

УДК 5530.12+531.51+517.944+519.713+514.774+519.711.3+551.5.001.57+517.957

**Ю. Г. Игнатьев<sup>1</sup>, А. А. Агафонов<sup>2</sup>****ПАКЕТ ПРОГРАММ «GRAVPERTURBATIONS» В СКМ MAPLE АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ТЕНЗОРНЫХ ОБЪЕКТОВ ВО ВТОРОМ ПОРЯДКЕ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ<sup>3,4</sup>**

Пакет GravPerturbations позволяет вычислять в аналитической форме основные геометрические объекты релятивистской теории гравитации во втором порядке по возмущениям относительно невозмущенного гравитационного поля: тензор Эйнштейна,  $G_{ik}$ , тензор Риччи,  $R_{ik}$  и скалярную кривизну,  $R$ . Пусть  $g_{ik}^0(x)$  - ковариантный метрический тензор невозмущенного гравитационного поля, где  $x = [x^1, x^2, x^3, x^4] \equiv \text{coords}$  - упорядоченный список координат 4-х мерного риманова пространства, а  $h_{ik}(x) = g_{ik}(x) - g_{ik}^0(x)$  - малые возмущения гравитационного фона  $g_{ik}^0$ . Тогда соответствующие тензорные величины могут быть записаны в виде:

$$R = R^{(0)} + R^{(1)} + R^{(2)} + \dots, \quad (1)$$

где  $R^{(k)}$  - соответствующие тензорные величины, пропорциональные  $k$ -ым степеням  $h_{ik}$  и их производных.

Вычисление этих величин, особенно во втором порядке теории возмущений, приводит к необходимости производить громоздкие аналитические вычисления, каждый элемент которых элементарен, однако большое количество таких элементов приводит к большим затратам времени, а также нередко - к вычислительным ошибкам.

Авторский пакет GravPerturbations предназначен для автоматизации этих вычислений в системе компьютерной математике Maple на основе ее внутренней библиотеки Physics. Для вычисления указанных геометрических величин необходимо задать координаты, невозмущенную метрику  $g_{ik}^0(x)$  и ее ковариантные возмущения  $h_{ik}(x)$ , а также указать тип выводимой величины, ее валентность и порядок возмущения.

1. При этом, как невозмущенный метрический тензор, так и его возмущения можно задавать в виде функциональной зависимости от неизвестных функций.

2. В данном пакете пока реализована программа вычислений возмущений геометрических объектов включительно до второго порядка по малости возмущений. Однако, в ближайшее время Авторы намерены опубликовать соответствующую программу для любого порядка теории возмущений.

3. Отметим, что, данная программа применялась уже одним из Авторы при построении модели макроскопической Вселенной [2, 3].

При использовании программы, помещенной на сайте журнала, просим ссылаться на нее, а также на охранный документ [4].

**Ключевые слова:** теория гравитации, возмущения метрики, второй порядок теории возмущений, прикладные математические пакеты.

**PACS:** 04.20.Cv, 98.80.Cq, 96.50.S, 52.27.Ny, 02.60.Cb, 07.05.Tr, 04.25.-g

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Игнатьев Ю.Г. Математическое моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому моделированию. Казань: Казанский университет, 2014. 298 с.
2. Игнатьев Ю.Г. Макроскопические уравнения Эйнштейна и космология ранней вселенной. I. Математическая модель для поперечных флуктуаций // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2016. Вып. 2. С. 47-61.
3. Ignat'ev Yu.G. Macroscopic Einstein Equations for a Cosmological Model with a  $\Lambda$  Term // Gravitation and Cosmology. 2016. Vol. 22, № 3. P. 264-269.

<sup>1</sup>E-mail: ignat'ev\_yu@rambler.ru

<sup>2</sup>E-mail: a.a.agathonov@gmail.com

<sup>3</sup>This work was founded by the subsidy allocated to Kazan Federal University for the state assignment in the sphere of scientific activities.

<sup>4</sup>Реферат программного обеспечения, размещенного на сайта журнала <http://stfi.ru> в разделе «Программное обеспечение».

4. Игнат'ев Ю.Г., Агафонов А.А. Программа аналитических вычислений в теории возмущений второго порядка уравнений Эйнштейна в прикладном математическом пакете Maple // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016616385. 09.06.2016. Федеральная служба по интеллектуальной собственности.

Поступила в редакцию 12.12.2016

Игнат'ев Юрий Геннадьевич, д. ф.-м. н., профессор, кафедра высшей математики и математического моделирования, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский федеральный университет, 420008, Россия, г. Казань, ул. Кремлевская, 35А.  
E-mail: ignatev\_yu@rambler.ru

Агафонов Александр Алексеевич, к. ф.-м. н., доцент, кафедра высшей математики и математического моделирования, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский федеральный университет, 420008, Россия, г. Казань, ул. Кремлевская, 35А.  
E-mail: a.a.agathonov@gmail.com

**Yu. G. Ignat'ev, A. A. Agathonov**

**The software package «GravPerturbations» in CAS Maple for automatic computation of tensor objects in the second order of perturbation theory**

*Keywords:* theory of gravitation, perturbations of the metric, the second order of perturbation theory, applied mathematical packages.

PACS: 04.20.Cv, 98.80.Cq, 96.50.S, 52.27.Ny, 02.60.Cb, 07.05.Tr, 04.25.-g

Package GravPerturbations allows to calculate in analytical form the basic geometry of the relativistic theory of gravity in the second order in the perturbations relative to the unperturbed gravitational field: Einstein tensor,  $G_{ik}$ , the Ricci tensor,  $R_{ik}$  and scalar curvature  $R$ .

#### REFERENCES

1. Ignatyev Yu.G. *Matematicheskoe modelirovanie fundamentalnykh ob'ektov i yavleniy v sisteme kompyuternoy matematiki Maple. Lektsii dlya shkolyi po matematicheskomu modelirovaniyu* (Mathematical modeling of fundamental objects and phenomena in system of computer mathematics Maple. Lectures for school on mathematical modeling), Kazan: Kazan University, 2014, 298 p.
2. Ignat'ev Yu.G. Macroscopic Einstein equations and Cosmology cosmology of the early Universe. I. A mathematical model for the transverse fluctuations, *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2016, no. 2, pp. 47-61.
3. Ignat'ev Yu.G. Macroscopic Einstein Equations for a Cosmological Model with a  $\Lambda$  Term, *Gravitation and Cosmology*, 2016, vol. 22, no. 3, pp. 264–269.
4. Ignat'ev Yu.G., Agathonov A.A. The program of analytical calculations in the theory of second-order perturbation of the Einstein equations in the applied mathematical package Maple. The certificate of state registration of computer programs № 2016616385. 09.06.2016. Federal service for intellectual property.

Received 12.12.2016

Ignat'ev Yurii Gennadievich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Lobachevsky Institut of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, ul. Kremlyovskaya, 35, Kazan, 420008, Russia.  
E-mail: ignatev\_yu@rambler.ru

Agathonov Alexander Alexeevich, Candidat of Physics and Mathematics, Assistant Professor, Lobachevsky Institut of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, ul. Kremlyovskaya, 35, Kazan, 420008, Russia.  
E-mail: a.a.agathonov@gmail.com