

ФИЗИКА ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

УДК 533.951; 550.385

© Смолин С. В., 2018

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТОКА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ НА
ГЕОСТАЦИОНАРНОЙ ОРБИТЕ В МАГНИТОСФЕРЕ ЗЕМЛИ**Смолин С. В.^{a,1}^a Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, 660041, Россия

Предложена новая математическая модель, описывающая аналитически (когда $Kp = \text{const}$ или $Kp \approx \text{const}$) и численно (если $Kp(t) \neq \text{const}$) перпендикулярные дифференциальные и интегральные потоки релятивистских электронов с энергией больше 2 МэВ на геостационарной (геосинхронной) орбите (ГСО) в магнитосфере Земли, а также на любой круговой орбите в зависимости от местного времени (local time) LT на орбите и Kp – индекса геомагнитной активности. Используются наблюдения потоков релятивистских (>2 МэВ) электронов, усредненное по местному часу LT вдоль ГСО с 1995 г. по 2009 г., собранное КА “GOES”. Сделано сравнение модельного перпендикулярного (для пичч-угла 90 градусов) интегрального потока релятивистских электронов с энергией больше 2 МэВ на ГСО, когда $Kp \approx \text{const}$, например, в течение одних суток, с усредненными экспериментальными данными КА “GOES” на ГСО. Получено хорошее согласие, особенно с 0000 LT до 1100 LT и с 1800 LT до 2400 LT. Получена аналитическая формула для определения модельного (прогнозируемого) отношения максимального интегрального потока (в полдень) к минимальному интегральному потоку (в полночь) в нелинейной зависимости от Kp индекса геомагнитной активности ($0 \leq Kp \leq 10$) с максимумом отношения потоков в 20,37 раза при $Kp = 8$. Эта же формула позволяет на сутки вперед прогнозировать в будущий полдень максимальный (интегральный или дифференциальный) поток релятивистских электронов на ГСО, если известен поток в полночь и примерно в течение одних суток $Kp = \text{const}$ или $Kp \approx \text{const}$.

Ключевые слова: магнитосфера Земли, геостационарная орбита, моделирование потока релятивистских электронов, новая модель.

**MODELING OF RELATIVISTIC ELECTRON FLUX AT GEOSTATIONARY ORBIT
IN THE EARTH'S MAGNITOSPHERE**Smolin S. V.^{a,1}^a Siberian Federal University, Krasnoyarsk, 660041, Russia

The new mathematical model describing analytically (when $Kp = \text{const}$ or $Kp \approx \text{const}$) and numerically (if $Kp(t) \neq \text{const}$) perpendicular differential and integrated fluxes of relativistic electrons with energy more 2 MeV in a geostationary (geosynchronous) orbit in the Earth's magnetosphere, and also in any circular orbit depending on local time LT in an orbit and the geomagnetic activity index Kp is offered. It are used the observations of relativistic (>2 MeV) electron fluxes averaged by local hour LT around geosynchronous orbit from 1995 to 2009 collected by GOES satellite. Comparison of a modeling perpendicular (for a pitch angle of 90 degrees) integrated flux of relativistic electrons with energy more 2 MeV at geosynchronous orbit when $Kp \approx \text{const}$, for example,

¹E-mail: smolinsv@inbox.ru

within one day with averaged experimental data of satellite GOES in a geosynchronous orbit is made. The good consent is received, especially with 0000 LT up to 1100 LT and with 1800 LT up to 2400 LT. The analytical formula for definition of the modeling (predicted) ratio of the maximal integrated flux (at noon) to the minimal integrated flux (at midnight) in nonlinear dependence on an index of geomagnetic activity Kp ($0 \leq Kp \leq 10$) with a maximum of the ratio of fluxes in 20.37 times at $Kp = 8$ is received. The same formula allows to predict forward for day in the next noon of the maximal (integrated or differential) flux of relativistic electrons in a geostationary (geosynchronous) orbit if the flux at midnight is known and approximately within one day $Kp = \text{const}$ or $Kp \approx \text{const}$.

Keywords: the Earth's magnetosphere, geostationary orbit, modeling of relativistic electron flux, new model.

PACS: 52.65.-y; 94.30.-d

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2018.2.75-85

Введение

В околоземном космическом пространстве, внутри магнитосферы Земли, в области замкнутых силовых линий магнитного поля образуется магнитная ловушка для заряженных частиц. Эта геомагнитная ловушка (естественный радиационный пояс) имеет форму искаженного тороида и содержит потоки высокоэнергичных частиц, интенсивность которых может в миллионы раз превосходить потоки частиц за ее пределами. Принято условно считать, что естественный радиационный пояс Земли (ЕРПЗ) разделен на два: внутренний (протонный) и внешний (электронный) [1].

Геостационарная орбита (ГСО) космического аппарата расположена в плоскости географического экватора на расстоянии около 36 тыс. км от поверхности Земли в области внешнего ЕРПЗ. Это соответствует магнитной оболочке $L \approx 6,6$ (L – параметр Мак-Илвейна). В плоскости геомагнитного экватора магнитная оболочка L удалена от центра Земли на расстояние равное LR_E , где R_E – средний радиус Земли.

Потоки частиц в области ГСО подвержены как регулярным, так и не регулярным изменениям. Фактически вся динамика частиц внешнего радиационного пояса контролируется состоянием межпланетной среды [2]. При этом особую роль в наполнении релятивистскими электронами внешнего ЕРПЗ играют рекуррентные высокоскоростные потоки плазмы солнечного ветра. В отличие от вспышечных потоков рекуррентные потоки солнечного ветра всегда сопровождаются более сильными и продолжительными возрастаниями потоков релятивистских электронов во внешнем радиационном поясе.

Основной вклад в радиационные условия на ГСО дают электроны ЕРПЗ и их тормозное излучение, потоки частиц солнечных космических лучей и потоки галактических космических лучей.

На ГСО наблюдаются периодические вариации интенсивности ионизирующих излучений, связанные с рекуррентными высокоскоростными потоками солнечного ветра, и не периодические, связанные с солнечными вспышками. При этом интенсивность релятивистских электронов на ГСО может изменяться в течение нескольких суток более чем в десять раз и на ГСО наблюдаются потоки электронов ЕРПЗ с энергией до 6 МэВ и протонов ЕРПЗ с энергией до 2 МэВ [3].

Существует несколько моделей для предсказания релятивистских электронов во внешнем ЕРПЗ. В работе [4] описана модель предсказания для суточного усредненного потока релятивистских электронов на ГСО. Эта модель численно решает одномерное уравнение радиальной диффузии, используя параметры солнечного ветра. В [5] использована модель предсказания [4], чтобы развить модель прогноза для предсказаний на 24 часа и 48 часов логарифма суточного усредненного потока релятивистских электронов на ГСО. Эта модель включает несколько других особенностей в дополнение к солнечному ветру. В [6] создана модель предсказания, которая использовала поток

низкоэнергичных электронов, чтобы предсказать релятивистский поток на ГСО. В [7] предложили основанную на данных модель, чтобы получать предсказание на одни сутки для суточного максимума потока электронов на ГСО. Модель комбинирует условную вероятность с техниками нелинейного анализа временных рядов. В [8] развили основанную на физике модель среды радиационного пояса RBE (Radiation Belt Environment), чтобы исследовать внешний ЕРПЗ и обеспечивать реальное во времени текущее предсказание популяции электронов внешнего пояса. В [9] ввели другую модель предсказания, которая предсказывает кубический корень от суточного усредненного потока электронов с энергией >2 МэВ на ГСО. Их метод использует два уравнения с источниками и потерями. Модель предсказания потока (FluxPred) [10] — это нейронная сетевая модель, использующая 17 входов, состоящих из последних 10 дней данных о потоках на ГСО и 7 дней Кр — индекса геомагнитной активности. Выходом нейронной сети были предсказания на 24 часа, 48 часов и 72 часа суточного усредненного потока электронов с энергией >2 МэВ на ГСО. В работе [11] рассматривается прогнозирование максимальных за сутки значений потока релятивистских электронов на ГСО при помощи адаптивных методов.

В [12] представлена улучшенная система предсказания для релятивистских электронов на ГСО, которая включает три реальные во времени модели предсказания. Результаты недавних измерений протонов и электронов на ГСО и их обсуждений представлены, например, в [13, 14].

Целью данной работы является математическое моделирование потока релятивистских электронов с энергией больше 2 МэВ на геостационарной (геосинхронной) орбите в магнитосфере Земли. Моделирование в виде: 1) новой математической модели, описывающей дифференциальные и интегральные потоки релятивистских (>2 МэВ) электронов на ГСО в зависимости от местного времени LT на ГСО и Кр — индекса геомагнитной активности, 2) аналитической формулы для оценки (при прогнозировании или предсказании) суточного максимума потока релятивистских (>2 МэВ) электронов на ГСО в зависимости от Кр — индекса геомагнитной активности и 3) сравнения модельного потока релятивистских (>2 МэВ) электронов с усредненными экспериментальными данными на ГСО КА “GOES”.

1. Математическая модель

Будем рассматривать питч-угловую диффузию в пространстве скоростей с потерями вследствие взаимодействий волна — частица, где под питч-углом α понимается угол между вектором скорости заряженной частицы и вектором напряженности магнитного поля (т.е. направлением магнитной силовой линии) в точке нахождения частицы (или ее ведущего центра). Поэтому необходим соответствующий коэффициент диффузии в пространстве скоростей, а именно коэффициент питч-угловой диффузии. Функция потерь обусловлена попаданием заряженных частиц в так называемый “конус потерь” в результате взаимодействий волна — частица. Функция источника частиц может быть связана, например, с заряженными частицами, которые движутся из хвоста магнитосферы к Земле под влиянием магнитосферной конвекции.

Одномерное модифицированное уравнение Фоккера-Планка (или уравнение питч-угловой диффузии) для плотности фазового пространства, описывающее только “чистую” питч-угловую диффузию с потерями от взаимодействий волна–частица, может быть выражено [15, 16]

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(D_{\alpha\alpha} \sin \alpha \frac{\partial f}{\partial \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha \cos \alpha}{2L} \frac{dL}{dt} f \right) - \frac{f}{T_{wp}} + S_{\perp} \sin^2 \alpha \cdot f. \quad (1)$$

Здесь, f — плотность фазового пространства (или функция распределения); t — время; L — параметр Мак-Илвейна; α — локальный питч-угол; $D_{\alpha\alpha}$ — коэффициент питч-угловой диффузии [15, 16]; dL/dt — радиальная скорость дрейфа заряженных частиц в магнитосфере Земли [15, 16]; T_{wp} — время жизни вследствие взаимодействий волна — частица [15, 16]; S_{\perp} — перпендикулярный коэффициент функции источника частиц ($\alpha = 90^\circ$) [15, 16].

Уравнение (1) содержит некоторые математические модели “чистой” питч-угловой диффузии

как частные случаи, например, [17–19].

Используя (1), как новая модель предлагается обыкновенное дифференциальное уравнение для аналитического описания перпендикулярного ($\alpha = 90^\circ$) дифференциального потока заряженных частиц в магнитосфере Земли, которое зависит от времени и нескольких параметров:

$$\frac{dj_{\perp}}{dt} + \left(-\frac{1}{2L} \frac{dL}{dt} + \frac{\gamma_{\perp} - \gamma_{\perp 0}}{\gamma_{\perp 0}(\gamma_{\perp 0} + 2)T_{wp}} \right) j_{\perp} = 0, \quad (2)$$

где j_{\perp} – перпендикулярный дифференциальный поток заряженных частиц ($j = 2mEf$, m – масса заряженной частицы, E – энергия частицы), $\gamma_{\perp 0}$ – хорошо известный (когда $j = j_{\perp} \sin^{\gamma} \alpha$) показатель питч-углового распределения заряженных частиц (или индекс анизотропии питч-углового распределения), но взятый для питч-угла 90° при $t = 0$, $\gamma_{\perp} \equiv \gamma_{\perp}(t)$ – зависимость от времени показателя питч-углового распределения заряженных частиц на интервале времени вычисления.

При проведении численных расчетов будем полагать в уравнении (2), что $dL/dt \approx \langle dL/dt \rangle$. Тогда баунс-усредненная радиальная дрейфовая скорость движения заряженных частиц в магнитосфере Земли будет определена, например для дипольного магнитного поля Земли, так [20]:

$$\left\langle \frac{dL}{dt} \right\rangle = -\Omega \frac{\phi_2}{\phi_0} L^4 \cos \phi, \quad (3)$$

где ϕ – азимутальный угол (местное время ЛТ = 0 ч в полночь) или геомагнитная восточная долгота в плоскости магнитного экватора; $\Omega = \frac{2\pi}{24}$ – угловая скорость вращения Земли в [1/ч]; $\phi_0 = 92$ кВ, а зависимость ϕ_2 , измеренная в кВ, от геомагнитной активности, т.е. от $Kp \equiv Kp(t)$ – индекса, определяется по формуле [21]

$$\phi_2 = \frac{0,045}{(1 - 0,16Kp + 0,01Kp^2)^3}. \quad (4)$$

Тогда уравнение (2) с учетом (3) записывается следующим образом

$$\frac{dj_{\perp}}{dt} + \left(\frac{\Omega \phi_2(t) L^3(t) \cos \phi(t)}{2\phi_0} + \frac{\gamma_{\perp}(t) - \gamma_{\perp 0}}{\gamma_{\perp 0}(\gamma_{\perp 0} + 2)T_{wp}} \right) j_{\perp} = 0. \quad (5)$$

Теперь к уравнению (5) можно добавить уравнения, описывающие траекторию движения космического аппарата (КА), например, в гравитационном поле Земли. Но еще проще будет, если задать траекторию КА в параметрическом виде. В этом случае для ГСО (аналогично для любой круговой орбиты) получаем

$$L(t) = 6,6; \quad \phi(t) = \Omega t + \varphi, \quad (6)$$

где $\varphi = const$ будет определяться из сопоставления с экспериментальными данными на ГСО, а t – это уже местное время (local time) ЛТ вдоль ГСО.

В дальнейшем, для КА с любой круговой орбитой и с эллиптической орбитой движения такую замену в (5) можно будет делать аналогично (6).

Таким образом, в предлагаемой модели учитываются два фундаментальных взаимодействия: электромагнитное – за счет влияния магнитосферного электромагнитного поля на движение заряженных частиц и гравитационное – за счет влияния гравитационного поля Земли на траекторию движения КА в космическом пространстве.

Для первого приближения предположим, что, например, в течение одних суток на ГСО $\gamma_{\perp}(t) \approx \gamma_{\perp 0}$ и $Kp \approx const$, т.е. (4) $\phi_2(t) \approx const$, тогда уравнение (5) упрощается. С учетом (6) получается уравнение

$$\frac{dj_{\perp}}{dt} + \left(\frac{\Omega \phi_2 L^3 \cos(\Omega t + \varphi)}{2\phi_0} \right) j_{\perp} = 0, \quad (7)$$

которое решается аналитически

$$j_{\perp}(t) = j_{\perp 0} \exp \left(-\frac{\phi_2 L^3}{2\phi_0} [\sin(\Omega t + \varphi) - \sin \varphi] \right). \quad (8)$$

Здесь, $j_{\perp 0}$ – перпендикулярный дифференциальный поток заряженных частиц при $t = 0$, т. е. когда местное время вдоль ГСО ЛТ = 0 ч в полночь.

Дополнительно найдем перпендикулярный интегральный поток заряженных частиц. Для этого надо проинтегрировать перпендикулярный дифференциальный поток $j_{\perp}(t)$ по энергии от какого-то значения энергии (например, $E = 2$ МэВ) до бесконечности (в идеале) или до очень большого значения энергии [3]. Так как левая часть и правая часть уравнения (8) не зависят от энергии, интегрирование (8) по энергии слева и справа дает одну и ту же константу. В итоге, получаем зависимость перпендикулярного интегрального потока заряженных частиц $J(> E)_{\perp}(t)$ от местного времени ЛТ вдоль ГСО

$$J(> E)_{\perp}(t) = J(> E)_{\perp 0} \exp\left(-\frac{\phi_2 L^3}{2\phi_0} [\sin(\Omega t + \varphi) - \sin \varphi]\right), \quad (9)$$

где $J(> E)_{\perp 0}$ – перпендикулярный интегральный поток заряженных частиц в полночь на ГСО (для ЛТ = 0 ч).

Зная из экспериментальных данных зависимости $j_{\perp 0}$ и $J(> E)_{\perp 0}$ от Kp индекса геомагнитной активности, можно будет вычислять (прогнозировать) перпендикулярный дифференциальный поток $j_{\perp}(t)$ (8) и перпендикулярный интегральный поток заряженных частиц $J(> E)_{\perp}(t)$ (9) от местного времени ЛТ вдоль ГСО, когда $Kp \approx \text{const}$, например, в течение одних суток.

Если $Kp(t) \neq \text{const}$ и (4) $\phi_2(t) \neq \text{const}$ (зависимость от t может быть сложной), получим, используя (6), следующие общие формулы для модельных (прогнозных) расчетов на ГСО и на любой круговой орбите КА

$$j_{\perp}(t) = j_{\perp 0} \exp\int_0^t \left(-\frac{\Omega \phi_2(t) L^3}{2\phi_0} \cos(\Omega t + \varphi)\right) dt \quad (10)$$

и

$$J(> E)_{\perp}(t) = J(> E)_{\perp 0} \exp\int_0^t \left(-\frac{\Omega \phi_2(t) L^3}{2\phi_0} \cos(\Omega t + \varphi)\right) dt. \quad (11)$$

Обычно в реальной жизни планетарный трехчасовой (в силу своего определения) Kp индекс геомагнитной активности зависит разным образом от времени. Этот индекс уже хорошо прогнозируется на сутки, а иногда и на несколько суток вперед. Поэтому чаще всего для прогноза надо использовать формулы (10) и (11), хотя бы, вероятно, для определения тренда, основанного на физической модели, во временном развитии потока заряженных частиц при использовании других моделей или при сравнении с другими моделями или подходами к прогнозированию потоков, например, на ГСО [4–12].

Для второго приближения надо использовать полное уравнение (2), но для этого еще необходимы дополнительные (теоретические и экспериментальные) исследования на ГСО зависимости от времени показателя (индекса анизотропии)pitch-углового распределения заряженных частиц на интервале времени вычисления $\gamma_{\perp} \equiv \gamma_{\perp}(t)$ и времени жизни вследствие взаимодействий волна – частица T_{wp} . Поэтому в этой статье будет рассмотрено только первое упрощенное приближение для потоков заряженных частиц на ГСО (7) – (11) с учетом (4), (6).

2. Экспериментальные данные и расчеты

Как экспериментальные данные используются наблюдения с КА “GOES” потоков релятивистских (с энергией больше 2 МэВ) электронов, усредненные по местному часу ЛТ вдоль ГСО с 1995 г. по 2009 г. [12]. На рис. 1 эти данные показаны кружочками и хорошо видно, что распределение усредненного интегрального потока релятивистских электронов $J(> 2 \text{ МэВ})(t)$ от местного времени ЛТ вдоль ГСО имеет максимум около полудня (между 1100 и 1200 ЛТ) и наблюдается минимум потока около полночи (между 2300 и 0000 ЛТ). Средняя величина этого распределения потока

– это суточная средняя величина, которая может быть значительно меньше, чем максимальный поток, встречаемый на ГСО [12].

Для сравнения с результатами расчетов будем предполагать, что с хорошей точностью усредненный интегральный поток релятивистских электронов приблизительно равен перпендикулярному ($\alpha = 90^\circ$) усредненному интегральному потоку релятивистских электронов, т.е. на рис. 1 кружочки — это $J(> 2 \text{ МэВ})(t) \approx J(> 2 \text{ МэВ})_\perp(t)$.

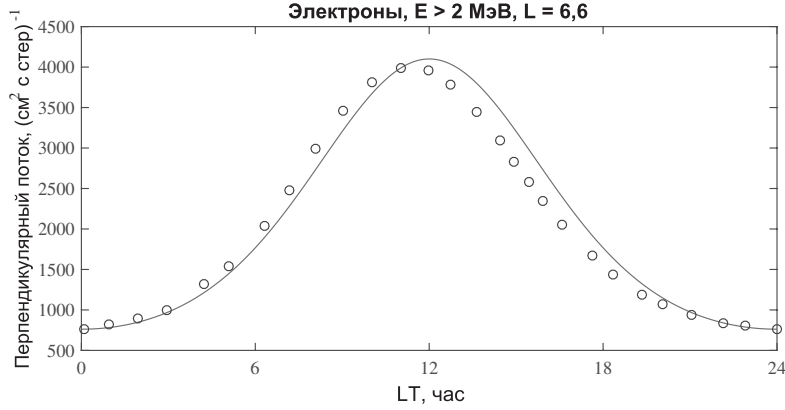


Рис. 1. Кружочками показан по данным КА “GOES” интегральный поток релятивистских электронов $J(> 2 \text{ МэВ})(t)$, усредненный по местному часу LT вдоль ГСО с 1995 г. по 2009 г. Сплошная линия — это модельный (по формуле (12)) перпендикулярный (питч-угол $\alpha = 90^\circ$) интегральный поток релятивистских электронов $J(> 2 \text{ МэВ})_\perp(t)$ в зависимости от местного времени LT вдоль ГСО.

Затем из сопоставления зависимости (9) с экспериментальными данными на ГСО (рис. 1) находим для модельного максимума потока в 1200 LT, что величина $\varphi = \pi/2$, а $J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp 0} \approx 762$ электрона/(см²с стер). Отсюда получается окончательная аналитическая зависимость для усредненного перпендикулярного интегрального потока релятивистских электронов с энергией больше 2 МэВ на ГСО, когда $Kp \approx \text{const}$, например, в течение одних суток

$$J(> 2 \text{ МэВ})_\perp(t) = J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp 0} \exp\left(-\frac{\phi_2 L^3}{2\phi_0} [\cos(\Omega t) - 1]\right), \quad (12)$$

где $\Omega = \frac{2\pi}{24}$ — угловая скорость вращения Земли в [1/ч], а t — это местное время LT вдоль ГСО в часах.

Чтобы найти усредненное значение Kp индекса геомагнитной активности по экспериментальным данным (например рис. 1), надо сначала найти отношение максимального потока $J(> 2 \text{ МэВ})_\perp(12)$ к минимальному потоку $J(> 2 \text{ МэВ})_\perp(0) \equiv J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp 0}$, используя формулу (12)

$$\frac{J(> 2 \text{ МэВ})_\perp(12)}{J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp 0}} = \exp\left(\frac{\phi_2 L^3}{\phi_0}\right). \quad (13)$$

Далее, из формулы (13) определяем ϕ_2

$$\phi_2 = \frac{\phi_0}{L^3} \ln \frac{J(> 2 \text{ МэВ})_\perp(12)}{J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp 0}}, \quad (14)$$

а потом, используя (4), Kp индекс геомагнитной активности.

По экспериментальным данным на рис. 1 максимальный поток $J(> 2 \text{ МэВ})_\perp(12) \approx 4100$ электронов/(см²с стер), поэтому формула (14) дает $\phi_2 \approx 0,5385$ кВ или усредненное за сутки $Kp \approx 5,2215$ (по Международной классификации примерно $Kp = 5+$). Именно усредненное значение Kp , так как учитывались потоки релятивистских электронов с энергией больше 2 МэВ, усредненные по местному часу LT на ГСО примерно за 15 лет с 1995 г. по 2009 г. [12].

Теперь известно все необходимое для того, чтобы по формуле (12) построить сплошную кривую для сопоставления с экспериментальными данными на рис. 1.

Ясно видно, что даже для первого приближения (12) наблюдается хорошее согласие, особенно с 0000 LT до 1100 LT и с 1800 LT до 2400 LT.

Используя аналитическую зависимость (12), найдем среднюю величину перпендикулярного интегрального потока релятивистских электронов с энергией больше 2 МэВ на ГСО, когда $Kp \approx 5,2215$ в течение одних суток, по формуле

$$\langle J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp} \rangle = \frac{J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp 0}}{24} \int_0^{24} \exp\left(-\frac{\phi_2 L^3}{2\phi_0} [\cos(\Omega t) - 1]\right) dt, \quad (15)$$

где t – местное время LT вдоль ГСО в часах.

Подставляя в (15) соответствующие дополнительные данные, получаем, что $\langle J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp} \rangle \approx 2095$ электронов/(см²с стер). Тогда как средняя величина группы данных КА “GOES” для потоков релятивистских (с энергией больше 2 МэВ) электронов, усредненных по местному часу LT на ГСО с 1995 г. по 2009 г. [12] (рис. 1), $\langle J(> 2 \text{ МэВ}) \rangle \approx 2050$ электронов/(см²с стер).

Поэтому относительная погрешность для этих величин получается такая $\varepsilon = \frac{2095-2050}{2050} 100\% \approx 2,2\%$, что говорит в космической физике в целом об очень хорошем соответствии между моделью и экспериментальными данными.

Иногда еще вычисляют суточные флюенсы релятивистских электронов внешнего радиационного пояса Земли, в том числе и на ГСО. При этом под флюенсом (fluence), в общем, понимается интеграл по времени от плотности потока частиц или энергии. Здесь рассмотрим суточный флюенс от модельного распределения (12) перпендикулярного интегрального потока релятивистских электронов с энергией больше 2 МэВ на ГСО, имеющего размерность [электроны/(см²с стер)]. Поэтому берем телесный угол 4π стер, временной интервал $t = 24$ ч LT и используем следующую формулу для расчета модельного (прогнозируемого) суточного флюенса

$$F(> 2 \text{ МэВ})_{\perp} = 4\pi J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp 0} 3600 \int_0^{24} \exp\left(-\frac{\phi_2 L^3}{2\phi_0} [\cos(\Omega t) - 1]\right) dt, \quad (16)$$

где t – местное время LT вдоль ГСО в часах, но после интегрирования в (16) размерность времени [ч] переводится в [с]. Тогда итоговая размерность для флюенса [электроны/(см²)], как это и должно быть. Подставляя в (16) соответствующие дополнительные данные, в том числе $Kp \approx 5,2215$ в течение одних суток, получаем, что $F(> 2 \text{ МэВ})_{\perp} \approx 2,27 \cdot 10^9$ электронов/(см²).

Формула (16) справедлива тогда, когда в течение одних суток индекс геомагнитной активности $Kp = \text{const}$ или $Kp \approx \text{const}$. Если $Kp(t) \neq \text{const}$ и (4) $\phi_2(t) \neq \text{const}$, надо сначала воспользоваться формулой (11), чтобы найти $J(> E)_{\perp}(t)$, а затем по найденному распределению от времени найти модельный (прогнозируемый) суточный флюенс аналогично (16). Но, вероятно, более адекватно, так как используется перпендикулярный (питч-угол $\alpha = 90^\circ$) интегральный поток релятивистских электронов, не умножать на 4π стер и тогда получаем следующий вариант определения модельного суточного флюенса (16) в других единицах измерения $F(> 2 \text{ МэВ})_{\perp} \approx 1,81 \cdot 10^8$ электронов/(см²стер), используя усредненные с 1995 г. по 2009 г. экспериментальные данные КА “GOES” [12] на рис. 1.

На рис. 2 на ГСО представим модельное (прогнозируемое) отношение максимального интегрального потока $J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp}(12)$ (в полдень) к минимальному интегральному потоку $J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp}(0) \equiv J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp 0}$ (в полночь) в зависимости от Kp индекса геомагнитной активности, используя для этого (13) и (4). При этом надо заметить, учитывая (8), что формула (13) справедлива и для отношения аналогичных дифференциальных потоков. Таким образом, получается очень интересная нелинейная зависимость, когда примерно в течение одних суток $Kp = \text{const}$ или $Kp \approx$

const. Так как правая часть (13) не зависит от энергии заряженных частиц, эту теоретическую зависимость от Kp индекса можно назвать “идеальной” или “универсальной” для прогнозирования. Возможно, она будет предельной для оценки отношения потоков.

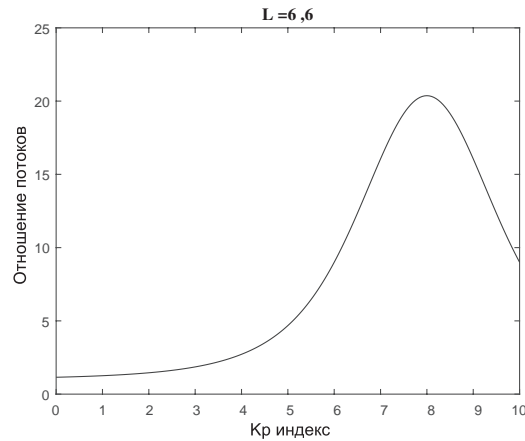


Рис. 2. Сплошная линия – это модельное (прогнозируемое) отношение максимального интегрального потока $J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp}(12)$ (в полдень) к минимальному интегральному потоку $J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp}(0) \equiv J(> 2 \text{ МэВ})_{\perp 0}$ (в полночь) в зависимости от Kp индекса геомагнитной активности. Эту теоретическую зависимость от Kp индекса можно назвать “идеальной” или “универсальной” для прогнозирования.

Далее будет приведена примерная классификация состояния магнитосферы Земли [3] по величине трехчасовых значений планетарного Kp индекса геомагнитной активности.

Если магнитосфера Земли спокойная ($0 \leq Kp < 4$) отношение потоков меняется мало (от 1,15 до 2,72) (рис. 2). Если магнитосфера возбужденная ($4 \leq Kp < 5$), то отношение потоков меняется от 2,72 до 4,68. Если слабая магнитная буря ($5 \leq Kp < 6$) отношение потоков меняется от 4,68 до 9,0. Если средняя магнитная буря ($6 \leq Kp < 7$) отношение потоков меняется от 9,0 до 16,06. Если сильная магнитная буря ($7 \leq Kp < 8$) отношение потоков меняется от 16,06 до 20,37, т.е. до максимального значения отношения потоков на рис. 2. Если очень сильная магнитная буря ($8 \leq Kp < 9$), что бывает редко, отношение потоков меняется уже в сторону уменьшения от 20,37 до 16,06, т.е. прогнозируется симметричный спад относительно $Kp = 8$. И если экстремально сильная магнитная буря ($9 \leq Kp < 10$), что бывает очень редко, отношение потоков продолжает уменьшаться от 16,06 до 9,0, т.е. прогнозируется дальнейший симметричный спад относительно $Kp = 8$. Таким образом, теоретическая (модельная) зависимость на рис. 2 прогнозирует для $Kp > 8$ спад отношения потоков, несмотря на увеличение Kp индекса геомагнитной активности. Это кажется особенно интересным и неожиданным не только с теоретической точки зрения и прогнозирования. Поэтому необходимо обратить внимание на соответствующие экспериментальные данные для сравнения теории с экспериментом. В целом, строгая симметрия в теории наблюдается от $Kp = 6$ до $Kp = 10$ с максимумом отношения потоков по предложенной модели (13), (4) только в 20,37 раза (это теоретический предел) при $Kp = 8$ (рис. 2). Но самое главное, формула (13) вместе с (4) позволяет на сутки вперед практически “мгновенно” прогнозировать в будущий полдень максимальный (интегральный или дифференциальный) поток релятивистских электронов на ГСО, если известен поток в полночь и примерно в течение одних суток $Kp = \text{const}$ или $Kp \approx \text{const}$. Такое прогнозирование очень важно, например, при использовании электронной аппаратуры на КА, находящемся на ГСО.

Заключение

Предложена новая математическая модель, описывающая аналитически (когда $Kp = \text{const}$ или $Kp \approx \text{const}$) и численно (если $Kp(t) \neq \text{const}$) перпендикулярные дифференциальные и интегральные потоки релятивистских электронов с энергией больше 2 МэВ на геостационарной (геосинхронной) орбите в магнитосфере Земли, а также на любой круговой орбите в зависимости от местного времени LT на орбите и Kp – индекса геомагнитной активности.

Как экспериментальные данные использованы наблюдения с КА “GOES” потоков релятивистских (с энергией больше 2 МэВ) электронов, усредненные по местному часу LT вдоль ГСО с 1995 г. по 2009 г. При сопоставлении с усредненными экспериментальными данными модельного перпендикулярного интегрального потока релятивистских электронов с энергией больше 2 МэВ на ГСО, когда $Kp \approx \text{const}$, например, в течение одних суток, наблюдается хорошее согласие, особенно с 0000 LT до 1100 LT и с 1800 LT до 2400 LT.

Средняя величина модельного перпендикулярного интегрального потока релятивистских электронов с энергией больше 2 МэВ на ГСО определена с относительной погрешностью приблизительно 2,2 % по отношению к аналогичной средней величине по экспериментальным данным.

Предложена формула для расчета модельного (прогнозируемого) суточного флюенса от перпендикулярного интегрального потока релятивистских электронов с энергией больше 2 МэВ на ГСО.

Получена аналитическая формула для определения модельного (прогнозируемого) отношения максимального интегрального потока (в полдень) к минимальному интегральному потоку (в полночь) в зависимости от Kp индекса геомагнитной активности. Формула представлена графически в виде нелинейной зависимости, когда Kp изменяется от 0 до 10. При этом наблюдается строгая симметрия от $Kp = 6$ до $Kp = 10$ с максимумом отношения потоков по предложенной модели только в 20,37 раза (это теоретический предел) при $Kp = 8$.

Эта же формула позволяет на сутки вперед практически “мгновенно” прогнозировать в будущий полдень максимальный (интегральный или дифференциальный) поток релятивистских электронов на ГСО, если известен поток в полночь и примерно в течение одних суток $Kp = \text{const}$ или $Kp \approx \text{const}$, что очень важно, например, при использовании электронной аппаратуры на КА, находящемся на ГСО.

Список литературы

1. Кузнецов С.Н., Тверская Л.В. Радиационные пояса Земли // Модель космоса. Т. 1. М.: КДУ, 2007. С. 518-546.
2. Безродных И.П., Шафер Ю.Г. Динамика потоков электронов на геостационарной орбите и их связь с солнечной активностью // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1983. Т. 47. № 9. С. 1684-1686.
3. Безродных И.П., Морозова Е.И., Петрукович А.А., Казанцев С.Г., Семенов В.Т. Радиационные условия на геостационарной орбите // Вопросы электромеханики. 2010. Т. 117. С. 33-42.
4. Li X., Temerin M., Baker D.N., Reeves G.D., Larson D. Quantitative prediction of radiation belt electrons at geostationary orbit based on solar wind measurements. *Geophys. Res. Lett.* 2001. V. 28. S. 1887-1890.
5. Li X. Variations of 0.7-6.0 MeV electrons at geosynchronous orbit as a function of solar wind. *Space Weather*. 2004. V. 2. S03006. doi: 10.1029/2003SW000017.
6. Turner D.L., Li X. Quantitative forecast of relativistic electron flux at geosynchronous orbit based on low-energy electron flux. *Space Weather*. 2008. V. 6. S05005. doi: 10.1029/2007SW000354.
7. Ukhorskiy A.Y., Sitnov M.I., Sharma A.S., Anderson B.J., Ohtani S., Lui A.T.Y. Data-derived forecasting model for relativistic electron intensity at geosynchronous orbit. *Geophys. Res. Lett.* 2004. V. 31. L09806. doi: 10.1029/2004GL019616.
8. Fok M.-C., Horne R.B., Meredith N.P., Glauert S.A. Radiation Belt Environment model: Application to space weather nowcasting. *J. Geophys. Res.* 2008. V. 113. A03S08. doi: 10.1029/2007JA012558.

9. Lyatsky W., Khazanov G.V. A predictive model for relativistic electrons at geostationary orbit. *Geophys. Res. Lett.* 2008. V. 35. L15108. doi: 10.1029/2008GL034688.
10. Ling A.G., Ginet G.P., Hilmer R.V., Perry K.L. A neural network-based geosynchronous relativistic electron flux forecasting model. *Space Weather*. 2010. V. 8. S09003. doi: 10.1029/2010SW000576.
11. Eftorov A.O., Myagkova I.N., Dolenko S.A. Prediction of maximum daily relativistic electron flux at geostationary orbit by adaptive methods. *Problems of Geocosmos: Proc. 11th Int. School-conf.* St. Petersburg: SPbU, 2016. S. 206-212.
12. Turner D.L., Li X., Burin des Roziers E., Monk S. An improved forecast system for relativistic electrons at geosynchronous orbit. *Space Weather*. 2011. V. 9. S06003. doi: 10.1029/2010SW000647.
13. Borovsky J.E., Friedel R.H.W., Denton M.H. Statistically measuring the amount of pitch angle scattering that energetic electrons undergo as they drift across the plasmaspheric drainage plume at geosynchronous orbit. *J. Geophys. Res.* 2014. V. 119. S. 1814-1826. doi: 10.1002/2013JA019310.
14. Borovsky J.E., Cayton T.E., Denton M.H., Belian R.D., Christensen R.A., Ingraham J.C. The proton and electron radiation belts at geosynchronous orbit: Statistics and behavior during high-speed stream-driven storms. *J. Geophys. Res.* 2016. V. 121. S. 5449-5488. doi: 10.1002/2016JA022520.
15. Смолин С.В. Моделирование питч-углового распределения на дневной стороне магнитосферы Земли // Журнал Сиб. Федерал. Унив. Сер. Мат. Физ. 2012. Т. 5. №. 2. С. 269-275.
16. Smolin S.V. Modeling the pitch angle distribution on the nightside of the Earth's magnetosphere. *Geomagnetism and Aeronomy*. 2015. V. 55. № 2. S. 166-173.
17. Kennel C.F., Petschek H.E. Limit on stably trapped particle fluxes. *J. Geophys. Res.* 1966. V. 71. № 1. S. 1-14.
18. Lyons L.R., Williams D.J. Quantitative aspects of magnetospheric physics. N.Y.: Springer, 1984. 312 p.
19. Смолин С.В. Моделирование питч-угловой диффузии в магнитосфере Земли. Красноярск: редакционно-издательское предприятие "Либра", 1996. 205 с.
20. Смолин С.В. Влияние питч-углового распределения на плазменные процессы в ночной магнитосфере // Геомагнетизм и аэрономия. 1993. Т. 33. № 5. С. 17-25.
21. Nishida A. Geomagnetic diagnosis of the magnetosphere. N.Y.: Springer-Verlag, 1978. 301 p.

References

1. Kuznetsov S.N., Tverskaya L.V. Radiacionnye poyasa Zemli [Radiation belts of the Earth]. *Model' kosmosa* [Model of space], vol. 1, Moscow: KDU, 2007, pp. 518-546. (in Russian)
2. Bezrodnyh I.P., Shafer YU.G. Dinamika potokov ehlektronov na geostacionarnoj orbite i ih svyaz' s solnechnoj aktivnost'yu [Dynamics of electron fluxes at geostationary orbit and their connection with solar activity]. *Izv. AN SSSR. Ser. fiz.* [Izv. AN USSR. Ser. fiz.], 1983, vol. 47, no. 9, pp. 1684-1686. (in Russian)
3. Bezrodnyh I.P., Morozova E.I., Petrukovich A.A., Kazancev S.G., Semenov V.T. Radiacionnye usloviya na geostacionarnoj orbite [Radiation conditions at geostationary orbit]. *Voprosy ehlektromekhaniki* [Questions of electromechanics], 2010, vol. 117, pp. 33-42. (in Russian)
4. Li X., Temerin M., Baker D.N., Reeves G.D., Larson D. Quantitative prediction of radiation belt electrons at geostationary orbit based on solar wind measurements. *Geophys. Res. Lett.*, 2001, vol. 28, pp. 1887-1890.
5. Li X. Variations of 0.7-6.0 MeV electrons at geosynchronous orbit as a function of solar wind. *Space Weather*, 2004, vol. 2, S03006, doi: 10.1029/2003SW000017.
6. Turner D.L., Li X. Quantitative forecast of relativistic electron flux at geosynchronous orbit based on low-energy electron flux. *Space Weather*, 2008, vol. 6, S05005, doi: 10.1029/2007SW000354.
7. Ukhorskiy A.Y., Sitnov M.I., Sharma A.S., Anderson B.J., Ohtani S., Lui A.T.Y. Data-derived forecasting model for relativistic electron intensity at geosynchronous orbit. *Geophys. Res. Lett.*, 2004, vol. 31, L09806, doi: 10.1029/2004GL019616.
8. Fok M.-C., Horne R.B., Meredith N.P., Glauert S.A. Radiation Belt Environment model: Application to space weather nowcasting. *J. Geophys. Res.*, 2008, vol. 113, A03S08, doi: 10.1029/2007JA012558.
9. Lyatsky W., Khazanov G.V. A predictive model for relativistic electrons at geostationary orbit. *Geophys. Res. Lett.*, 2008, vol. 35, L15108, doi: 10.1029/2008GL034688.
10. Ling A.G., Ginet G.P., Hilmer R.V., Perry K.L. A neural network-based geosynchronous relativistic electron flux forecasting model. *Space Weather*, 2010, vol. 8, S09003, doi: 10.1029/2010SW000576.

11. Efitorov A.O., Myagkova I.N., Dolenko S.A. Prediction of maximum daily relativistic electron flux at geostationary orbit by adaptive methods. *Problems of Geocosmos: Proc. 11th Int. School-conf.* St. Petersburg: SPbU, 2016, pp. 206-212.
12. Turner D.L., Li X., Burin des Roziers E., Monk S. An improved forecast system for relativistic electrons at geosynchronous orbit. *Space Weather*, 2011, vol. 9, S06003, doi: 10.1029/2010SW000647.
13. Borovsky J.E., Friedel R.H.W., Denton M.H. Statistically measuring the amount of pitch angle scattering that energetic electrons undergo as they drift across the plasmaspheric drainage plume at geosynchronous orbit. *J. Geophys. Res.*, 2014, vol. 119, pp. 1814-1826, doi: 10.1002/2013JA019310.
14. Borovsky J.E., Cayton T.E., Denton M.H., Belian R.D., Christensen R.A., Ingraham J.C. The proton and electron radiation belts at geosynchronous orbit: Statistics and behavior during high-speed stream-driven storms. *J. Geophys. Res.*, 2016, vol. 121, pp. 5449-5488, doi: 10.1002/2016JA022520.
15. Smolin S.V. Modelirovanie pitch-uglovogo raspredeleniya na dnevnoj storone magnitosfery Zemli [Modeling of pitch angle distribution on the dayside of the Earth's magnetosphere]. *Zh. Sib. Federal. Univ., Ser. Mat. Fiz.*, 2012, vol. 5, no. 2, pp. 269-275. (in Russian)
16. Smolin S.V. Modeling the pitch angle distribution on the nightside of the Earth's magnetosphere. *Geomagnetism and Aeronomy*, 2015, vol. 55, no. 2, pp. 166-173.
17. Kennel C.F., Petschek H.E. Limit on stably trapped particle fluxes. *J. Geophys. Res.*, 1966, vol. 71, no. 1, pp. 1-14.
18. Lyons L.R., Williams D.J. *Quantitative aspects of magnetospheric physics*. N.Y.: Springer, 1984. 312 p.
19. Smolin S.V. *Modelirovanie pitch-uglovoj diffuzii v magnitosfere Zemli* [Modeling of pitch angle diffusion in the Earth's magnetosphere]. Krasnoyarsk: redakcionno-izdatel'skoe predpriyatie "Libra", 1996. 205 p. (in Russian)
20. Smolin S.V. Vliyaniye pitch-uglovogo raspredeleniya na plazmennyye processy v nochnoj magnitosfere [Influence of pitch angle distribution on plasma processes in the night magnetosphere]. *Geomagnetizm i achronomiya* [Geomagnetism and Aeronomy], 1993, vol. 33, no. 5, pp. 17-25. (in Russian)
21. Nishida A. *Geomagnetic diagnosis of the magnetosphere*. N.Y.: Springer-Verlag, 1978. 301 p.

Авторы

Смолин Сергей Викторович, к.ф.-м.н., доцент, Сибирский федеральный университет, пр. Свободный, д. 79, г. Красноярск, 660041, Россия.
E-mail: smolinsv@inbox.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Смолин С. В. Моделирование потока релятивистских электронов на геостационарной орбите в магнитосфере Земли // *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2018. № 2. С. 75–85.

Authors

Smolin Sergei Viktorovich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Siberian Federal University, Svobodny av., 79, Krasnoyarsk, 660041, Russia.
E-mail: smolinsv@inbox.ru

Please cite this article in English as:

Smolin S. V. Modeling of relativistic electron flux at geostationary orbit in the Earth's magnetosphere. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2018, no. 2, pp. 75–85.