

## ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МЕТОДОВ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ НАУКИ

\*\*\*

УДК 621

*Ю. А. Костиков<sup>1</sup>, В. Ю. Павлов<sup>2</sup>, А. М. Романенков<sup>3</sup>, В. Б. Терновсков<sup>4</sup>*МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ В ПРОФИЛОМЕТРИИ ПРОТЯЖЕННЫХ  
ВНУТРЕННИХ ОТРАЖАЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В статье описана математическая модель решения обратной задачи оптики в применении к измерению формы внутренних протяженных поверхностей, узлов и деталей механизмов и машин, применяемых в различных сферах экономики. Основанный на данной модели способ измерения формы таких поверхностей позволит существенно улучшить качество изделий, повысить надежность и безаварийность их эксплуатации и перейти к их эксплуатации по фактическому состоянию. Внедрение предложенных математических и технических решений даст большой экономический эффект.

**Ключевые слова:** Обратная задача оптики, математическая модель, профилометрия, протяженная внутренняя поверхность.

Детали с протяженными внутренними поверхностями широко распространены во всех областях техники. Под протяженной поверхностью мы будем понимать поверхность, длина продольного профиля которой как минимум на порядок превышает характеристические размеры ее поперечного сечения которой. Форма профилей протяженных внутренних поверхностей труб, гидро- и пневмоцилиндров, цилиндров двигателей внутреннего сгорания, волноводов, каналов охлаждения и смазки и т.п. определяет технические и эксплуатационные характеристики устройств с такими узлами и деталями. Измерение профилей протяженных внутренних поверхностей необходимо на всех этапах жизненного цикла изделий. Однако проблема измерения профилей протяженных внутренних поверхностей до сих пор не решена.

Механические [Антоненкои др., 2009], оптико-механические, пневматические и гидравлические методы измерения либо не дают полную и достоверную информацию о продольных и поперечных профилях протяженной внутренней поверхности, либо имеют низкую производительность измерений. Измерительные приборы, как правило, хрупки и дороги. Кроме того, все эти методы являются контактными, что дополнительно снижает сферу их применимости.

Оптические методы (стереоскопические [Родэ и др., 2007; Лапа, Браилов, 2014], интерференционные [Вишняков, Левин, 2011], растровые [Ефанов и др., 2006; Сивохин, Кузнецов 2012]) являются бесконтактными и могут обеспечить необходимую точность измерений полноту измерительной информации. Однако они трудноприменимы или неприменимы для измерения протяженных внутренних поверхностей. Кроме того, для восстановления профилей поверхности они требуют сложной математической обработки измерительной информации.

В работе [Каралаш и др., 2015] описан оптико-электронный метод измерения профилометрии протяженных внутренних цилиндрических поверхностей (ОЭМИ), основанный на математической модели отражения света от протяженной внутренней цилиндрической поверхности в приближении геометрической оптики. Метод обеспечивает бесконтактное снятие измерительной информации и

---

<sup>1</sup>E-mail: jkostikov@mail.ru

<sup>2</sup>E-mail: vitaly\_pavlov@hotmail.ru

<sup>3</sup>E-mail: romanaleks@gmail.com

<sup>4</sup>E-mail: vternik@mail.ru

не требует сложной обработки и интерпретации интерференционных полей или муаровых картин. В результате ОЭМИ превосходит традиционные методы измерения по достоверности, точности и производительности.

На Рис. 1 представлена оптическая схема снятия измерительной информации. Исследуемая поверхность освещается пространственно модулированным световым потоком. Свет, отраженный от поверхности, регистрируется цифровой телевизионной системой

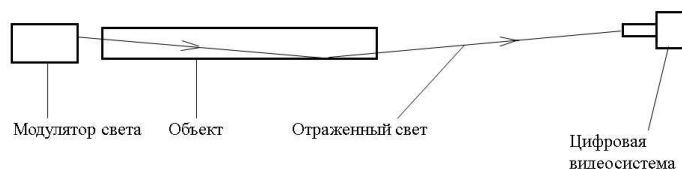


Рис. 1. Оптическая схема ОЭМИ.

Пространственная модуляция отраженного пучка определяется как видом исходной модуляции, так и формой исследуемой поверхности.

Вычисление параметров оптической системы исходя из характеристик, входящих и выходящих световых пучков - классическая обратная задача оптики. Как известно, в общем случае эта задача не имеет единственного решения. Тем не менее, для случая цилиндрической поверхности и поверхности с малыми отклонениями от номинального цилиндра разработана методика, позволяющая однозначно интерпретировать ход лучей в оптической системе и найти приближенное решение обратной задачи оптики.

В настоящей работе предпринята попытка найти условия разрешимости обратной задачи оптики для случая отражения света от протяженной внутренней поверхности не обязательно цилиндрической.

На Рис.2 схематически представлен ход лучей при отражении света от протяженной внутренней поверхности.

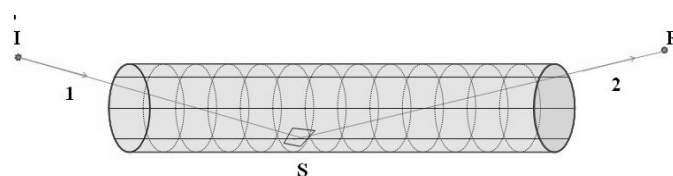


Рис. 2.

Рис. 2. Ход лучей при отражении света от протяженной внутренней поверхности. I – источник света, 1 – падающий луч, 2 – отраженный луч, R – зрачок фоторегистратора, S – элемент поверхности в точке падения луча

Падающий луч (1) и луч отраженный (2) теоретически должны пересекаться в одной точке — точке отражения от поверхности (S), поэтому, зная координаты источника света (I) и зрачка фоторегистратора (R), а также зная углы, под которыми луч (1) вышел из источника и под которыми луч (2) попал в зрачок приемника, можно однозначно определить координаты точки отражения света S и вектор нормали к отражающей поверхности в этой точке. На практике ситуация отличается от теории, по крайней мере, в трех аспектах. Во-первых, все экспериментально измеряемые параметры оптической системы известны с некоторой погрешностью. Во-вторых, лучи имеют ненулевое сечение и ненулевой угол расходимости, вследствие чего падающий луч засвечивает на поверхности не точку, а пятно, вытянутое параллельно оси поверхности. В-третьих, сама

поверхность имеет как мелкие шероховатости, так и протяженные отклонения от идеальной формы. Поэтому требуется построение регуляризирующей процедуры, сводящей к минимуму влияние случайных факторов на конечный результат.

Используя направляющие орты ( $N_1$ ) и ( $N_2$ ) лучей (1) и (2) и вычисляя их векторное произведение, можно построить перпендикулярный им отрезок (ZP). Далее, принимаем середину (Q) это отрезка за первое приближение точки пересечения падающего (1) и отраженного (2) лучей. Далее проводим плоскость ( $P_i$ ) через конечную точку расположения источника ( $I$ ), точку расположения зрачка фоторегистратора ( $R$ ) и точку Q, а затем строим ортогональные проекции ( $R_1$ ) и ( $R_2$ ) лучей (1) и (2) соответственно. Орты ( $N$ ) биссектрисы угла между ( $R_1$ ) и ( $R_2$ ), исходящую из точки Q, принимаем за нормаль к отражающей поверхности. Следуя описанной стратегии, предьявим явные вычислительные формулы.

Пусть заданы две прямые своими уравнениями в каноническом виде

$$L_1 : \frac{x - a_1}{b_1 - a_1} = \frac{y - a_2}{b_2 - a_2} = \frac{z - a_3}{b_3 - a_3} \text{ и } L_2 : \frac{x - c_1}{d_1 - c_1} = \frac{y - c_2}{d_2 - c_2} = \frac{z - c_3}{d_3 - c_3},$$

которые имеют направляющие векторы:

$$\vec{s}_1 = (b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3) = (l_1, l_2, l_3)$$

$$\vec{s}_2 = (d_1 - c_1, d_2 - c_2, d_3 - c_3) = (k_1, k_2, k_3)$$

Вектор, перпендикулярный обеим прямым, может быть определен как векторное произведение направляющих:

$$\begin{aligned} \vec{n} = [\vec{s}_1, \vec{s}_2] &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ l_1 & l_2 & l_3 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{vmatrix} = \vec{i} (k_2 l_3 - k_3 l_2) + \vec{j} (k_3 l_1 - k_1 l_3) + \vec{k} (k_1 l_2 - k_2 l_1) = \\ &= n_x \vec{i} + n_y \vec{j} + n_z \vec{k} \end{aligned}$$

Уравнение плоскости, которая проходит через прямую  $L_2$  параллельно вектору  $\vec{n}$ , имеет в качестве вектора нормали вектор  $\vec{n}_p$ , являющийся результатом двойного векторного произведения векторов  $\vec{s}_2, [\vec{s}_1, \vec{s}_2]$ :

$$\begin{aligned} \vec{n}_p &= [\vec{s}_2, [\vec{s}_1, \vec{s}_2]] = \\ &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ k_1 & k_2 & k_3 \\ l_2 k_3 - l_3 k_2 & -l_1 k_3 + l_3 k_1 & l_1 k_2 - l_2 k_1 \end{vmatrix} = \\ &= i (k_2 l_1 k_2 - k_2 l_2 k_1 + k_3 l_1 k_3 - k_3 l_3 k_1) - \\ &- j (k_1 l_1 k_2 - k_1 l_2 k_1 - k_3 l_2 k_3 + k_3 l_3 k_2) + \\ &+ k (k_1 l_3 k_1 - k_1 l_1 k_3 - k_2 l_2 k_3 + k_2 l_3 k_2). \end{aligned}$$

Уравнение плоскости, которая проходит через точку  $C(c_1, c_2, c_3)$  параллельно вектору  $\vec{n}_p$ , может быть задано в следующем виде:

$$P_1 : n_{p_x} (x - c_1) + n_{p_y} (y - c_2) + n_{p_z} (z - c_3) = 0$$

или

$$P_1 : n_{p_x} x + n_{p_y} y + n_{p_z} z - D_p = 0,$$

при  $D_p = (n_{p_x} c_1 + n_{p_y} c_2 + n_{p_z} c_3)$ .

Запишем прямую  $L_1$  в параметрическом виде. Затем, подставив значения  $x, y, z$  в уравнение плоскости, найдем точку их пересечения.

$$\mathbf{t}_1 = \frac{x - a_1}{b_1 - a_1} = \frac{y - a_2}{b_2 - a_2} = \frac{z - a_3}{b_3 - a_3}$$

$$\begin{cases} x_1 = a_1 + t_1(b_1 - a_1) \\ y_1 = a_2 + t_1(b_2 - a_2) \\ z_1 = a_3 + t_1(b_3 - a_3) \end{cases}$$

$$n_{p_x}(a_1 + t_1(b_1 - a_1)) + n_{p_y}(a_2 + t_1(b_2 - a_2)) + n_{p_z}(a_3 + t_1(b_3 - a_3)) - D_p = 0$$

Полученное уравнение является линейным относительно  $t_1$ , откуда легко можно получить:

$$t_1 = -\frac{n_{p_x}a_1 + n_{p_y}a_2 + n_{p_z}a_3 + D_p}{n_{p_x}(b_1 - a_1) + n_{p_y}(b_2 - a_2) + n_{p_z}(b_3 - a_3)}$$

Далее определим точку  $N_1(x_1, y_1, z_1)$ .

Аналогичным образом, найдем координаты второй точки. Уравнение плоскости, которая проходит через прямую  $L_1$  параллельно вектору  $\vec{n}$  имеет нормальным вектор

$$\vec{n}_p = [\vec{s}_1, [\vec{s}_1, \vec{s}_2]].$$

$$\begin{aligned} \vec{n}_p &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ l_1 & l_2 & l_3 \\ l_2k_3 - l_3k_2 & -l_1k_3 + l_3k_1 & l_1k_2 - l_2k_1 \end{vmatrix} \\ &= i(l_2l_1k_2 - l_2l_2k_1 + l_3l_1k_3 - l_3l_3k_1) - \\ &\quad - j(l_1l_1k_2 - l_1l_2k_1 - l_3l_2k_3 + l_3l_3k_2) + \\ &\quad + k(l_1l_3k_1 - l_1l_1k_3 - l_2l_2k_3 + l_2l_3k_2). \end{aligned}$$

По аналогии, уравнение плоскости, которая проходит через точку  $A(a_1, a_2, a_3)$  параллельно вектору  $\vec{n}_p$ :

$$P_1 : n_{p_x}(x - a_1) + n_{p_y}(y - a_2) + n_{p_z}(z - a_3) = 0$$

$$P_1 : n_{p_x}x + n_{p_y}y + n_{p_z}z - D_p = 0, \quad \text{при } D_p = (n_{p_x}a_1 + n_{p_y}a_2 + n_{p_z}a_3)$$

Запишем прямую  $L_2$  в параметрическом виде, подставив значения  $x, y, z$  в уравнение плоскости, найдем точку их пересечения.

$$t_2 = \frac{x - c_1}{d_1 - c_1} = \frac{y - c_2}{d_2 - c_2} = \frac{z - c_3}{d_3 - c_3}$$

$$\begin{cases} x_2 = c_1 + t_2(d_1 - c_1) \\ y_2 = c_2 + t_2(d_2 - c_2) \\ z_2 = c_3 + t_2(d_3 - c_3) \end{cases}$$

$$n_{p_x}(c_1 + t_2(d_1 - c_1)) + n_{p_y}(c_2 + t_2(d_2 - c_2)) + n_{p_z}(c_3 + t_2(d_3 - c_3)) - D_p = 0$$

Рассчитаем значение  $t_2$  при  $x_2, y_2, z_2$ :

$$t_2 = -\frac{n_{p_x}c_1 + n_{p_y}c_2 + n_{p_z}c_3 + D_p}{n_{p_x}(d_1 - c_1) + n_{p_y}(d_2 - c_2) + n_{p_z}(d_3 - c_3)}$$

Далее определим точку  $N_2(x_2, y_2, z_2)$ .

Найдем координаты середины отрезка  $N_1N_2$

$$N_c \left( \frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2}, \frac{z_2 + z_1}{2} \right) = N_c(x_c, y_c, z_c)$$

Построим плоскость  $W$  через точки  $A, D, N_c$ :

Напишем определитель:

$$W = \begin{vmatrix} x - a_1 & y - a_2 & z - a_3 \\ x_c - a_1 & y_c - a_2 & z_c - a_3 \\ d_1 - a_1 & d_2 - a_2 & d_3 - a_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x - a_1 & y - a_2 & z - a_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \\ q_1 & q_2 & q_3 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
&= (x - a_1)(m_2q_3 - q_2m_3) + (y - a_2)(m_3q_1 - m_1q_3) + (z - a_3)(m_1q_2 - q_1m_2) \\
&= x(m_2q_3 - q_2m_3) + y(m_3q_1 - m_1q_3) + z(m_1q_2 - q_1m_2) - (a_1(m_2q_3 - q_2m_3) + a_2(m_3q_1 - m_1q_3) + \\
&\quad + a_3(m_1q_2 - q_1m_2))
\end{aligned}$$

Равенство нулю ( $W = 0$ ), которого дает искомую плоскость.

В этой плоскости лежат прямые  $N_cD$  и  $N_cA$ , которые являются проекциями для  $CD$  и  $AB$  соответственно. Сумма нормированных направляющих векторов  $N_cD$  и  $N_cA$  дает биссектрису, направление которой совпадает с нормалью к идеальной отражающей поверхности.

Пусть входная система представляет собой квадратную матрицу падающих лучей  $I$  размерностью  $(n \times n)$ . Тогда выходная система также представляет собой квадратную матрицу отраженных лучей  $J$  той же размерности.

Применяя к каждой паре лучей описанное выше преобразование, получаем локальное описание освещенного участка поверхности в виде матрицы  $R$  координат отражающих точек и нормалей к поверхности в этих точках.

Сдвигая группу излучающих элементов и, соответственно, матрицу  $I$ , можно провести сканирование всей поверхности и получить набор перекрывающихся матриц  $R_i$ , описывающих всю исследуемую поверхность. Перекрытие матриц позволяет применить методики скользящего среднего при вычислении координат и нормалей, а также оценить дисперсию измеренных величин. Таким образом появляется возможность уменьшения погрешности измерений, вносимых неоднозначностью определения нормалей при наличии микрорельефа, формирующего диффузное отражение света.

Сканируя внутреннюю поверхность от левого ее торца к правому (см. рис. 2), мы получим набор координат и нормалей для набора точек поверхности, количество и взаимное расположение которых определяется как взаимным расположением источника и приемника света, так и угловым шагом сканирования. В случае протяженной внутренней поверхности углы между падающим лучом и нормаль к поверхности близок к прямому, поэтому при ненулевом сечении луча длина светового пятна в продольном направлении больше диаметра луча, соотношение длины пятна и диаметра луча в среднем составляет величину порядка отношения длины поверхности к размеру ее поперечного сечения, но меняется от точки к точке вместе с изменением угла падения луча. Расстояние между центрами световых пятен также меняется от точки к точке даже при постоянном угловом шаге сканирования. Тем не менее, на основе полученного массива координат и нормалей форма внутренней протяженной поверхности может быть интерполирована и визуализирована в виде 3-d модели.

Разработан комплекс программ, реализующий описанные алгоритмы получения и обработки измерительной информации. Открытым пока остается вопрос о выборе метода сканирования протяженной внутренней поверхности. На первый взгляд, наилучшие результаты должно было бы дать сканирование поверхности лазерным лучом, поскольку он обладает малой расходимостью, что обеспечивает более точное определение координат точки отражения, и высокой яркостью, что упрощает задачу регистрации отраженного света. Однако когерентность лазерного света при отражении его от реальной поверхности с макро и микронеровностями приводит к появлению в плоскости зрачка фоторегистратора диффузной спекл-картины [Jasquot, 2008], что не позволяет однозначно определить угол отраженного луча и вносит недопустимо большие ошибки в определение координат и нормалей точек поверхности. В связи с этим, более перспективным представляется использование некогерентных источников света. В настоящее время авторами теоретически разрабатываются и моделируются возможные оптико-механические схемы сканирующих систем с некогерентными источниками света.

Полученные в работе результаты найдут применение в системах контроля качества изготовления деталей и узлов с протяженными внутренними поверхностями, при оценке технического состояния таких узлов и деталей в процессе их эксплуатации и при оценке их остаточного ресурса.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антоненко М.В., Кохомский А.Г., Мастега Н.А., Чуканов В.Б. Устройство для контроля искривления технологических каналов ядерного реактора. Патент РФ № RU 2361173 C2, 2009, Бюл. № 19.
2. Вишняков Г.Н., Левин Г.Г. Способ измерения формы поверхности трехмерного объекта. Патент РФ № RU 2472108 C1, 2011, Бюл. № 1.
3. Гонин В.А., Камаем А.В., Макеев А.Г., Рябчиков К.А. Способ определения координат точек поверхности в трехмерной системе координат. Патент РФ № RU 2515200 C1, 2014, Бюл. № 13.
4. Ефанов В.В., Мужичек С.М., Винокуров В.И. Способ определения форм колебаний поверхности и устройство для его осуществления. Патент РФ № RU 2269100 C2, 2006, Бюл. № 03.
5. Каралаш А.Н., Мамонтов Н.Н., Павлов В.Ю., Смирнов В.Ю. Проблемные вопросы совершенствования метода диагностирования технического состояния стволов авиационных пушек // Сборник научных статей I Всероссийской научно-практической конференции "Проблемы эксплуатации авиационной техники в современных условиях 15-16 декабря 2015 г., г. Люберцы: ЦНИИ ВВС РФ, 319с., С.104-112.
6. Лапа Н.Л., Браилов Ю.А. Система измерения формы материальных объектов. Патент РФ № RU 2521725 C2, 2014, Бюл. № 19.
7. Родэ С.В., Семенякин С.В., Фукин В.А. Способ бесконтактного обмера тел со сложной формой поверхности. Патент РФ № RU 2296947 C2, 2007, Бюл. № 10.
8. Сивохин А.В., Кузнецов А.Б. Способ оптического измерения формы поверхности. Патент РФ № RU 2448323 C1, 2012, Бюл. № 11.
9. P. Jacquot Speckle Interferometry: A Review of the Principal Methods in Use for Experimental Mechanics Applications // Strain, An International Journal for Experimental Mechanics, 2008, Volume 44, Issue 1, p.57-69.

## REFERENCES

1. Antonenko M.V., Kohomskij A.G., Mastega N.A., Chukanov V.B. (2009) Device for monitoring the curvature of technological channels of a nuclear reactor [Device for monitoring the curvature of technological channels of a nuclear reactor] Patent RF RU 2361173 C2.
2. Vishnjakov G.N., Levin G.G. (2011) Method for measuring the shape of the surface of a three-dimensional object [Method for measuring the shape of the surface of a three-dimensional object] Patent RF RU 2472108 C1.
3. Gonin V.A., Kamaem A.V., Makeev A.G., Rjabchikov K.A. (2014) Method for determining the coordinates of points of a surface in a three-dimensional coordinate system [Method for determining the coordinates of points of a surface in a three-dimensional coordinate system] Patent RF RU 2515200 C1.
4. Efanov V.V., Muzhichek S.M., Vinokurov V.I. (2006) Method for determining the forms of surface vibrations and the device for its implementation [Method for determining the forms of surface vibrations and the device for its implementation] Patent RF RU 2269100 C2.
5. Karalash A.N., Mamontov N.N., Pavlov V.Ju., Smirnov V.Ju. (2015) Problematic issues of improving the method of diagnosing the technical condition of barrels of aircraft guns [Problematic issues of improving the method of diagnosing the technical condition of barrels of aircraft guns] //Sborniknauchnyhstatej I Vserossijskojnauchno-prakticheskoi konferencii "Problemyj ekspluatcii aviacionnoj tehniki v sovremennyh uslovijah", Ljubercy: CNII VVS RF
6. Lapa N.L., BrailovJu.A. (2014) System for measuring the shape of material objects [System for measuring the shape of material objects] Patent RF RU 2521725 C2.
7. Rodje S.V., Semenjakin S.V., Fukin V.A. (2007) The method of non-contact measurement of bodies with a complex surface shape [The method of non-contact measurement of bodies with a complex surface shape] Patent RF RU 2296947 C2.
8. Sivohin A.V., Kuznecov A.B. (2012) The method of optical measurement of the shape of a surface [The method of optical measurement of the shape of a surface] Patent RF RU 2448323 C1.
9. P. Jacquot Speckle Interferometry: A Review of the Principal Methods in Use for Experimental Mechanics Applications // Strain, An International Journal for Experimental Mechanics, 2008, Volume 44, Issue 1, p.57-69.

Поступила в редакцию 06.12.2017

**Костиков Юрий Александрович**, к. ф.-м. н., заведующий кафедрой 812, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) Волоколамское шоссе, д. 4, г. Москва, А-80, ГСП-3, 125993  
E-mail: jkostikov@mail.ru

**Павлов Виталий Юрьевич**, к. ф.-м. н., заведующий кафедрой 318, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) Волоколамское шоссе, д. 4, г. Москва, А-80, ГСП-3, 125993  
E-mail: vitaly\_pavlov@hotmail.ru

**Романенков Александр Михайлович**, к. т. н., доцент кафедры 812, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) Волоколамское шоссе, д. 4, г. Москва, А-80, ГСП-3, 125993  
E-mail: romanaleks@gmail.com

**Терновсков Владимир Борисович**, к. т. н., доцент кафедры 318, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) Волоколамское шоссе, д. 4, г. Москва, А-80, ГСП-3, 125993  
E-mail: vternik@mail.ru

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Костиков Ю. А., Павлов В. Ю., Романенков А. М., Терновсков В. Б. Математическая модель решения обратной задачи геометрической оптики в профилометрии протяженных внутренних отражающих поверхностей // *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2017. № 4. С. 78–85. *Yurii. A. Kostikov, Vitaly. Yu. Pavlov, A. M. Romanenkov, V. B. Ternovskov*

**Mathematical model of resolution of the inverse problem of geometric optics in profilometry of extended internal reflecting surfaces**

*Keywords:* Inverse problem of optics, mathematical model, regularization, profilometry, extended internal surface.

The article describes a mathematical model for solving the inverse problem of optics in application to measuring the shape of internal extended surfaces of nodes and details of mechanisms and machines used in all fields of economies. The method measuring the shape of such surfaces based on this model will significantly improve the quality of products, increase the reliability and trouble-free of their operation and implement their operation according to their actual technical state. The implementation of the proposed mathematical and technical solutions will give a great economic effect.

Received 06.12.2017

**Kostikov Yurii Aleksandrovich**, PhD in Physics and Mathematics, Head of Department 812, Moscow Aviation Institute (National Research University) 4, Volokolamskoe shosse, Moscow, Russia, 125993  
E-mail: jkostikov@mail.ru

**Pavlov Vitaly Yurievich**, PhD in Physics and Mathematics, Head of Department 318, Moscow Aviation Institute (National Research University) 4, Volokolamskoe shosse, Moscow, Russia, 125993  
E-mail: vitaly\_pavlov@hotmail.ru

**Romanenkov Aleksandr Mihailovich**, PhD in Technical Sciences, Associate Professor at the Department 812, Moscow Aviation Institute (National Research University) 4, Volokolamskoeshosse, Moscow, Russia, 125993

E-mail: romanaleks@gmail.com

**Ternovskov Vladimir Borisovich**, PhD in Technical Sciences, Associate Professor at the Department 316, Moscow Aviation Institute (National Research University) 4, Volokolamskoeshosse, Moscow, Russia, 125993

E-mail: vternik@mail.ru

**Please cite this article in English as:**

Kostikov Yurii. A., Pavlov Vitaly. Yu., Romanenkov A. M., Ternovskov V. B. Mathematical model of resolution of the inverse problem of geometric optics in profilometry of extended internal reflecting surfaces, *Space, Time and Fund. Interact.*, 2017, no. 4, pp. 78–85.