УДК 531.51, 531.9

Р. В. Королев[1], ***С. В. Сушков***[2]

КРОТОВЫЕ НОРЫ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ С НЕМИНИМАЛЬНОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ СВЯЗЬЮ И КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ

В работе рассматривается скалярно-тензорная теория гравитации с космологической постоянной и неминимальной кинетической связью скалярного поля с кривизной. Лагранжиан теории содержит слагаемое вида $(\varepsilon g^{\mu\nu} + \eta G^{ij})\phi_{,i}\phi_{,j}$ и представляет собой частный случай общего лагранжиана Хорндески, приводящего к уравнениям движения второго порядка. Получен класс частных точных статических сферически симметричных решений, описывающих кротовые норы. Показано, что при отрицательной космологической постоянной существуют кротовые норы, поддерживаемые каноническим скалярным полем ($\varepsilon = +1$). Горловина кротовой норы соединяет два пространства-времени анти-де Ситтера.

Ключевые слова: лагранжиан Хорндески, неминимальная кинетическая связь, кротовая нора, космологическая постоянная.

PACS: 04.20.Jb Exact solutions, 04.50.Kd Modified theories of gravity

1. Введение

Общая теория относительности Эйнштейна, в 1915 году предъявившая миру последовательное объяснение сил гравитации искривлением пространства-времени, подстегнула к мысли о существовании более сложных топологических конфигураций пространства-времени. И уже в 1916 году Фламм в статье [1] высказал предположение, что наша Вселенная может быть неодносвязной, и могут существовать ручки или туннели, называемые сейчас кротовыми норами, соединяющие отдаленные области одной Вселенной или даже соединяющие нас с другими Вселенными. Лишь в 1988 году Моррис и Торн [2] выдвинули гипотезу, которая подогрела интерес к изучению кротовых нор, – они предположили, что кротовые норы могут быть проходимыми, в том числе человеком. Эта гипотеза возродила надежду о возможности межзвездных путешествий за сравнимое с человеческой жизнью время.

Однако Моррис и Торн также указали на кажущееся непреодолимым условие существования проходимых Лоренцевых кротовых нор как решений уравнений общей теории относительности: наличие экзотической материи, обладающей отрицательным давлением и нарушающей нулевое энергетическое условие [3, 4]. Тем не менее существует несколько подходов к построению физических моделей кротовых нор. Известно, что некоторые квантовые эффекты могут нарушать энергетические условия, например, эффект Казимира [2]. Таким образом, кротовые норы могут быть построены в полуклассической теории гравитации [5–7]. В таких решениях радиус горловины кротовой норы, как правило, планковских масштабов. Другой подход заключается в использовании гипотетических форм материи с экзотическими свойствами. Например, решение вида кротовой норы, поддерживаемой фантомным скалярным полем, найдено еще в 1973 году независимо друг от друга Эллисом и Бронниковым [8, 9]. Также известны модели кротовых нор с фантомной энергией [10, 11], обобщенным газом Чаплыгина [12], мультиплетом киральных полей [13] и др. Стоит отметить естественное стремление минимизировать использование экзотической материи, благодаря которому появились модели кротовых нор с тонкими стенками [14, 15], вращающиеся [16, 17] и динамические кротовые норы [18, 19].

Еще один подход к построению кротовых нор состоит в применении модифицированных теорий гравитации. Во множестве таких теорий нарушается обобщенное нулевое энергетическое усло-

[1]E-mail: korolyovrv@gmail.com
[2]E-mail: sergey_sushkov@mail.ru

вие [20]. Таким образом, модели кротовых нор могут быть построены в отсутствие экзотической материи, при этом геометрию кротовой норы поддерживают производные кривизны высших порядков, которые можно интерпретировать как гравитационную жидкость. Примеров моделей кротовых нор в модифицированных теориях гравитации достаточно много, среди них кротовые норы в $f(R)$ гравитации [21], в теории Бранса-Дикке [22, 23] и др.

К одним из естественных способов обобщения теории относительности относят добавление неминимальной связи между динамическими величинами материальных полей или их производными и кривизной пространства-времени. Еще в 1974 году Хорндески предложил наиболее общую скалярного-тензорную теорию такого типа [24]. Позднее, изучение скалярного поля под названием “Галилеон”, связанное с его успешным применением в описании инфляционного расширения Вселенной, привело к аналогичным результатам [25, 26]. Простейший Лагранжиан теории Хорндески содержит член $G_{\mu\nu}\phi^{,\mu}\phi^{,\nu}$, обеспечивающий неминимальную кинетическую связь скалярного поля с кривизной. Сильная сторона теории гравитации с неминимальной связью такого вида состоит в том, что все вытекающие модифицированные уравнения Эйнштейна получаются второго порядка и не содержат третьих производных от метрики и скалярного поля [27]. Если космологические приложения этой теории довольно подробно изучены [27–30], то статических решений было получено немного. В работе [31] мы изучали кротовые норы в теории гравитации с неминимальной кинетической связью. При помощи численных методов мы получили решения, описывающие проходимые кротовые норы, соединяющие две асимптотически плоские Вселенные. Чуть позднее Ринальди [32] обнаружил класс точных решений, обладающих характерными свойствами черных дыр, в частности, горизонтом событий. В дальнейшем по аналогии с решением Ринальди найдены другие точные решения с горизонтом событий [33–35]. Обобщая решение Ринальди в работе [36], мы получили точные решения вида кротовой норы, поддерживаемой фантомным скалярным полем.

Цель данной работы стоит в получении и исследовании точных решений вида кротовой норы в теории гравитации с неминимальной кинетической связью и космологической постоянной.

2. Действие и уравнения поля

Рассмотрим действие теории гравитации с неминимальной кинетической связью [3]

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left\{\frac{R-2\Lambda}{8\pi}-\big[\varepsilon g_{\mu\nu}+\eta G_{\mu\nu}\big]\phi^{,\mu}\phi^{,\nu}\right\}, \qquad (1)$$

где $g_{\mu\nu}$ – метрика пространства-времени, $g=\det(g_{\mu\nu})$, R – скалярная кривизна, $G_{\mu\nu}$ – тензор Эйнштейна, ϕ – вещественное безмассовое скалярное поле, η – параметр неминимальной кинетической связи с размерностью квадрата длины, и Λ – космологическая постоянная. Параметр ε принимает значения ±1. В случае $\varepsilon=1$ мы имеем каноническое скалярное поле с положительной кинетической энергией, а в случае $\varepsilon=-1$ – фантомное скалярное поле с отрицательной кинетической энергией. Варьируя действие (1) относительно метрических функций $g_{\mu\nu}$, получим уравнения гравитационного поля

$$G_{\mu\nu}=8\pi\big[\varepsilon T_{\mu\nu}+\eta\Theta_{\mu\nu}\big]-g_{\mu\nu}\Lambda, \qquad (2)$$

где

$$\begin{array}{rcl} T_{\mu\nu} &=& \nabla_\mu\phi\nabla_\nu\phi-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}(\nabla\phi)^2, \qquad (3)\\ \Theta_{\mu\nu} &=& -\frac{1}{2}\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi\,R+2\nabla_\alpha\phi\,\nabla_{(\mu}\phi R^\alpha_{\nu)} \\ && +\nabla^\alpha\phi\,\nabla^\beta\phi\,R_{\mu\alpha\nu\beta}+\nabla_\mu\nabla^\alpha\phi\,\nabla_\nu\nabla_\alpha\phi \\ && -\nabla_\mu\nabla_\nu\phi\,\Box\phi-\frac{1}{2}(\nabla\phi)^2G_{\mu\nu} \\ && +g_{\mu\nu}\big[-\frac{1}{2}\nabla^\alpha\nabla^\beta\phi\,\nabla_\alpha\nabla_\beta\phi+\frac{1}{2}(\Box\phi)^2 \\ && -\nabla_\alpha\phi\,\nabla_\beta\phi\,R^{\alpha\beta}\big]. \qquad (4)\end{array}$$

[3] В этой работе мы используем систему единиц $G=c=1$ и следующие определения тензора кривизны и тензора Риччи: $R^\alpha_{\beta\gamma\delta}=\Gamma^\alpha_{\beta\delta,\gamma}-...$ и $R_{\mu\nu}=R^\alpha_{\mu\alpha\nu}$.

Аналогично, вариация действия (1) по отношению к ϕ приводит к уравнению движения скалярного поля:

$$[\varepsilon g^{\mu\nu} + \eta G^{\mu\nu}]\nabla_\mu \nabla_\nu \phi = 0. \tag{5}$$

В силу тождества Бьянки $\nabla^\mu G_{\mu\nu} = 0$ волновое уравнение (5) является дифференциальным следствием уравнений (2). Фактически, космологическая постоянная Λ играет роль потенциала скалярного поля ϕ, постоянного в пространстве. Действительно, при использовании определения

$$\Lambda = 8\pi V(\phi) \tag{6}$$

уравнения (2) и (5) становятся частным случаем известных полевых уравнений (см., например, уравнения (2)-(3) статьи [28]) в теории гравитации со скалярным полем, обладающим потенциалом и неминимальной кинетической связью с кривизной пространства-времени.

3. Статические сферически симметричные решения

Найдем статические сферически симметричные решения модифицированных уравнений Эйнштейна (2)-(5). В предположении сферической симметрии пространства-времени, скалярное поле будет функцией только радиальной координаты $\phi = \phi(r)$, и метрика может быть выбрана в общем виде:

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + g(r)dr^2 + \rho^2(r)d\Omega^2, \tag{7}$$

где $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$. Отметим, что свобода выбора радиальной координаты позволяет зафиксировать вид одной из метрических функций $f(r)$, $g(r)$ или $\rho(r)$, но ради сохранения общности мы пока не будем этого делать. Тогда уравнения поля в метрике (7) принимают вид:

$$\frac{\sqrt{fg}}{g}\psi\left[\varepsilon\rho^2 + \eta\left(\frac{\rho\rho' f'}{fg} + \frac{\rho'^2}{g} - 1\right)\right] = C_0, \tag{8a}$$

$$\rho\rho'\frac{f'}{f} = \frac{g(g - \rho'^2 - \Lambda g\rho^2) - 4\pi\eta\psi^2(g - 3\rho'^2) + 4\pi\varepsilon\rho^2\psi^2 g}{g - 12\pi\eta\psi^2}, \tag{8b}$$

$$\frac{\rho\rho'}{2}\left(\frac{f'}{f} - \frac{g'}{g}\right) = \frac{g(g - \rho'^2 - \rho\rho'' - \Lambda g\rho^2) + 4\pi\eta\psi^2(2\rho'^2 + \rho\rho'') + 4\pi\eta\rho\rho'(\psi^2)'}{g - 12\pi\eta\psi^2}, \tag{8c}$$

где C_0 – константа интегрирования, и введено обозначение $\psi \equiv \varphi'$. Стоит отметить, что уравнение (8a) есть первый интеграл волнового уравнения (5).

Далее, следуя Ринальди [32], мы будем искать решение системы (8) в частном случае, в предположении

$$C_0 = 0. \tag{9}$$

В этом случае уравнение (8a) дает

$$\rho\rho'\frac{f'}{f} = g - \rho'^2 - \frac{\varepsilon\rho^2 g}{\eta}, \tag{10}$$

Отсюда получим следующее выражение для функции $f(r)$:

$$f(r) = \frac{C_1}{\rho}\exp\left(-\int\frac{(\varepsilon\rho^2 - \eta)g}{\eta\rho\rho'}dr\right), \tag{11}$$

где C_1 – константа интегрирования. Из уравнения (8b), используя соотношение (10), найдем ψ^2:

$$\psi^2(\rho) = \frac{\rho^2 g(\varepsilon - \Lambda\eta)}{8\pi\eta(\varepsilon\rho^2 - \eta)}. \tag{12}$$

Уравнение для функции $g(r)$ получим из уравнения (8c), исключив из него функции $f(r)$ and $\psi(r)$ с помощью соотношений (10) и (12):

$$\frac{\rho\rho' g'}{g}((\varepsilon + \Lambda\eta)\rho^2 - 2\eta) - g\left(\frac{\rho^4}{\eta} + \Lambda\varepsilon\rho^4 - 3\varepsilon\rho^2 - \Lambda\eta\rho^2 + 2\eta\right) - 2\rho\rho''((\varepsilon + \Lambda\eta)\rho^2 - 2\eta)$$
$$-\rho'^2((\varepsilon + \Lambda\eta)\rho^2 - 2\eta) - \frac{4(\varepsilon - \Lambda\eta)\eta\rho^2\rho'^2}{\varepsilon\rho^2 - \eta} = 0 \tag{13}$$

Уравнение (13) на $g(r)$ можно упростить, разделив на общий множитель $((\varepsilon+\Lambda\eta)\rho^2-2\eta)$:

$$\frac{\rho\rho' g'}{g}-\frac{g}{\eta}(\varepsilon\rho^2-\eta)-\rho'^2-2\rho\rho''-\frac{4(\varepsilon-\Lambda\eta)\eta\rho^2\rho'^2}{(\varepsilon\rho^2-\eta)((\varepsilon+\Lambda\eta)\rho^2-2\eta)}=0 \tag{14}$$

Стоит отметить, что существует аналитическое решение уравнения (14) для произвольной функции $\rho(r)$. Подставив это решение для функции $g(r)$ в уравнение (11), возьмем интеграл и найдем функцию $f(r)$. В зависимости от знака $\varepsilon\eta$ решение принимает следующий вид:

A. $\varepsilon\eta>0$.

$$f(r) = C_1F(r), \tag{15}$$

$$g(r) = \frac{\rho'^2(\rho^2-\frac{2l_\eta^2}{1+\Lambda l_\eta^2})^2}{(\rho^2-l_\eta^2)^2F(r)}, \tag{16}$$

где (17)

$$F(r) = \frac{4}{1+\Lambda l_\eta^2}-1-\frac{8m}{\rho}-\frac{\rho^2}{3l_\eta^2}+\frac{l_\eta(1-\Lambda l_\eta^2)^2}{\rho(1+\Lambda l_\eta^2)^2}\operatorname{arctanh}\frac{\rho}{l_\eta}. \tag{18}$$

B. $\varepsilon\eta<0$.

$$f(r) = C_1F(r), \tag{19}$$

$$g(r) = \frac{\rho'^2(\rho^2+\frac{2l_\eta^2}{1-\Lambda l_\eta^2})^2}{(\rho^2+l_\eta^2)^2F(r)}, \tag{20}$$

где (21)

$$F(r) = \frac{4}{1-\Lambda l_\eta^2}-1-\frac{8m}{\rho}+\frac{\rho^2}{3l_\eta^2}+\frac{l_\eta(1+\Lambda l_\eta^2)^2}{\rho(1-\Lambda l_\eta^2)^2}\arctan\frac{\rho}{l_\eta}. \tag{22}$$

Здесь m – константа интегрирования и $l_\eta=|\varepsilon\eta|^{1/2}$ – характерный масштаб неминимальной кинетической связи. Для произвольной функции $\rho(r)$ формулы (15)-(22) совместно с (12) дают точное аналитическое решение системы (8). Заметим, что найденные решения (12),(15)-(22) сводятся при $\Lambda=0$ к полученным нами ранее решениям [36] в теории гравитации с неминимальной кинетической связью. Далее мы рассмотрим пример функции $\rho(r)$, описывающий кротовую нору.

4. Решение вида кротовой норы: $\rho(r)=\sqrt{r^2+a^2}$

В этом и последующих разделах мы рассмотрим статическую сферически симметричную конфигурацию пространства-времени с метрической функцией $\rho(r)$ следующего вида:

$$\rho(r)=\sqrt{r^2+a^2}, \tag{23}$$

где $a>0$ – параметр. Тогда метрика (7) принимает вид

$$ds^2=-f(r)dt^2+g(r)dr^2+(r^2+a^2)d\Omega^2. \tag{24}$$

Если функции $f(r)$ и $g(r)$ положительно определены и регулярны в области $r\in(-\infty,\infty)$, то метрика (24) описывает пространство-время кротовой норы с горловиной при $r=0$; параметр a называется радиусом горловины.

Подставив $\rho(r)=\sqrt{r^2+a^2}$ в формулы (12), (15)-(22), мы получим решения для функций $f(r)$, $g(r)$ and $\psi^2(r)$ в явном виде. Ниже мы рассмотрим эти решения для обоих знаков произведения $\varepsilon\eta$.

A. $\varepsilon\eta>0$. В этом случае решение для $f(r)$ дается формулами (15) и (18). Решение содержит функцию $\operatorname{arctanh}(\sqrt{r^2+a^2}/l_\eta)$, область определения которой может быть найдена из условия

$\sqrt{r^2+a^2}/l_\eta < 1$, т.е. $|r| < r_1 \equiv (l_\eta^2 - a^2)^{1/2}$. В точках $|r| = r_1$ функция $\operatorname{arctanh}(\sqrt{r^2+a^2}/l_\eta)$ логарифмически расходится. Следовательно, метрическая функция $f(r)$ сингулярна при $|r| = r_1$, что делает это решение неинтересным с физической точки зрения.

B. $\varepsilon\eta < 0$. В этом случае, подставив $\rho(r) = \sqrt{r^2+a^2}$ в формулы (19)-(22) и (12), получим следующие решения для метрических функций $f(r)$, $g(r)$ и функции $\psi^2(r)$:

$$f(r) = \frac{F(r)}{F(0)}, \tag{25}$$

$$g(r) = \frac{r^2\left(r^2+a^2+\frac{2l_\eta^2}{1-\Lambda l_\eta^2}\right)^2}{(r^2+a^2)(r^2+a^2+l_\eta^2)^2 F(r)}, \tag{26}$$

$$\psi^2(r) = -\frac{\varepsilon}{8\pi l_\eta^2}\frac{r^2\left(r^2+a^2+\frac{2l_\eta^2}{1-\Lambda l_\eta^2}\right)^2(1+\Lambda l_\eta^2)}{(r^2+a^2+l_\eta^2)^3 F(r)}, \tag{27}$$

где

$$F(r) = \frac{4}{1-\Lambda l_\eta^2} - 1 - \frac{8m}{\sqrt{r^2+a^2}} + \frac{r^2+a^2}{3l_\eta^2} + \frac{l_\eta(1+\Lambda l_\eta^2)^2}{\sqrt{r^2+a^2}(1-\Lambda l_\eta^2)^2}\arctan\left(\frac{\sqrt{r^2+a^2}}{l_\eta}\right), \tag{28}$$

и константа интегрирования $C_1 = F(0)^{-1}$ в выражении для $f(r)$ выбрана так, что $f(0) = 1$. Функция $F(r)$ имеет минимум при $r = 0$, поэтому для ее положительной определенности необходимо потребовать $F(0) > 0$. Отсюда получим ограничение сверху параметра m:

$$2m < a\left(\frac{1}{1-\Lambda l_\eta^2} - \frac{1}{4} + \frac{\alpha^2}{12} + \frac{(1+\Lambda l_\eta^2)^2}{4\alpha(1-\Lambda l_\eta^2)^2}\arctan\alpha\right), \tag{29}$$

где $\alpha \equiv a/l_\eta$ – безразмерный параметр, определяющий отношение двух характерных размеров: радиуса горловины кротовой норы a и масштаба неминмальной кинетической связи l_η. В частном случае $a \ll l_\eta$, получим

$$2m < \frac{a}{(1-\Lambda l_\eta^2)^2}. \tag{30}$$

Далее мы будем предполагать, что величина m удовлетворяет условию (29), и, следовательно, функция $F(r)$ положительно определена, т.е. $F(r) > 0$.

Рассмотрим асимптотические свойства полученного решения. Вдали от горловины в пределе $|r| \to \infty$ метрические функции $f(r)$ и $g(r)$ имеют следующий асимптотический вид:

$$f(r) = \frac{1}{F(0)}\frac{r^2}{3l_\eta^2} + O(r^0), \tag{31}$$

$$g(r) = \frac{3l_\eta^2}{r^2} + O(\frac{1}{r^4}). \tag{32}$$

Вдали от горловины скалярная кривизна стремится к постоянному отрицательному значению $R \to R_\infty$, где

$$R_\infty = -\frac{4}{l_\eta^2}. \tag{33}$$

Таким образом, полученные асимптотики описывают геометрию пространства анти-де Ситтера с постоянной отрицательной кривизной. Стоит отметить, что асимптотическое значение R_∞ зависит только от характерного масштаба неминимальной связи l_η и не зависит от параметров Λ, a и m.

В окрестности горловины $r = 0$, получим следующие асимптотики

$$g(r) = B\frac{r^2}{l_\eta^2} + O(r^4), \tag{34}$$

$$f(r) = 1 + O(r^2), \tag{35}$$

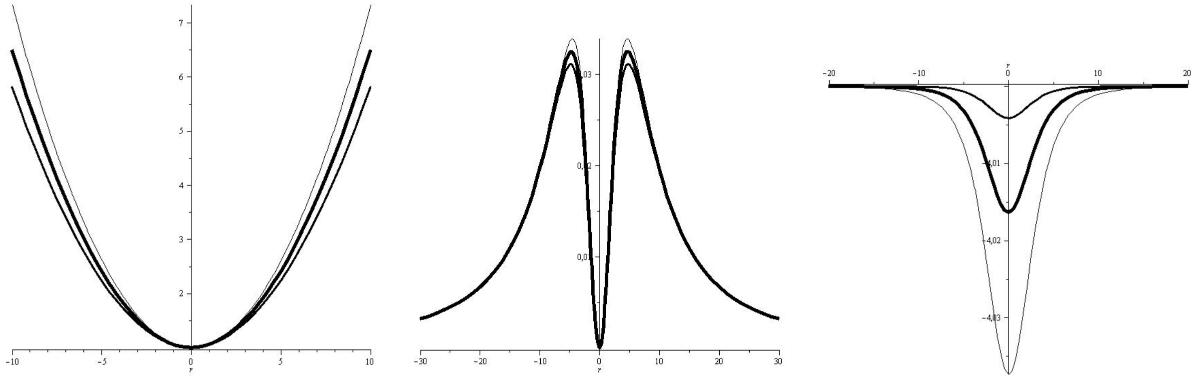

Рис. 1. Графики метрических функций $f(r)$, $g(r)$ и скалярной кривизны $R(r)$. Значения параметров $l_\eta = 1$, $a = 5$, $m = 1$. Параметр Λ принимает значения $\Lambda = -15; -3; 5$ (соответствующие линии на графиках – от более толстой к более тонкой). Отрицательным значениям Λ соответствует каноническое скалярное поле, положительному значению Λ – фантомное поле.

где

$$B = \frac{\left(\alpha^2 + \frac{2}{1-\Lambda l_\eta^2}\right)^2}{\alpha^2(\alpha^2+1)^2\left(\frac{4}{1-\Lambda l_\eta^2} - 1 - \frac{8m}{a} + \frac{1}{3}\alpha^2 + \frac{(1+\Lambda l_\eta^2)^2}{\alpha(1-\Lambda l_\eta^2)^2}\arctan\alpha\right)}$$

и введено обозначение $\alpha = a/l_\eta$. Стоит отметить, что метрическая функция $g(r)$ обращается в ноль в горловине, т.е. $g(0) = 0$. Однако это не более чем координатная сингулярность, так как геометрические инварианты в горловине несингулярны. Например, при подстановке решения (23),(25)-(26) в метрику (7) находим, что скалярная кривизна для такой метрики в окрестности горловины регулярна: $R(r) = R_0 + O(r^2)$, где величина $R_0 = R(0)$ громоздко выражается через параметры Λ, a, l_η,m.

Отдельно рассмотрим решение (27) для скалярного поля. Так как функция $F(r) > 0$, то условие $\psi^2(r) \geq 0$, или отсутствие мнимой части скалярного поля, выполнено, если справедливо соотношение

$$\varepsilon(1 + \Lambda l_\eta^2) \leq 0. \tag{36}$$

Отсюда следует нетривиальный случай кротовой норы, поддерживаемой реальным каноническим скалярным полем, т.е. при $\varepsilon = +1$. Однако при этом параметр неминимальной связи η и космологическая постоянная Λ должны быть отрицательны: $\Lambda \leq -1/l_\eta^2$. В предельном случае равенства $\Lambda = -1/l_\eta^2$ скалярное поле φ вырождается в константу, так что решение представляет собой классическое пространство-время анти-де Ситтера постоянной отрицательной кривизны: $R(r) = -4/l_\eta^2$. Из условия (36) следует, что решение существует в случае фантомного скалярного поля ($\varepsilon = -1$), положительного параметра неминимальной связи $\eta > 0$ и космологической постоянной $\Lambda > -1/l_\eta^2$. При значении лямбда-члена $\Lambda = 1/l_\eta^2$ решение не существует в случае $\varepsilon\eta < 0$. Однако в семействе решений $\varepsilon\eta > 0$, значение космологической постоянной $\Lambda = 1/l_\eta^2$ аналогично приводит к вырождению скалярного поля в константу и к пространству-времени де Ситтера: $R(r) = 4/l_\eta^2$.

Наконец, приведем на Рис. 1 графики полученных решений – метрических функций $f(r)$, $g(r)$ и скалярной кривизны $R(r)$, описывающих конфигурацию кротовой норы при различных значениях космологической постоянной в случае канонического и фантомного скалярных полей.

5. Заключение

В настоящей работе мы исследовали статические сферически симметричные решения вида кротовой норы в теории гравитации с космологической постоянной и скалярным полем, обладающим неминимальной кинетической связью с кривизной. Лагранжиан этой теории содержит член

$(\varepsilon g_{\mu\nu} + \eta G_{\mu\nu})\, \phi^{;\mu}\phi^{;\nu}$ и представляет собой частный случай общего Лагранжиана Хорндески [24], приводящего к уравнениям движения второго порядка. Ранее, мы получили [36] класс частных точных решений в теории гравитации с неминимальной кинетической связью, используя подход Ринальди [32]. В настоящей работе мы обобщили полученные нами ранее решения, добавив в действие космологическую постоянную Λ. Детальный анализ выявил характерные свойства полученных решений:

а) Кротовые норы существуют как при $\varepsilon = -1$ (фантомное поле) и $\Lambda > 0$, так и при $\varepsilon = +1$ – каноническом скалярном поле и $\Lambda < -1/l_\eta^2$.

б) Метрическая функция $g(r)$ обращается в ноль в горловине ($g(0) = 0$). Однако, это лишь координатная особенность, так как инварианты кривизны регулярны в точке $r = 0$.

в) Горловина кротовой норы связывает два пространства анти-де Ситтера вне зависимости от знака Λ-члена. Таким образом, асимптотическое поведение решений на бесконечном удалении от горловины в теории с неминимальной кинетической связью и космологической постоянной не изменилось по сравнению с [36].

Отсутствие плоских асимптотик у частных решений вида кротовой норы в теориях с неминимальной кинетической связью вида $\eta G_{\mu\nu}\phi^{;\mu}\phi^{;\nu}$, рассмотренных в настоящей и предыдущей [36] наших статьях, а также частных решений вида черной дыры у Ринальди [32], вызвано общим допущенным упрощением (9) – обнулением константы интегрирования уравнения для скалярного поля C_0, называемой “скалярным зарядом”. В более ранней нашей работе [31], посвященной теории гравитации с неминимальной кинетической связью, были получены численные решения вида кротовой норы, соединяющей два асимптотически плоских пространства-времени, причем скалярный заряд был отличен от нуля.

6. Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российской государственной программы повышения конкурентоспособности КФУ, а также Российского научного фонда, грант №16-12-10401.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Flamm L. Beitráge zur Einsteinschen Gravitationstheorie, *Phys. Z.*, 1916, vol. 17, pp. 448–454.

2. Morris M.S., Thorne K.S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity, *Am. J. Phys.*, 1988, vol. 56, no. 5, pp. 395–412.

3. Hochberg D., Visser M. Geometric structure of the generic static traversable wormhole throat, *Phys. Rev. D*, 1997, vol. 56, no. 8, pp. 4745–4755.

4. Visser M. *Lorentzian Wormholes: From Einstein to Hawking*, Woodbury, N.Y.: American Institute of Physics Press, 1995, 412 p.

5. Sushkov S.V. A selfconsistent semiclassical solution with a throat in the theory of gravity, *Phys. Lett. A*, 1992, vol. 164, no. 1, pp. 33–37.

6. Hochberg D., Popov A., Sushkov S.V. Self-consistent wormhole solutions of semiclassical gravity, *Phys.Rev. Lett.*, 1997, vol. 78, no. 11, pp. 2050–2053.

7. Popov A.A., Sushkov S.V. Vacuum polarization of a scalar field in wormhole spacetimes, *Phys. Rev. D*, 2001, vol. 63, no. 4, pp. 044017.1–8.

8. Ellis H. Ether flow through a drainhole: A particle model in general relativity, *J. Math. Phys.*, 1973, vol. 14, no. 1, pp. 104–118.

9. Bronnikov K.A. Scalat-tensor theory and scalar charge, *Acta Phys. Polonica B*, 1973, vol. 4, pp. 251–266.

10. Sushkov S.V. Wormholes supported by a phantom energy, *Phys. Rev. D*, 2005, vol. 71, no. 4, pp. 043520.1–5.

11. Lobo F.S.N. Phantom energy traversable wormholes, *Phys. Rev. D*, 2005, vol. 71, no. 8, pp. 084011.1–8.

12. Lobo F.S.N. Chaplygin traversable wormholes, *Phys. Rev. D*, 2006, vol. 73, no. 6, pp. 064028.1–9.

13. Bronnikov K.A., Chervon S.V., Sushkov S.V. Wormholes supported by chiral fields, *Gravitation Cosmol.*, 2009, vol. 15, no. 3, pp. 241–246.

14. Visser M. Traversable wormholes from surgically modified Schwarzschild spacetimes, *Nucl. Phys. B*, 1989, vol. 328, no. 1, pp. 203–212.

15. Eiroa E.F., Richarte M.G., Simeone C. Thin-shell wormholes in Brans–Dicke gravity, *Phys.Lett. A*, 2008, vol. 373, no. 1, pp. 1–4.

16. Teo E. Rotating traversable wormholes, *Phys. Rev. D*, 1998, vol. 58, no. 2, pp. 024014.1–6.

17. Kashargin P.E., Sushkov S.V. Slowly rotating scalar field wormholes: The second order approximation, *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 78, no. 6, pp. 064071.1–10.

18. Hochberg D., Visser M. Null Energy Condition in Dynamic Wormholes, *Phys. Rev. Lett.*, 1998, vol. 81, no. 4, pp. 746–749.

19. Sushkov S.V., Zhang Y.-Z. Scalar wormholes in a cosmological setting and their instability, *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 77, no. 2, pp. 024042.1–8.

20. Harko T., Lobo F.S.N., Mak M.K., Sushkov S.V. Modified-gravity wormholes without exotic matter, *Phys. Rev. D*, 2013, vol. 87, no. 6, pp. 067504.1–5.

21. Lobo F.S.N., Oliveira M.A. Wormhole geometries in $f(R)$ modified theories of gravity, *Phys. Rev. D*, 2009, vol. 80, no. 10, pp. 104012.1–9.

22. Agnese A., La Camera M. Wormholes in the Brans-Dicke theory of gravitation, *Phys. Rev. D*, 1995, vol. 51, no. 4, pp. 2011–2013.

23. Bronnikov K.A., Skvortsova M.V., Starobinsky A.A. Notes on wormhole existence in scalar-tensor and F(R) gravity, *Gravitation Cosmol.*, 2010, vol. 16, no. 3, pp. 216–222.

24. Horndeski G.W. Second-order scalar-tensor field equations in a four-dimensional space, *Int. J. Theor. Phys.*, 1974, vol. 10, no. 6, pp. 363–384.

25. Nicolis A., Rattazzi R., Trincherini E. Galileon as a local modification of gravity, *Phys. Rev. D*, 2009, vol. 79, no. 6, pp. 064036.1–21.

26. Deffayet C., Deser S., Esposito-Farese G. Generalized Galileons: All scalar models whose curved background extensions maintain second-order field equations and stress tensors, *Phys. Rev. D*, 2009, vol. 80, no. 6, pp. 064015.1–5.

27. Sushkov S.V. Exact cosmological solutions with nonminimal derivative coupling, *Phys. Rev. D*, 2009, vol. 80, no. 10, pp. 103505.1–6.

28. Saridakis E.N., Sushkov S.V. Quintessence and phantom cosmology with nonminimal derivative coupling, *Phys. Rev. D*, 2010, vol. 81, no. 8, pp. 083510.1–8.

29. Sushkov S.V. Realistic cosmological scenario with nonminimal kinetic coupling, *Phys. Rev. D*, 2012, vol. 85, no. 12, pp. 123520.1–8.

30. Skugoreva M.A., Sushkov S.V., Toporensky A.V. Cosmology with nonminimal kinetic coupling and a power-law potential, *Phys. Rev. D*, 2013, vol. 88, no. 8, pp. 083539.1–10.

31. Sushkov S.V., Korolev R. Scalar wormholes with nonminimal derivative coupling, *Classical Quantum Gravity*, 2012, vol. 29, no. 8, pp. 085008.1–17.

32. Rinaldi M. Black holes with nonminimal derivative coupling, *Phys. Rev. D*, 2012, vol. 86, no. 8, pp. 084048.1–5.

33. Anabalon A., Cisterna A., Oliva J. Asymptotically locally AdS and flat black holes in Horndeski theory, *Phys. Rev. D*, 2014, vol. 89, no. 8, pp. 084050.1–9.

34. Minamitsuji M. Solutions in the scalar-tensor theory with nonminimal derivative coupling, *Phys. Rev. D*, 2014, vol. 89, no. 6, pp. 064017.1–17.

35. Cisterna A., Erices C. Asymptotically locally AdS and flat black holes in the presence of an electric field in the Horndeski scenario, *Phys. Rev. D*, 2014, vol. 89, no. 8, pp. 084038.1–8.

36. Korolev R.V., Sushkov S.V. Exact wormhole solutions with nonminimal kinetic coupling, *Phys. Rev. D*, 2014, vol. 90, №. 12, pp. 124025.1–7.

Поступила в редакцию 09.11.2017

Королев Роман Валерьевич, инженер, кафедра теории относительности и гравитации, Институт физики, Казанский федеральный университет, 420008, Россия, г. Казань, ул. Кремлевская, 18.
E-mail: korolyovrv@gmail.com

Сушков Сергей Владимирович, д. ф.-м. н., профессор, кафедра теории относительности и гравитации, Институт физики, Казанский федеральный университет, 420008, Россия, г. Казань, ул. Кремлевская, 18.
E-mail: sergey_sushkov@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:
Королев Р. В., Сушков С. В. Кротовые норы в теории гравитации с неминимальной кинетической связью и космологической постоянной // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2017. № 4. С. 59—67.

R. V. Korolev, S. V. Sushkov
Exact wormhole solutions with nonminimal kinetic coupling and the cosmological constant

Keywords: Horndeski Lagrangian, nonminimal kinetic coupling, wormhole, cosmological constant.

PACS: 04.20.Jb Exact solutions, 04.50.Kd Modified theories of gravity

We consider scalar-tensor theory of gravity with the cosmological constant and a scalar field possessing the nonminimal kinetic coupling to the curvature. The Lagrangian of the theory contains the term $(\varepsilon g^{\mu\nu}+\eta G^{ij})\phi_{,i}\phi_{,j}$ and represents a particular case of the general Horndeski Lagrangian, which leads to second-order equations of motion. We found a class of exact particular static spherically symmetric solutions describing wormholes with nonminimal kinetic coupling. It is shown that wormholes with canonical scalar field ($\varepsilon = +1$) exist in case of the negative cosmological constant. The wormhole throat connects two anti-de Sitter spacetimes.

Received 09.11.2017

Korolev Roman Valer'evich, Engineer, Institute of Physics, Kazan Federal University, ul. Kremlyovskaya, 18, Kazan, 420008, Russia.
E-mail: korolyovrv@gmail.com

Sushkov Sergey Vladimirovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Institute of Physics, Kazan Federal University, ul. Kremlyovskaya, 18, Kazan, 420008, Russia.
E-mail: sergey_sushkov@mail.ru

Please cite this article in English as:
Korolev R. V., Sushkov S. V. Exact wormhole solutions with nonminimal kinetic coupling and the cosmological constant, *Space, Time and Fund. Interact.*, 2017, no. 4, pp. 59–67.