v^2 + 2\eta^2 \kappa^2 v^2 + 2\kappa^6 \mu \lambda v^6 + x^6 \lambda^2 v^4 + \kappa^6 \mu^2 v^8 + 12\mu^2 v^2 - 2\mu \lambda + 16\kappa^2 \mu^2 v^4 - \lambda^2 v^2 \kappa^4 + 7\kappa^4 \mu^2 v^6 + 6\kappa^4 \lambda \mu v^4) - B\mu - \bar{g}^2 v^2/2, \quad (17)$$

$$\bar{g}^2 = g^2 + g'^2. \quad (18)$$

Поэтому характеристическое уравнение

$$\det(M_{Re\phi} - m_{Re\phi}^2 I) = 0 \quad (19)$$

(где I – единичная матрица) приобретает вид

$$\left((M_{Re\phi})_{11} - m_{Re\phi}^2 \right)^2 = (M_{Re\phi})_{12}^2. \quad (20)$$

Масса легчайшего из нейтральных бозонов вычисляется по формуле

$$m_h^2 = (M_{Re\phi})_{11} + (M_{Re\phi})_{12} \quad (21)$$

и имеет вид

$$m_h^2 = 54e^{\kappa^2 v^2} \left(7\mu^2 v^6 + 14\mu^2 v^4/\kappa^2 + \kappa^2 \mu^2 v^8 + \kappa^2 \lambda^2 v^4 - \lambda^2 v^2 + 10\mu^2 v^2/\kappa^4 + 6\lambda \mu v^4 + 2\kappa^2 \lambda \mu v^6 \right) + 6 \left(\kappa^2 v^2 H_0^2 \Omega_\Lambda + 9e^{\kappa^2 v^2} \left[5\mu^2 v^6 - 3\kappa^2 v^4 \lambda^2 + 3\kappa^2 v^8 \mu^2 + \kappa^4 v^6 \lambda^2 + \kappa^4 v^{10} \mu^2 + 2\kappa^4 v^8 \lambda \mu + 3\lambda^2 v^2 \right] \right) / (1 - \kappa^2 v^2). \quad (22)$$

Предполагается, что это и есть бозон Хиггса, обнаруженный с помощью БАК. Масса второго нейтрального бозона определяется следующим образом:

$$m_1^2 = (M_{Re\phi})_{11} - (M_{Re\phi})_{12}, \quad (23)$$

$$m_1^2 = m^2 + m_Z^2 + 54e^{\kappa^2 v^2} (\mu^2 v^6 + 2\mu^2 v^4/\kappa^2 + \lambda^2 v^2 - 2\lambda^2/\kappa^2 + 4\mu^2/\kappa^6 + 4\mu^2 v^2/\kappa^4 + 2\lambda \mu v^4) + 6 \left[H_0^2 \Omega_\Lambda + 9e^{\kappa^2 v^2} (3\lambda^2/\kappa^2 + 5\mu^2 v^4/\kappa^2 + 3\mu^2 v^6 + \kappa^2 v^4 \lambda^2 + \kappa^2 v^8 \mu^2 + 2\kappa^2 v^6 \lambda \mu - 3\lambda^2 v^2) \right] / (1 - \kappa^2 v^2). \quad (24)$$

Массовая матрица мнимых частей тоже симметрична. Ее компоненты определяются равенствами

$$(M_{Im\phi})_{11} = \frac{m^2}{2} + \frac{54e^{\kappa^2 v^2}}{\kappa^4} (\eta^2 + 2\mu^2/\kappa^2 - \kappa^2 \lambda^2 + 3\mu^2 v^2 + 2\kappa^2 \mu^2 v^4 + \frac{1}{2}\kappa^4 \lambda^2 v^2 + \frac{1}{2}\kappa^4 \mu^2 v^6 + \kappa^4 \lambda \mu v^4), \quad (25)$$

$$(M_{Im\phi})_{12} = \frac{54e^{\kappa^2 v^2}}{\kappa^4} (\lambda \mu - \kappa^2 \lambda \mu v^2) + B \mu. \quad (26)$$

Легко проверить, что с учетом (9) эта матрица удовлетворяет равенствам

$$(M_{Im\phi})_{11} = (M_{Im\phi})_{22} = (M_{Im\phi})_{12}. \quad (27)$$

Поэтому масса одного из четырех нейтральных бозонов равна нулю:

$$m_0^2 = (M_{Im\phi})_{11} - (M_{Im\phi})_{12} = 0. \quad (28)$$

Это голдстоуновский бозон, который устраняется с помощью механизма Хиггса, объединяясь с векторной степенью свободы, а именно с нейтральным Z бозоном. Масса же последнего нейтрального бозона Хиггса отлична от нуля и имеет вид

$$m_2^2 = (M_{Im\phi})_{11} + (M_{Im\phi})_{12}, \quad (29)$$

$$\begin{aligned} m_2^2 = & m^2 + 54e^{\kappa^2 v^2} (\mu^2 v^6 + 2\lambda \mu v^4 + \lambda^2 v^2 + 4\mu^2 v^4/x^2 - 2\lambda^2/\kappa^2 + 4\mu^2/\kappa^6 + 6\mu^2 v^2/\kappa^4) \\ & + 6 \left[H_0^2 \Omega_\Lambda + 9e^{\kappa^2 v^2} (3\lambda^2/\kappa^2 + 5\mu^2 v^4/\kappa^2 + 3\mu^2 v^6 + \kappa^2 v^4 \lambda^2 + \kappa^2 v^8 \mu^2 + 2\kappa^2 v^6 \lambda \mu - 3\lambda^2 v^2) \right] / (1 - \kappa^2 v^2). \end{aligned} \quad (30)$$

Таким образом мы имеем три нейтральных бозона. Заряженные бозоны можно вычислить, подставив в потенциал выражения

$$\mathcal{H}_d = \begin{pmatrix} v \\ \varphi_1 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{H}_u = \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ v \end{pmatrix}. \quad (31)$$

Реальные и мнимые части полей тоже не смешиваются, поэтому их можно рассматривать отдельно. Массовые матрицы удовлетворяют равенствам

$$\begin{aligned} (M_{Re\varphi})_{11} &= (M_{Re\varphi})_{22} = (M_{Im\varphi})_{11} = \\ &= (M_{Im\varphi})_{22} = (M_{Re\varphi})_{12} = -(M_{Im\varphi})_{12}. \end{aligned} \quad (32)$$

Решая характеристические уравнения, можно увидеть, что два из заряженных полей Хиггса имеют нулевые массы:

$$M_C^2 = (M_{Re\varphi})_{11} - (M_{Re\varphi})_{12} = (M_{Im\varphi})_{11} + (M_{Im\varphi})_{12} = 0. \quad (33)$$

Они также являются голдстоуновскими бозонами и устраняются из действия посредством механизма Хиггса, объединяясь с векторными степенями свободы, соответствующими заряженным W^+ и W^- бозонам стандартной модели. Массы других двух совпадают и определяются равенством

$$m_C^2 = (M_{Re\varphi})_{11} + (M_{Re\varphi})_{12} = (M_{Im\varphi})_{11} - (M_{Im\varphi})_{12}. \quad (34)$$

Точное выражение имеет вид

$$\begin{aligned}
m_C^2 = m^2 + \frac{1}{2}m_W^2 + 54e^{\kappa^2 v^2} & \left(\lambda^2 v^2 + \mu^2 v^6 + 4\mu^2/\kappa^6 \right. \\
& + 4\mu^2 v^2/\kappa^4 + 2\mu^2 v^4/\kappa^2 - \lambda^2/\kappa^2 + 2\lambda\mu v^4 \left. \right) \\
& + 6 \left(H_0^2 \Omega_\Lambda + 9e^{\kappa^2 v^2} \left[5\mu^2 v^4/\kappa^2 + 3\lambda^2/\kappa^2 \right. \right. \\
& - 3\lambda^2 v^2 + 3\mu^2 v^6 + \kappa^2 v^4 \lambda^2 + \kappa^2 v^8 \mu^2 \\
& \left. \left. + 2\kappa^2 v^6 \lambda \mu \right] \right) / (1 - \kappa^2 v^2).
\end{aligned} \tag{35}$$

Квадрат вакуумного среднего поля Хиггса равен

$$v^2 = \frac{m_W^2}{e^2} \left(1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2} \right). \tag{36}$$

В планковских единицах это составляет примерно

$$v^2 \approx 1.334 \cdot 10^{-33}. \tag{37}$$

Нижняя граница масс бозонов Хиггса достигается при $m = 0$ и $\lambda = 0$. В этом случае массы трех из них почти совпадают и удовлетворяют примерным соотношениям

$$m_C \approx m_1 \approx m_2 \approx 3.455 \cdot 10^{15} m_h. \tag{38}$$

Заключение

Таким образом, была построена суперсимметричная конформно инвариантная космологическая модель, описывающая современную стадию инфляции в соответствии с законом Хаббла. Модель предсказывает существование четырех дополнительных массивных частиц – двух нейтральных и двух заряженных скалярных бозонов. В работе были найдены массы этих частиц, а также получена зависимость постоянной Хаббла от констант взаимодействия и других параметров модели. Следует отметить, что в работе исследуется только современная стадия инфляции, когда инфлатонное поле близко к нулю, поэтому имеет смысл ограничиться разложением суперпотенциала по инфлатонному полю только до второго порядка малости.

Список литературы

1. Глинер Э.Б. Алгебраические свойства тензора энергии-импульса и вакуумноподобные состояния материи // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1965. Т. 49. С. 542–548.
2. Глинер Э.Б. Раздувающаяся Вселенная и вакуумноподобное состояние физической среды // Успехи физических наук. 2002. Т. 45. С. 213–220.
3. Сажин М.В. Анизотропия и поляризация реликтового излучения. Последние данные // Успехи физических наук. 2004. Т. 174. № 2. С. 197–205.
4. Брандышев П.Е., Фролов Б.Н. Космологическая инфляция в конформной теории супергравитации // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2018. № 3. С. 4–18.
5. Kugo T., Uehara S. Improved superconformal gauge conditions in the N=1 supergravity Yang-Mills matter system. *Nucl. Phys.* 1983; 222: pp. 125–138.
6. Kugo T., Uehara S. Conformal and Poincare tensor calculi in N=1 supergravity. *Nucl. Phys.* 1983; 226: pp. 49–92.
7. Fradkin E.S., Tseytlin A.A. Conformal supergravity. *Phys.Rept.* 1985; 119: pp. 233–362.
8. Вайнберг С. Квантовая теория полей. Т. 3. Суперсимметрия. М.: Фазис, 2002. 458 с.

References

1. Gliner E.B. Algebraic properties of the energy-momentum tensor and vacuum-like states of matter. *Soviet Physics JETP*, 1966, vol. 22, no. 2, pp. 378–382.
2. Gliner E.B. Inflationary universe and the vacuumlike state of physical medium. *Physics-Uspеkhi*, 2002, vol. 45, no. 2, pp. 213–220.
3. Sazhin M.V. Anisotropy and polarization of cosmic microwave background: state of the art. *Physics-Uspеkhi*, 2004, vol. 47, no. 2, pp. 187–194.
4. Brandyshev P.E., Frolov B.N. Cosmological inflation in supersymmetric conformal theory. *Space, time and fundamental interactions*, 2018, no. 3, pp. 4–18.
5. Kugo T., Uehara S. Improved superconformal gauge conditions in the N=1 supergravity Yang-Mills matter system. *Nucl. Phys.*, 1983, vol. 222, pp. 125–138.
6. Kugo T., Uehara S. Conformal and Poincare tensor calculi in N=1 supergravity. *Nucl. Phys.*, 1983, vol. 226, pp. 49–92.
7. Fradkin E.S., Tseytlin A.A. Conformal supergravity. *Phys.Rept.*, 1985, vol. 119, pp. 233–362.
8. Weinberg S. *The quantum theory of fields*. Cambridge University Press, 1995. 609 p.

Авторы

Брандышев Пётр Евгеньевич, аспирант кафедры теоретической физики им. Э.В. Шпольского, Институт физики, технологии и информационных систем, Московский педагогический государственный университет (МПГУ), ул. Малая Пироговская, 29, г. Москва, 119992, Россия.
E-mail: petr.brandyshev@mail.ru

Фролов Борис Николаевич, д. ф.-м. н., профессор, кафедра теоретической физики им. Э.В. Шпольского, Институт физики, технологии и информационных систем, Московский педагогический государственный университет (МПГУ), ул. Малая Пироговская, 29, г. Москва, 119992, Россия.
E-mail: bn.frolov@mpgu.edu, frolovbn@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Брандышев П. Е., Фролов Б. Н. Инфлатон и поле Хиггса в конформной теории супергравитации // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2019. № 2. С. 4–14.

Authors

Brandyshev Pyotr Evgen'evich, Postgraduate at the E.V. Shpol'skii's Department of Theoretical Physics, Institute of Physics, Technology and Informational Systems, Moscow Pedagogical State University, Malaya Pirogovskaya , 29, Moscow, 119992, Russia.
E-mail: petr.brandyshev@mail.ru

Frolov Boris Nikolaevich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, E.V. Shpol'skii's Department of Theoretical Physics, Institute of Physics, Technology and Informational Systems, Moscow Pedagogical State University, Malaya Pirogovskaya st., 29, Moscow, 119992, Russia.
E-mail: bn.frolov@mpgu.edu, frolovbn@mail.ru

Please cite this article in English as:

Brandyshev P. E., Frolov B. N. Inflaton and the higgs field in the conformal theory of supergravity. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2019, no. 2, pp. 4–14.