УДК 52-126

$B. A. \Pi onoe^1$

РЕЗОНАНСНОЕ СКВИД-ДЕТЕКТИРОВАНИЕ АКСИОНОВ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ РЕЗОНАТОРЕ 2

Предложен метод детектирования аксионов темной материи с помощью двухконтактного СКВИДа. Взаимодействие аксионов и магнитного поля объемного резонатора создает осциллирующий магнитный поток в приемной петле СКВИДа, который формирует сигнал в виде ступеньки тока на вольт-амперной характеристике СКВИДа. Напряжение ступеньки соответствует частоте колебаний, которая определяется массой аксиона, а высота зависит от плотности энергии аксионов в околоземном пространстве. Предполагается, что данный метод может быть использован для обнаружения аксионов с массами, не превышающими 10^{-4} эВ. Именно такие массы наиболее приемлемы для аксионов, рассматриваемых в качестве кандидатов на роль темной материи.

Ключевые слова: аксион, темная материя, СКВИД, джозефсоновские переходы.

PACS: 14.80.Va, 85.25.Dq, 95.35.+d

Введение

Важнейшими проблемами современной космологии являются понимание природы темной энергии и темной материи. Сущность темной энергии до сих пор остается загадкой. По сути, этот термин является формой констатации факта, что наша Вселенная ускоренно расширяется. Подругому обстоит дело с темной материей. В настоящее время многочисленные экспериментальные исследования направлены на выяснение состава темной материи. Среди кандидатов присутствуют как уже известные частицы, так и гипотетические: нейтрино, суперсимметричные частицы, ВИМПы (слабовзаимодействующие массивные частицы), аксионы и т. д. Некоторые из гипотетических частиц были придуманы специально для объяснения феномена скрытой массы; о возможном существовании других первоначально заговорили в смежных областях физики. Аксионы возникли для решения одной из важнейших проблем Стандартной модели элементарных частиц — проблемы нарушения CP-инвариантности [1,2]. Позже оказалось, что аксионы с массами в диапазоне $10^{-6}-10^{-3}$ эВ подходят на роль темной материи [3–5]. На поиске аксионов сосредоточены значительные экспериментальные усилия [6–13]. Очевидно, что экспериментальное обнаружение аксионов, так же как и отрицательный результат таких экспериментов, определит приоритеты как в космологических и астрофизических исследованиях, так и в физике элементарных частиц.

Большинство экспериментов по обнаружению аксионов основаны на процессах взаимной конверсии аксионов и фотонов, которая предсказывается [14] расширенной Стандартной моделью элементарных частиц, лагранжиан которой дополнен слагаемым $-\frac{1}{4}gaF_{\alpha\beta}\tilde{F}^{\alpha\beta}$.

В работе [15] рассматривается возможность обнаружения аксионов с помощью джозефсоновских контактов. Для этого аксионам приписывается возможность квантовой интерференции с куперовскими парами³, в результате чего разность фаз в джозефсоновском контакте связана с аксионным θ -углом. Следствием этой гипотезы является прямое влияние аксионов на сверхток через контакт $I = I_{\rm c} \sin \theta$, что должно приводить к появлению резонансных сигналов по типу нестационарного эффекта Джозефсона.

В рамках традиционных представлений о взаимодействии аксионов с обычными частицами влияние аксионов на джозефсоновский контакт осуществляется через магнитное поле. Внешнее магнитное поле практически не сказывается на динамике точечного джозефсоновского контакта [17], поэтому влияние аксионов на контакт будет ничтожно малым. Заметным оно может стать в распределенных системах джозефсоновских переходов, где магнитное поле играет существенную роль.

Ожидаемые частоты колебаний, вызванных взаимодействием аксионов с электромагнитным полем, лежат в СВЧ диапазоне. Надежными датчиками электромагнитного СВЧ излучения являются одноконтактные СКВИДы (которые также называют ВЧ СКВИДами), в основе работы которых

¹E-mail: vladipopov@mail.ru

² Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-02-00598).

³Эта гипотеза аргументированно оспаривается в [16].

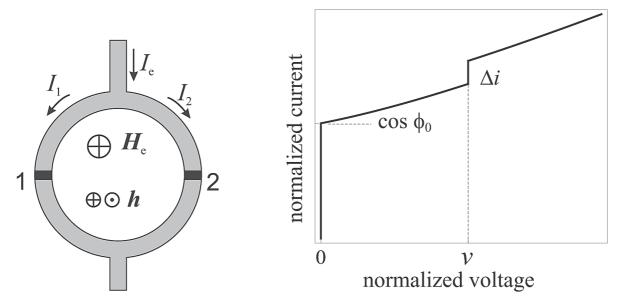


Рис. 1. СКВИД под воздействием осциллирующего магнитного поля h и его вольт-амперная характеристика. Ступенька тока возникает, когда напряжение соответствует частоте колебаний согласно соотношению $\omega = eV$. Постоянное поле подмагничивания H_e генерирует поток ϕ_0 , который модулирует высоту ступеньки тока Δi .

лежит нестационарный эффект Джозефсона. Однако интенсивность аксионно-индуцированных полей мала для уровня чувствительности одноконтактного СКВИДа, даже с учетом возможного усиления сигнала. Чувствительность двухконтактных СКВИДов гораздо выше и величина магнитного поля \boldsymbol{h} может быть достаточной, чтобы оказать влияние на динамику СКВИДа. Воздействие СВЧ поля на двухконтактный СКВИД происходит благодаря тому, что ток в СКВИДе модулируется магнитным потоком, а механизм этого воздействия аналогичен нестационарному эффекту Джозефсона.

1. Двухконтактный СКВИД в магнитом СВЧ-поле

Одним из наиболее эффективных способов описания динамики СКВИДа является резистивная модель джозефсоновских переходов [17, 22].В этой модели закон Ома для кольца СКВИДа дополнен вкладом, который вносят сверхтоки, протекающие через джозефсоновские контакты. Для простоты будем считать, что СКВИД содержит два одинаковых контакта.

Внешний ток $I_{\rm e}$, поступающий на кольцо СКВИДа, разделяется на две компоненты, как показано на рис. 1:

$$I_{e} = I_{1} + I_{2}. (1.1)$$

Ток через каждый контакт представляет собой сумму тока через активное сопротивление контакта, тока смещения и сверхтока, который определяется джозефсоновской разностью фаз φ_k :

$$I_k = C\dot{V}_k + \frac{V_k}{R} + I_c \sin \varphi_k, \qquad k = 1, 2, \tag{1.2}$$

где точка означает производную по времени. Напряжение на контакте V_k изменяется согласно соотношению Джозефсона

$$V_k = \frac{1}{2e}\dot{\varphi}_k. \tag{1.3}$$

Емкость C, сопротивление R и критический ток $I_{\rm c}$ одинаковы для обоих контактов.

Полный магнитный поток Φ через кольцо СКВИДа и разности фаз φ_1 и φ_2 связаны между собой соотношением

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0},\tag{1.4}$$

где $\Phi_0 = \pi/e \approx 2.07 \times 10^{-15}$ Вб есть квант магнитного потока. Полный поток состоит из внешнего магнитного потока, создаваемого полем $\boldsymbol{H}_{\mathrm{e}}$, а также потока, создаваемого токами I_1 и I_2 :

$$\Phi = \Phi_{\rm e} - L(I_1 - I_2). \tag{1.5}$$

Вводя обозначения

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \varphi, \qquad \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \chi, \tag{1.6}$$

набор уравнений (1.1)–(1.5) можно свести к двум уравнениям, которые удобно записать в безразмерной форме:

$$\beta_{\rm L}^{-1}(\varphi - \varphi_{\rm e}) + \beta_{\rm c}\ddot{\varphi} + \dot{\varphi} + \sin\varphi\cos\chi = 0,$$

$$\beta_{\rm c}\ddot{\chi} + \dot{\chi} + \sin\chi\cos\varphi = i,$$
(1.7)

$$\beta_c \ddot{\chi} + \dot{\chi} + \sin \chi \cos \varphi = i, \tag{1.8}$$

где $\beta_{\rm c}$ — параметр Стюарта—Мак Камбера, который равен отношению квадратов характеристической $\omega_{\rm c}=2eI_{\rm c}R$ и плазменной $\omega_{\rm p}=(2eI_{\rm c}/C)^{1/2}$ частот перехода, $\beta_L=2\pi LI_{\rm c}/\Phi_0$ — безразмерная индуктивность кольца СКВИДа, $\varphi_{\rm e}=\pi\Phi/\Phi_0$ — нормированный внешний поток, а $i=I_{\rm e}/2I_{\rm c}$ — нормированный внешний ток. Точка теперь означает производную по безразмерному времени

Мы сосредоточим внимание на СКВИДах с малой емкостью переходов ($\beta_c \ll 1$) и малой индуктивностью ($\beta_L \ll 1$). Эти ограничения означают, что СКВИД работает в безгистерезисном режиме: первое из них соответствует режиму сильного затухания и помогает избежать гистерезиса на вольт-амперной характеристике (ВАХ), а второе исключает гистерезис, связанный с изменением внешнего магнитного потока [23]. С одной стороны эти условия существенно упрощают уравнения, а с другой — они применяются на практике в реальных устройствах. Кроме того, второе условие жестко связывает разность джозефсоновских фаз с внешним магнитным потоком Фе. В этом приближении уравнение (1.7) сводится к $\varphi = \varphi_{\rm e}$, а уравнение (1.8) приобретает вид

$$\dot{\chi} + \sin \chi \cos \varphi_{\rm e} = i. \tag{1.9}$$

Уравнение (1.9) означает, что двухконтактный СКВИД ведет себя как одинарный джозефсоновский контакт с фазой χ и критическим током, зависящем от приложенного магнитного потока. В случае постоянного потока уравнение (1.9) имеет точное решение $\chi = {\rm const.}$, когда $i_0 < |\cos \varphi_{\rm e}|$, и

$$\chi = 2 \arctan \left[\sqrt{\frac{i_0 + \cos \varphi_e}{i_0 - \cos \varphi_e}} \operatorname{tg} \frac{v\tau}{2} \right] - \frac{\pi}{2}, \tag{1.10}$$

в котором

$$v = \sqrt{i_0^2 - \cos^2 \varphi_{\rm e}},\tag{1.11}$$

когда $i_0 > |\cos \varphi_e|$ [17]. Индекс 0 используется здесь, чтобы зафиксировать решение нулевого порядка, которое формирует гладкую кривую на вольт-амперной характеристике СКВИДа. Согласно уравнениям (1.3) и (1.6) среднее по времени от $\dot{\chi}$ соответствует нормированному напряжению, измеряемому в эксперименте. Усреднение решения (1.10) дает $\langle \dot{\chi} \rangle = v$ [17, 22].

Одной из характерных особенностей джозефсоновских переходов являются ступеньки тока (так называемые ступенки Шапиро) на ВАХ перехода, которые появляются, когда на контакт подается дополнительный переменный ток [17]. Аналогичная ситуация возникает в двухконтактном СКВИДе, когда внешний магнитный поток имеет синусоидальную составляющую. Чтобы продемонстрировать этот эффект, разделим нормированный поток φ_e на постоянную и осциллирующую компоненты

$$\varphi_{\mathbf{e}} = \phi_0 + \phi_1 \sin v\tau, \qquad \phi_1 \ll \phi_0. \tag{1.12}$$

В этом случае в правой части уравнения (1.9) после линеаризации появится дополнительное сла-

$$\dot{\chi} + \sin \chi \cos \phi_0 = i + \phi_1 \sin \phi_0 \sin \chi \sin v\tau. \tag{1.13}$$

В уравнении (1.13) нормированный поток ϕ_0 соответствует постоянному полю подмагничивания $m{H}_{
m e} = H_{
m e}m{e}_z$, а появление периодического потока ожидается благодаря аксионам темной материи.

Влияние периодической компоненты магнитного потока проявляется на ВАХ в том случае, когда она дает такой вклад в джозефсоновскую фазу χ , который не исчезает при усреднении по времени. Как видно из структуры последнего слагаемого в (1.13), неисчезающий вклад может появиться только когда джозефсоновская фаза синхронизируется с фазой колебаний потока. Чтобы найти такой вклад, подставим в уравнение (1.13) решение (1.10), заменив фазу $v\tau$ произвольной

функцией $\theta(\tau)$. Затем полученное уравнение усредним по времени, чтобы исключить быстро осциллирующие слагаемые:

$$v\dot{\theta} - v^2 = (i - i_0)i_0 + \phi_1 \sin \phi_0 \langle \cos(\theta - v\tau) \rangle. \tag{1.14}$$

Естественная подстановка $\Theta = \theta - v\tau$ приводит к уравнению

$$\dot{\Theta} + \frac{\phi_1 \sin \phi_0}{2v} \sin \Theta = \frac{i - i_0}{v},\tag{1.15}$$

которое в точности совпадает с уравнением (1.9). Как было показано выше, когда правая часть мала, а именно $|i-i_0|<\frac{1}{2}\phi_1|\sin\phi_0|$, решением уравнения (1.15) будет $\Theta=\mathrm{const}$, что соответствует одному и тому же значению напряжения для некоторого интервала тока. Это интерпретируется как ступенька на BAX при напряжении V, соответствующем частоте колебаний магнитного потока согласно соотношению $\omega=eV=evRI_{\mathrm{c}}$. Нормированная высота ступеньки

$$\Delta i = \phi_1 |\sin \phi_0| \tag{1.16}$$

пропорциональна амплитуде колебаний магнитного поля h. Постоянное поле подмагничивания H_e модулирует сигнал (1.16). Максимальное значение ступеньки тока соответствует величине $\phi_0 = \pi(n+\frac{1}{2})$ с целыми значениями n. В этом случае джозефсоновские разности фаз φ_1 и φ_2 находятся в противофазе, т. е. $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm \pi$, и супертоки текут в противоположных направлениях.

В случае, если осциллирующий поток сравним по величине с ϕ_0 или не выполнены условия $\beta_c, \beta_L \ll 1$, зависимость высоты ступеньки становится нелинейной по амплитуде потока. При этом сохраняется зависимость от смещения фазы между джозефсоновскими разностями фаз φ_1 и φ_2 [24].

2. Аксион-фотонное взаимодействие

Аксионы, взаимодействующие с электромагнитным полем описываются лагранжианом (в системе единиц, где $\hbar=c=1$)

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta} + \frac{1}{2}\left(\partial_{\alpha}a\partial^{\alpha}a - m_a^2a^2\right) - \frac{1}{4}gaF_{\alpha\beta}\tilde{F}^{\alpha\beta},\tag{2.1}$$

где a — это поле аксионов с массой m_a , $F_{\alpha\beta}$ — тензор электромагнитного поля, а $\tilde{F}^{\alpha\beta}$ — соответствующий дуальный тензор. Третье слагаемое описывает CP-инвариантное взаимодействие между псевдоскалярным и электромагнитным полями, которое возникает при спонтанном нарушении симметрии Печчеи—Куинн. Масштаб нарушения симметрии характеризуется константой распада аксионов f_a , которая обратно пропорциональна константе связи $g=g_{\gamma}\alpha/\pi f_a$, где α — постоянная тонкой структуры, а g_{γ} является безразмерным модельно зависимым параметром. В случае KSVZ-модели [18,19] его значение есть $g_{\gamma}=0.97$, а в случае DFSZ-модели [20,21] $g_{\gamma}=-0.36$. Механизм Печчеи—Куинн приводит к тому, что произведение массы аксиона и его константы распада оказывается того же порядка, что и соответствующее произведение для пионов: $m_a f_a \approx \frac{1}{2} m_{\pi} f_{\pi} \approx 6 \cdot 10^{15} \ \mathrm{pB}^2$.

Лагранжиан (2.1) вместе с тождествами Якоби для тензора Максвелла $\partial_{[\alpha} F_{\beta\gamma]} = 0$ дают следующие уравнения движения

$$\nabla \mathbf{H} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{H}}, \quad \nabla \mathbf{E} = -g(\mathbf{H}\nabla a),$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \dot{\mathbf{E}} + g\Big(\mathbf{H}\dot{a} - \mathbf{E} \times \nabla a\Big),$$

$$\ddot{a} - \nabla^2 a + m_a^2 a = g(\mathbf{E}\mathbf{H}).$$
(2.2)

Точкой в этих уравнениях (2.2) обозначена производная по времени.

Для реальных физических полей константа связи g мала, поэтому уравнения (2.2) можно разложить по степеням g. В нулевом порядке уравнения описывают невзаимодействующие аксионное и электромагнитное поля. Кроме того, аксионное поле в этом порядке можно считать однородным. Это обусловлено тем, что аксионы в галактическом гало являются нерелятивистскими и их энергия близка к энергии покоя. Скорость Земли относительно центра Галактики $\beta \sim 10^{-3}$ и разброс скоростей аксионов не превышает этой величины, следовательно аксионы имеют энергию

 $E_a \approx m_a (1 + \frac{1}{2} \beta^2)$. Соответствующая длина волны де Бройля $\lambda = 2\pi/\beta m_a$ значительно превышает размеры детектора, что позволяет пренебречь пространственной неоднородностью поля аксионов. В этом приближении уравнения первого порядка будут иметь вид

$$\nabla \epsilon = 0, \qquad \nabla h = 0, \tag{2.3a}$$

$$\nabla \boldsymbol{\epsilon} = 0, \qquad \nabla \boldsymbol{h} = 0,$$

$$\nabla \times \boldsymbol{\epsilon} = -\dot{\boldsymbol{h}}, \qquad \nabla \times \boldsymbol{h} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}} + g\boldsymbol{H}_0\dot{\boldsymbol{a}},$$
(2.3a)

где $a = A\cos m_a t$, а \boldsymbol{H}_0 — магнитное поле в нулевом порядке.

Последнее слагаемое во втором уравнении (2.3b) можно рассматривать как эффективный внешний ток, порождающий изменение электрического ϵ и магнитного h полей. Чтобы СКВИД смог зарегистрировать аксионно-индуцированный поток, амплитуда колебаний поля h должна быть выше порога чувствительности СКВИДа. Эта задача может быть решена с помощью резонатора, настроенного на частоту аксионного поля.

3. Аксионы в резонаторе со статическим магнитным полем

Рассмотрим простейший резонатор, предназначенный для усиления колебаний электромагнитного поля на частоте m_a , которые описываются уравнениями (2.3). Резонатор состоит из двух незаряженных пластин, лежащих в плоскости уz и расположенных на расстоянии $l=\pi/m_a$ друг от друга. Между пластинами создается статическое магнитное поле $m{H}_0 = H_0 \sin m_a x \, m{e}_y$. В этом случае можно получить очень простое точное решение уравнений (2.3), которое, тем не менее, описывает все основные эффекты, возникающие в резонаторе в более сложных конфигурациях.

Уравнения (2.3) сводятся к единственному уравнению

$$\ddot{\epsilon} - \epsilon'' = g m_a^2 A H_0 \sin m_a x \cos m_a t \,, \tag{3.1}$$

где $\epsilon = \epsilon(x,t)e_y$ и штрихом обозначена производная по x. Отсутствию заряда на пластинах отвечают граничные условия $\epsilon(0,t) = \epsilon(l,t) = 0$. Соответствующее решение (3.1) есть

$$\epsilon(x,t) = \frac{gAH_0}{2} \left(\sin m_a t - m_a t \cos m_a t \right) \sin m_a x. \tag{3.2}$$

Подставляя это решение в уравнение (2.3b), получим закон колебаний магнитного поля

$$h = -\frac{gAH_0}{2} \left(2\cos m_a t + m_a t \sin m_a t \right) \cos m_a x \, \boldsymbol{e}_z \,. \tag{3.3}$$

Реальные резонансные колебания имеют конечную амплитуду, которую легко получить, заменив в (3.3) растущий со временем множитель $m_a t$ добротностью Q. Амплитуда резонансных колебаний в этом случае будет $h_{\rm res} = \frac{1}{2} gAQH_0$. Если магнитное поле имеет произвольную зависимость от x, то такая же доминирующая мода выделяется из суммы гармоник с различными собственными частотами.

Очевидно, что в рассматриваемом резонаторе приемное кольцо СКВИДа нужно размещать в плоскости xy. В этом случае оно будет захватывать магнитный поток только от возмущений h, индуцированных аксионами, а влияние поля H_0 будет исключено.

Статическое магнитное поле может быть создано внутри объемного резонатора, однако более рациональным является использовать в качестве «затравочного» поля $m{H}_0$ подходящую моду самого резонатора.

4. Аксионы в СВЧ-резонаторе

Рассмотрим прямоугольный резонатор, работающий в TM_{mn0} моде. В этом случае пространственное распределение магнитного поля имеет вид

$$(\boldsymbol{H}_0)_x = \frac{B}{\omega_{n_1 n_2}} \frac{\pi n_2}{l_2} \sin \frac{\pi n_1 x}{l_1} \cos \frac{\pi n_2 y}{l_2}, \qquad (4.1)$$

$$(\boldsymbol{H}_0)_y = -\frac{B}{\omega_{n_1 n_2}} \frac{\pi n_1}{l_1} \cos \frac{\pi n_1 x}{l_1} \sin \frac{\pi n_2 y}{l_2}, \qquad (4.2)$$

а $(\boldsymbol{H}_0)_z=0$. Собственные частоты колебаний даются выражением

$$\omega_{n_1 n_2} = \pi \sqrt{\frac{n_1^2}{l_1^2} + \frac{n_2^2}{l_2^2}},\tag{4.3}$$

где l_1 и l_2 — длины сторон резонатора вдоль осей x и y соответственно.

Из уравнении (2.3) следует, что изменения электрического поля подчиняются уравнениям

$$\ddot{\boldsymbol{\epsilon}} - \Delta \boldsymbol{\epsilon} = -q(\boldsymbol{H}_0 \dot{\boldsymbol{a}}). \tag{4.4}$$

Ввиду отсутствия заряда на пластинах резонатора, на границах области электрическое поле обращается в нуль.

Решения, как и для невозмущенного поля, будет представлять собой сумму гармоник, колебания которых теперь происходят не только на собственных частотах резонатора, но на частотах вынуждающей силы $\omega_{n_1n_2}\pm m_a$. Пусть размеры резонатора подобраны таким образом, что частота вынужденных колебаний совпадает с одной из собственных частот резонатора, то есть для некоторой гармоники выполнено

$$\omega_{mn} = \omega_{n_1 n_2} + m_a \,. \tag{4.5}$$

В этом случае эта мода становится доминирующей и ее зависимость от времени описывается решением вида (3.2). При этом из-за частичного совпадения собственных функций с пространственной зависимостью поля H_0 либо индекс m совпадает с n_1 , а разность $n-n_2$ обязана быть нечетным числом, либо наоборот. Таким образом, электрическое поле на резонансной частоте будет иметь только x или только y-компоненту. Далее, для определенности, будем считать ненулевой y-компоненту.

Решение, соответствующее резонансной моде для реального резонатора будет иметь вид

$$\epsilon_{mn} = \frac{gm_a QBA}{\omega_{n_1 n} \omega_{mn} l_1} \frac{mn_1}{m^2 - n_1^2} \sin \frac{\pi n_1 x}{l_1} \sin \frac{\pi ny}{l_2} \cos \omega_{mn} t \, \boldsymbol{e}_y \tag{4.6}$$

Выражение для резонансной моды магнитного поля получаем из первого уравнения в (2.3b):

$$h_{mn} = \frac{gm_a QBA}{\omega_{n_1 n} \omega_{mn}^2 l_1^2} \frac{\pi m n_1^2}{m^2 - n_1^2} \cos \frac{\pi n_1 x}{l_1} \sin \frac{\pi n y}{l_2} \sin \omega_{mn} t e_z$$
(4.7)

Приемную петлю СКВИДа, как и в случае со статическим полем H_0 , нужно размещестить в плоскости xy. Поскольку все собственные гармоники магнитного поля резонатора лежат в этой же плоскости, то они не создадут магнитный поток через приемную петлю и не повлияют на сигнал, создаваемый аксионно-индуцированными колебаниями магнитного поля (4.7).

5. Схема эксперимента

На рис. 2 показана схема аксионного детектора, состоящего из прямоугольного резонатора и СКВИДа. Резонатор настроен таким образом, чтобы две его моды были связаны с массой аксиона соотношением (4.5). СКВИД должен быть изолирован от сильного магнитного поля H_0 . С этой целью передача сигнала на СКВИД осуществляется с помощью трансформатора потока, который состоит из приемной петли с индуктивностью L_1 и площадью S, а также входной катушки с индуктивностью L_2 ; сам СКВИД защищен сверхпроводящим экраном. Приемная петля детектора расположена в плоскости xy, так что магнитный поток через нее создается только полем h. Магнитный поток $\Phi_a = hS$, создаваемый аксионами в приемной петле, возбуждает в трансформаторе потока ток I_t , который определяется соотношением $\Phi_a = I_t(L_1 + L_2)$. Поток через СКВИД зависит от величины взаимной индуктивности $M = k\sqrt{2LL_2}$ и пропорционален входному потоку:

$$\Phi_1 = MI_{\rm t} = \frac{k\sqrt{2LL_2}}{L_1 + L_2} \Phi_{\rm a} \,. \tag{5.1}$$

Создаваемый аксионами поток Φ_a является интегральной характеристикой и, чтобы сигнал был максимальным, колебания внутри приемной петли детектора должны происходить в одной фазе по всей ее площади S. Это условие обеспечивается, если длина полуволны этой моды больше, чем размеры приемной петли детектора.

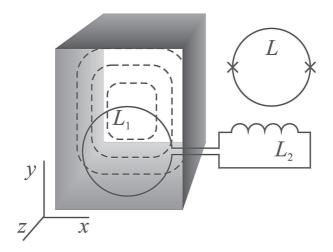


Рис. 2. Схематическое изображение детектора аксионов. Пунктиром показаны линии сильного магнитного поля H_0 . Трансформатор потока с приемной петлей L_1 и входной катушкой L_2 служит для изоляции СКВИДа от поля H_0 . Приемная петля и поле H_0 лежат в одной плоскости, поэтому поток создает только аксионно-индуцированное поле h.

Откликом будет сигнал в виде ступеньки тока на ВАХ, который появляется, когда напряжение соответствует частоте ω_{mn} , то есть выполнено условие $\omega_{mn}=eV$. Нормированная высота ступеньки имеет величину

$$\Delta i \approx \frac{\mu \alpha g_{\gamma}}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{2\rho_a}}{m_a f_a} \cdot \frac{H_0 SQ}{\Phi_0} \,, \tag{5.2}$$

где коэффициент

$$\mu = \frac{k\sqrt{2LL_2}}{L_1 + L_2} \frac{\pi^2 m_a}{\omega_{n_1 n} \omega_{mn}^2 l_1^2} \frac{m n_1^2}{m^2 - n_1^2},$$
 (5.3)

а $\rho_a = \frac{1}{2} m_a^2 A^2$ — плотность энергии аксионной темной материи.

Значение Q определяется как добротностью резонатора $Q_{\rm c}$, так и добротностью аксионной моды Q_a :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_a}.\tag{5.4}$$

В современных резонаторах со сверхпроводящими экранами добротность $Q_{\rm c}$ достигает значений 10^{10} [25]. Величина Q_a характеризует монохроматичность колебаний аксионного поля и обусловлена дисперсией энергии аксионов. Ее значение зависит от того, в рамках какой модели рассматривается аксионная темная материя. В модели изотермических сфер разброс скоростей в галактическом гало имеет тот же порядок величины, что и скорость вращения Галактики $\beta \sim 10^{-3}$, откуда $Q_a \approx \beta^{-2} \sim 10^6$. Из (5.4) следует, что результирующая добротность $Q \approx Q_a$. В том случае, когда принимается модель, в которой аксионы образуют конденсат Бозе–Эйнштейна [26], дисперсия скорости приобретает значение $\delta\beta \sim 10^{-7}$ (некоторые авторы [27] считают, что оценка имеет даже меньшую величину $\delta\beta \sim 10^{-12}$), и тогда $Q_a \approx (\beta\delta\beta)^{-1} \sim 10^{10}$ имеет тот же порядок, что и $Q_{\rm c}$.

Принимая во внимание, что локальная плотность энергии темной материи около Земли оценивается как $\rho_{\rm DM} \approx 0.3~\Gamma$ эВ/см³, получим

$$\Delta i \sim 10^{-4} \left(\frac{\rho_a}{\rho_{\rm DM}}\right)^{1/2} \left(\frac{\rho_{\rm DM}}{\Gamma_9 \rm B/cm^3}\right)^{1/2} \times \left(\frac{H_0}{\rm T_{\rm I}}\right) \left(\frac{S}{\rm cm^2}\right) \left(\frac{Q}{10^6}\right). \tag{5.5}$$

Если темная материя полностью состоит из аксионов или, по меньшей мере, аксионы составляют значительную часть темной материи, то такой сигнал вполне может быть обнаружен.

6. Заключение

В работе предложен метод детектирования аксионов темной материи, которые взаимодействуют с электромагнитным полем в прямоугольном резонаторе, а результат этого взаимодействия регистрируется с помощью двухконтактного СКВИДа. Данный метод имеет две отличительные особенности. Первая заключается в том, что поле, с которым взаимодействуют аксионы не является статическим и резонансное усиление аксионно-индуцированного магнитного поля происходит в том же устройстве, которое создает «затравочное» поле. Второй отличительной чертой является то, что СКВИД не просто измеряет сигнал, выработанный в сторонней системе, а формирует его, синхронизируя частоту колебаний с измеряемым напряжением. Таким образом, в данном методе СКВИД одновременно выполняет функции магнитометра и преобразователя частота-напряжение.

Амплитуда полученного сигнала (5.5) прямо не зависит ни от константы распада, ни от массы аксиона, что позволяет использовать предложенный метод в широком диапазоне масс. Однако, область поиска ограничена из-за размеров приемного устройства. Чтобы получить максимальное значение сигнала, колебания магнитного поля в разных точках приемной петли устройства были синфазны. Для этого размеры петли не должны превышать половины длины волны, соответствующей массе аксиона. Поэтому данная схема подходит для обнаружения аксионов с массами $m_a \lesssim 10^{-4}$ эВ.

Современные СКВИДы с трансформаторами потока имеют чувствительность к магнитному полю порядка $10^{-16}~{\rm Tr}\cdot{\rm \Gamma q}^{-1/2}$. Как показывают оценки [12], этот порог может быть преодолен при усилении сигнала в резонаторах с добротностью $Q\sim 10^4$. Однако, для данного метода важную роль играет вертикальность ступеньки. Уравнения (1.2) описывают динамику СКВИДа без учета тепловых флуктуаций. Влияние флуктуаций выражается в том, что они сглаживают ступеньку тока, так же как и ВАХ в целом. Для описания флуктуаций в правую часть уравнений (1.2) нужно добавить флуктуационные токи $I_{\rm F1,2}$, которые рассматриваются как белый шум. Его интенсивность определяется параметром $\gamma=2eT/I_{\rm c}$, который является отношением энергии тепловых флуктуаций к энергии связи джозефсоновского контакта. Сглаживание ВАХ тем больше, чем больше γ . Сглаживание ступеньки тока (5.2) описывается эффективным шумовым параметром

$$\gamma_{\text{eff}} = \gamma \, \frac{2i_0^2 + \cos^2 \phi_0}{2i_0 v \phi_1 \sin \phi_0} \tag{6.1}$$

возникающем при переходе от уравнения (1.13) к уравнению (1.15). Поскольку амплитуда нормированного магнитного потока в знаменателе, мала, то $\gamma_{\rm eff} > \gamma$ и ступенька сглаживается при меньших флуктуациях, чем ВАХ в целом. Подобное поведение характерно также для классических ступенек Шапиро в одинарном джозефсоновском переходе [17].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. R. D. Peccei, H. R. Quinn, *CP* Conservation in the Presence of Pseudoparticles, Phys. Rev. Lett. **38**, 1440 (1977).
- 2. R. D. Peccei, H. R. Quinn, Constraints imposed by CP conservation in the presence of pseudoparticles, Phys. Rev. D **16**, 1791 (1977).
- 3. J. Preskill, M. B. Wise, F. Wilczek, Cosmology of the invisible axion, Phys. Lett. **B120**, 127 (1983).
- 4. L. F. Abbott, P. Sikivie, A cosmological bound on the invisible axion, Phys. Lett. **B120**, 133 (1983).
- 5. M. Dine, W. Fischler, The not-so-harmless axion, Phys. Lett. **B120**, 137 (1983).
- J. Hoskins et al. (ADMX Collaboration), Search for nonvirialized axionic dark matter, Phys. Rev. D 84, 121302(R) (2011).
- 7. P. Sikivie, D. B. Tanner, and K. van Bibber, Resonantly Enhanced Axion-Photon Regeneration, Phys. Rev. Lett. 98, 172002 (2007).
- 8. K. Ehret et al. (ALPS collaboration), New ALPS results on hidden-sector lightweights, Phys. Lett. B 689, 149 (2010).
- 9. M. Arik et al. (CAST collaboration), Search for solar axions by the CERN axion solar telescope with ³He buffer gas: closing the hot dark matter gap, Phys. Rev. Lett. **112**, 091302 (2014).
- 10. P. W. Graham and S. Rajendran, New observables for direct detection of axion dark matter, Phys. Rev. D 88, 035023 (2013).

- 11. D. Budker, P. W. Graham, M. Ledbetter, S. Rajendran and A. O. Sushkov, Proposal for a cosmic axion spin precession experiment (CASPEr), Phys. Rev. X 4, 021030 (2014).
- 12. P. Sikivie, N. Sullivan, and D. B. Tanner, arXiv:1310.8545.
- 13. G. L. Klimchitskaya, V. M. Mostepanenko, Constraints on axion and corrections to Newtonian gravity from the Casimir effect, Gravitation and Cosmology 21, 1 (2015).
- 14. P. Sikivie, Experimental Tests of the "Invisible" Axion, Phys. Rev. Lett. 51, 1415 (1983).
- 15. C. Beck, Possible Resonance Effect of Axionic Dark Matter in Josephson Junctions, Phys. Rev. Lett. 111, 231801 (2013).
- 16. F. Wilczec, Emergent Majorana Mass and Axion Couplings in Superfuids, arXiv:1401.4379.
- 17. К. К. Лихарев, Введение в динамику джозефсоновских переходов, Наука, Москва (1985), с. 320.
- 18. J. E. Kim, Weak-Interaction Singlet and Strong CP Invariance, Phys. Rev. Lett. 43, 103 (1979).
- 19. M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. I. Zakharov, Can confinement ensure natural *CP* invariance of strong interactions?, Nucl. Phys. **B166**, 493 (1980).
- 20. А. Р. Житницкий, О возможности подавления аксион-адронных взаимодействий, ЯФ **31**, 497 (1980).
- 21. M. Dine, W. Fischler, and M. Srednicki, A simple solution to the strong *CP* problem with a harmless axion, Phys. Lett. **B104**, 199 (1980).
- 22. A. Barone and G. Paterno, Physics and Applications of the Josephson Effect, Wiley, New York (1982), p. 529.
- 23. M. Tinkham, Introduction to Superconductivity, McGraw-Hill, New York (1996), p. 454.
- 24. А. В. Арзуманов, В. К. Корнев, К. И. Константинян, Г. А. Овсянников, Спектральный аспект возникновения субгармонических ступеней Шапиро в цепочке параллельно включенных джозефсоновских переходов, Письма в ЖТФ 24, вып. 17, 45 (1998).
- 25. H. Padamsee, RF Superconductivity: Science, Technology and Applications, Wiley-VCH, Weinheim (2009), p. 464.
- 26. P. Sikivie and Q. Yang, Bose-Einstein Condensation of Dark Matter Axions, Phys. Rev. Lett. 103, 111301 (2009).
- 27. J. Mielczarek, T. Stachowiak, and M. Szydlowski, Vortex In Axion Condensate As A Dark Matter Halo, Int. J. Mod. Phys. D 19, 1843 (2010).

Поступила в редакцию 20.03.2015

Попов Владимир Александрович, доцент кафедры теории относительности и гравитации Института физики Казанского (Приволжского) федерального университета, к.ф.-м.н., доцент. 420008 Казань, ул. Кремлевская, 18. Тел. 8-927-401-14-29.

E-mail: vladipopov@mail.ru

V. A. Popov

Resonant SQUID-based detection of Dark Matter Axions using rectangle cavities

Keywords: axion, dark matter, SQUID, Josephson junction.

PACS: 14.80.Va, 85.25.Dq, 95.35.+d

A method for searching for Dark Matter axions using a dc SQUID is proposed. The axions interact with a magnetic field in a cavity and generate an oscillating magnetic flux through a pickup loop of the SQUID. The flux induces a steplike signal in the SQUID current-voltage characteristic. The signal voltage corresponds to a frequency related with the axion mass, and the signal height depends on the axion energy density near the Earth. The proposed experimental technique appears to be sensitive to the axions with masses under 10^{-4} eV, which are well-motivated by current researches as a Dark Matter candidate.

REFERENCES

- 1. R. D. Peccei, H. R. Quinn, CP-Conservation in the Presence of Pseudoparticles, *Phys. Rev. Lett.*, 38, 1440 (1977).
- 2. R. D. Peccei, H. R. Quinn, Constraints imposed by CP-conservation in the presence of pseudoparticles, *Phys. Rev. D*, 16, 1791 (1977).
 - 3. J. Preskill, M. B. Wise, F. Wilczek, Cosmology of the invisible axion, Phys. Lett. B, 120, 127 (1983).
 - 4. L. F. Abbott, P. Sikivie, A cosmological bound on the invisible axion, Phys. Lett. B, 120, 133 (1983).
 - 5. M. Dine, W. Fischler, The not-so-harmless axion, Phys. Lett. B, 120, 137 (1983).
- 6. J. Hoskins et al. (ADMX Collaboration), Search for nonvirialized axionic dark matter, $Phys.\ Rev.\ D,\ 84,\ 121302(R)$ (2011).
- 7. P. Sikivie, D. B. Tanner, and K. van Bibber, Resonantly Enhanced Axion-Photon Regeneration, *Phys. Rev. Lett.*, 98, 172002 (2007).
- 8. K. Ehret et al. (ALPS collaboration), New ALPS results on hiddensector lightweights, *Phys. Lett. B*, 689, 149 (2010).
- 9. M. Arik et al. (CAST collaboration), Search for solar axions by the CERN axion solar telescope with 3He buffer gas: closing the hot dark matter gap, *Phys. Rev. Lett.*, 112, 091302 (2014).
- 10. P. W. Graham and S. Rajendran, New observables for direct detection of axion dark matter, *Phys. Rev. D.* 88, 035023 (2013).
- 11. D. Budker, P. W. Graham, M. Ledbetter, S. Rajendran and A. O. Sushkov, Proposal for a cosmic axion spin precession experiment (CASPEr), *Phys. Rev. X*, 4, 021030 (2014).
 - 12. P. Sikivie, N. Sullivan, and D. B. Tanner, arXiv:1310.8545.
- 13. G. L. Klimchitskaya, V. M. Mostepanenko, Constraints on axion and corrections to Newtonian gravity from the Casimir effect, *Gravitation and Cosmology*, 21, 1 (2015).
 - 14. P. Sikivie, Experimental Tests of the "Invisible" Axion, Phys. Rev. Lett., 51, 1415 (1983).
- 15. C. Beck, Possible Resonance Effect of Axionic Dark Matter in Josephson Junctions, *Phys. Rev. Lett.*, 111, 231801 (2013).
 - 16. F. Wilczec, Emergent Majorana Mass and Axion Couplings in Superfuids, arXiv:1401.4379.
- 17. K. K. Likharev, *Dynamics of Josephson junctions and circuits*, Gordon and Breach, Philadelphia (1986), p. 341.
 - 18. J. E. Kim, Weak-Interaction Singlet and Strong CP Invariance, Phys. Rev. Lett., 43, 103 (1979).
- 19. M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. I. Zakharov, Can confinement ensure natural CP invariance of strong interactions?, Nucl. Phys. B, 166, 493 (1980).
 - 20. A. R. Zhitnitskii, On Possible Suppression of the Axion Hadron Interactions, Sov. J. Nucl., 31, 260 (1980).
- 21. M. Dine, W. Fischler, and M. Srednicki, A simple solution to the strong CP problem with a harmless axion, *Phys. Lett. B*, 104, 199 (1980).
- 22. A. Barone and G. Paterno, *Physics and Applications of the Josephson Effect*, Wiley, New York (1982), p. 529.
 - 23. M. Tinkham, Introduction to Superconductivity, McGraw-Hill, New York (1996), p. 454.
- 24. A. V. Arzumanov, V. K. Kornev, K. I. Konstantinyan, G. A. Ovsyannikov, Spectral aspect of the onset of subharmonic Shapiro steps in a chain of Josephson junctions connected in parallel, *Tech. Phys. Lett.*, 24, 683 (1998).
- 25. H. Padamsee, RF Superconductivity: Science, Technology and Applications, Wiley-VCH, Weinheim (2009), p. 464.
- 26. P. Sikivie and Q. Yang, Bose-Einstein Condensation of Dark Matter Axions, *Phys. Rev. Lett.*, 103, 111301 (2009).
- 27. J. Mielczarek, T. Stachowiak, and M. Szydlowski, Vortex In Axion Condensate As A Dark Matter Halo, Int. J. Mod. Phys. D, 19, 1843 (2010).

Received 20.03.2015

Popov Vladimir Aleksandrovich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of General Relativity and Gravitation, Institute of Physics, Kazan Federal University, Kremlevskaya str. 18, Kazan 420008, Russia.

E-mail: vladipopov@mail.ru