

УДК 53.01+530.145.1+537.112+539.1+51-71

*В. М. Журавлев*¹**ГЕОМЕТРИЯ, ТОПОЛОГИЯ И ФИЗИЧЕСКИЕ ПОЛЯ.
ЧАСТЬ II. МАССА И ГРАВИТАЦИЯ**²

Во второй части работы излагаются вопросы вычисления средних значений физических величин по объему топологических ячеек. Рассмотрены общие принципы вычисления массы частиц. Предлагается геометрическая интерпретация постоянной тонкой структуры. Строится описание гравитационного поля и исследуются его основные свойства в рамках данной концепции. Показано наличие эффекта скрытой массы или «темной материи» в рамках предлагаемой теории

Ключевые слова: Топологическая интерпретация электрического заряда и массы, геометризация электродинамики, квантовая теория, теория гравитации

PACS: 02.40.-k, 03.65.-w, 04.50.Kd, 11.90.+t

Вводные замечания

Построенная в предыдущих разделах данной работы теория зарядов и электромагнитных полей с квантовыми уравнениями, позволяет теперь расширить теорию, включив в неё гравитационное взаимодействие. Эта общая задача является основной для данной части работы. В более конкретной форме она заключается в том, чтобы указать те следствия из тополого-геометрического подхода к описанию электромагнетизма, приводящие к уравнениям, которые можно интерпретировать, как уравнения гравитационного поля. Эта задача распадается на совокупность следующих подзадач. Во-первых, необходимо представить общий способ расчёта массы и плотности масс для частиц, которые играют основополагающую роль в теории гравитации. Во-вторых, необходимо выяснить, какие элементы тополого-геометрического описания ответственны именно за гравитационное поле. И, в третьих, необходимо показать то, как гравитационное поле входит в усреднённые уравнения Ньютона и Шредингера в согласованной с его новым описанием формой.

Намёк на формальное решение последней задачи можно обнаружить в предыдущих построениях усреднённых уравнений Ньютона и квантовых уравнениях Шредингера. В эти уравнения входит остаточный потенциал, который и можно соотнести с гравитационным потенциалом, как на это уже обращалось внимание в первой части данной работы. Однако само появление остаточного потенциала не гарантирует, что его функциональная форма соответствует тому, как на практике описывается именно гравитационное поле. Единственное, что можно констатировать, это то, что входящее в уравнения Ньютона и Шредингера поле должно описываться уравнениями, сходными с уравнениями классической теории гравитационного поля Ньютона. Такой вывод следует из того, что как и в ньютоновской теории, гравитационное поле описывается одним скалярным потенциалом, в отличие от десяти компонент метрического тензора Общей теории относительности Эйнштейна.

Заметим, что в данной части работы ссылки на формулы из первой части работы будут обозначаться с помощью римской цифры *I* вначале номера формулы, например, ссылка на формулу из первой части с номером (2.7) будет обозначаться как (I.2.7).

1. Вычисление геометрических средних

Для использования на практике соотношений, которые были представлены в первой части данной работы, необходимо решить некоторые технические вопросы, связанные с вычислениями различных характеристик частиц как топологических ячеек. В первую очередь необходимо вычислить силы, действующие на частицу, и значения масс частиц.

Для того, чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим одно важное тождество. Пусть $S(\mathbf{x}, t)$ - некоторая функция координат и времени, $I(\mathbf{e})$ - функция только геометрических маркеров $\mathbf{e} =$

¹ E-mail: zhvictorm@gmail.com

² Работа выполнена при поддержке Министерства Образования и Науки РФ (в рамках Государственного задания и проекта № 14.Z50.31.0015)

$\{e^1(\mathbf{x}, t), e^2(\mathbf{x}, t), e^3(\mathbf{x}, t)\}$. Рассмотрим произвольное векторное поле \mathbf{P} с компонентами следующего вида:

$$P^\alpha = S(\mathbf{x}, t)I(\mathbf{e})|J|\frac{\partial x^\alpha}{\partial e^a}e^a = S(\mathbf{x}, t)I(\mathbf{e})|J|\mathcal{K}^\alpha.$$

Здесь $\mathcal{K}^\alpha = e^a \partial x^\alpha / \partial e^a$ - поле, определенное соотношениями (I.2.7). Имеем:

$$\operatorname{div} \mathbf{P} = \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left(S(\mathbf{x}, t)I(\mathbf{e})|J|\frac{\partial x^\alpha}{\partial e^a}e^a \right) = \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left(S(\mathbf{x}, t)R^3I(\mathbf{e})\frac{|J|}{R^3}\frac{\partial x^\alpha}{\partial e^a}e^a \right).$$

Учитывая соотношения (I.2.7) и (I.4.7) из первой части данной статьи, получаем:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{P} &= \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (S(\mathbf{x}, t)R^3I(\mathbf{e})D^\alpha) = S(\mathbf{x}, t)R^3I(\mathbf{e})\frac{\partial}{\partial x^\alpha}D^\alpha + D^\alpha \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (S(\mathbf{x}, t)R^3I(\mathbf{e})) = \\ &= S(\mathbf{x}, t)R^3I(\mathbf{e}) \sum_k 4\pi\varepsilon_k \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) + I(\mathbf{e})|J|\frac{1}{I(\mathbf{e})R^3}e^a \frac{\partial x^\alpha}{\partial e^a} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} [SI(\mathbf{e})R^3]. \end{aligned}$$

Воспользуемся далее следующим тождеством:

$$e^a \frac{\partial x^\alpha}{\partial e^a} \frac{\partial I}{\partial x^\alpha} = e^a \frac{\partial I}{\partial e^a} = R \frac{\partial I}{\partial R}. \quad (1.1)$$

В последнем тождестве предполагается, что координаты x^α выражены через координаты геометрических маркеров e^a : $x^\alpha = x^\alpha(\mathbf{e})$, например, с помощью обращения соотношений (I.2.9). В результате, получаем:

$$\operatorname{div} \mathbf{P} = 4\pi S(\mathbf{x}, t)R^3I(\mathbf{e}) \sum_k \varepsilon_k \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) + |J|I(\mathbf{e})\frac{1}{I(\mathbf{e})R^2} \frac{\partial}{\partial R} [SI(\mathbf{e})R^3]. \quad (1.2)$$

Введем обозначение:

$$f(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{I(\mathbf{e})R^2} \frac{\partial}{\partial R} [SI(\mathbf{e})R^3]. \quad (1.3)$$

Тогда (1.2) можно переписать так:

$$|J|I(\mathbf{e})f(\mathbf{x}, t) = \operatorname{div} \mathbf{P} - 4\pi S(\mathbf{x}, t)R^3I(\mathbf{e}) \sum_k \varepsilon_k \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k). \quad (1.4)$$

Функция $f(\mathbf{x}, t)$ связана с произвольной изначально функцией $S(\mathbf{x}, t)$ с помощью дифференциального уравнения (1.3). Это означает, что последнее тождество выполняется для произвольной функции $f(\mathbf{x}, t)$.

Полученное тождество (1.4) приводит к следующему общему интегральному соотношению для средних значений произвольных функций $f(\mathbf{x}, t)$ по любому объему $V \in P^3$:

$$\bar{f} = \int_V |J|I(\mathbf{e})f(\mathbf{x}, t)dV = -4\pi \sum_k \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_k} [S(\mathbf{x}, t)R^3(\mathbf{x}, t)I(\mathbf{e})]\varepsilon_k + \int_{\partial V} P^\alpha d\sigma_\alpha. \quad (1.5)$$

Последнее слагаемое в правой части этого соотношения представляет собой интеграл по границе ∂V объема V . Первое же слагаемое содержит сумму по всем критическим точкам фундаментального потенциала \mathcal{F} , лежащих внутри V .

Рассматривая соотношение (1.3) как уравнение для функции $S(\mathbf{x}, t)$ при заданной функции $f(\mathbf{x}, t)$ на каждой простой или пустой топологической ячейке, приходим к следующему выражению для функции $S(\mathbf{x}, t)$:

$$S(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{R^3I(\mathbf{e})} \left(C_0 + \int_0^R I(\mathbf{e})f(\mathbf{x}, t)R^2 dR \right).$$

В этом соотношении зависимость функции $f(\mathbf{x}, t)$ от R вычисляется по отдельности для каждой простой или пустой топологической ячейки при заданных на них $e^a(\mathbf{x}, t)$. Введем следующие обозначения:

$$F_k = -4\pi \sum_k \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_k} [S(\mathbf{x}, t)R^3(\mathbf{x}, t)I(\mathbf{e})]\varepsilon_k = 4\pi \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_k} \left[C_k + \int_0^R I(\mathbf{e})f(\mathbf{x}, t)R^2 dR \right] \varepsilon_k \quad (1.6)$$

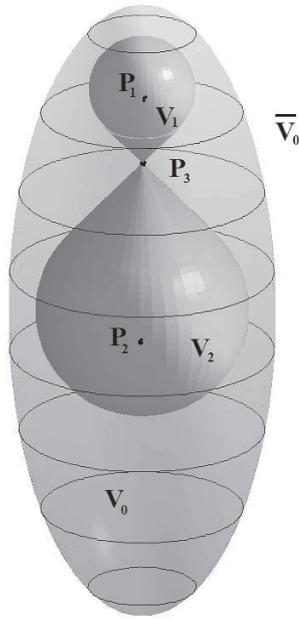


Рис. 1. Топологическая ячейка, состоящая из двух простых ячеек

Будем отличать значения F_k в экстремумах, обозначая их через $F_k^{(e)}$ от значений в седловых точках, которые будем обозначать через $F_k^{(s)}$. Поскольку в экстремумах $\lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_k} R = 0$ получаем следующее соотношение:

$$F_k^{(e)} = -4\pi C_k. \quad (1.7)$$

Аналогично, для значений в седловых точках находим:

$$F_k^{(s)} = -4\pi(C_k + I_k) = F_k^{(e)} - 4\pi I_k, \quad (1.8)$$

где интеграл

$$I_k = \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_k} \int_0^{R_s} I(\mathbf{e})f(\mathbf{x}, t)R^2 dR,$$

берется по каждой простой или пустой топологической ячейке, а $R_s = \sqrt{2|\mathcal{F}_s - \mathcal{F}_0|}$ - значение радиальной координаты на особой изоповерхности, на которой лежит седловая точка. Поскольку седловые точки лежат на границах разных простых и пустых топологических ячеек, то необходимо требовать, что бы значения величин $F_k^{(s)}$ совпадали бы при вычислении по разным топологическим ячейкам, на границе которых находятся одни и те же седловые точки. Это условие позволяет вычислить все постоянные интегрирования C_k . Пусть седловая точка с номером j находится на границе двух простых ячеек, номера экстремумов которых обозначим через m и n : $m \neq n$. Тогда имеем условие, связывающее постоянные C_m и C_n :

$$C_m + I_{j,m} = C_n + I_{j,n}, \quad (1.9)$$

где

$$I_{j,m} = \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_j} \int_0^{R_{j,m}} I(\mathbf{e})f(\mathbf{x}, t)R^2 dR, \quad I_{j,n} = \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_j} \int_0^{R_{j,n}} I(\mathbf{e})f(\mathbf{x}, t)R^2 dR,$$

Эти соотношения иллюстрируются на рис. (1). На рисунке показана топологическая ячейка V_0 (выделена цветом), содержащая две простые топологические ячейки V_1 и V_2 . Ячейка \bar{V}_0 - дополнение V_0 в гиперплоскости P^3 . Точки P_1 и P_2 - экстремумы \mathcal{F} , лежащие внутри ячеек V_1 и V_2 , соответственно, а P_3 - седловая точка. Среднее значение функции $f(\mathbf{x}, t)$ по V_0 можно записать в виде:

$$\bar{f} = -C_1\varepsilon_1 - C_2\varepsilon_2 - (C_3 + I_{3,3})\varepsilon_3 + \int_{\partial V} P^\alpha d\sigma_\alpha.$$

Из (1.9) следует, что числа C_1 и C_2 должны удовлетворять соотношению:

$$C_1 + I_{3,1} = C_2 + I_{3,2} = C_3 + I_{3,3}.$$

Здесь интеграл:

$$I_{3,3} = \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_3} \int_{R_{0,3}}^{R_{s,3}} I(\mathbf{e})f(\mathbf{x}, t)R^2 dR$$

берется по пустой топологической ячейке $V_3 = \bar{V}_{12}$, являющейся дополнением к ячейкам V_1 и V_2 в ячейке V_0 : $V_0 = V_1 \cup V_2 \cup \bar{V}_{12}$. Интеграл берется по R - радиальной координате в пространстве маркеров для \bar{V}_{12} в пределах интервала $[R_{0,3}, R_{s,3}]$, где $R_{0,3}$ - значение радиальной координаты на границе топологической ячейки V_0 , а $R_{s,3}$ - значение радиальной координаты на особой изоповерхности с седловой точкой P_3 . Отсюда находим:

$$C_1 = C_3 + I_{3,3} - I_{3,1}, \quad C_2 = C_3 + I_{3,3} - I_{3,2}.$$

Постоянная C_3 должна вычисляться, исходя из распределения критических точек в ячейке \bar{V}_0 , которая является дополнением V_0 в P^3 . Подставляя эти соотношения в выражение для среднего, находим:

$$\begin{aligned} \bar{f} &= \int_V |J|I(\mathbf{e})f(\mathbf{x}, t)dV = \\ &= C_3(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) + \varepsilon_1(I_1 - I_3) + \varepsilon_2(I_2 - I_3) + \varepsilon_3 I_3 + \int_{\partial V} P^\alpha d\sigma_\alpha \end{aligned}$$

Соотношение (1.5) вместе с (1.6) устанавливает общую связь между усредненными по топологическим ячейкам значениями функций и их значениями в критических точках фундаментального потенциала. Таким образом, мы получили общий инструмент расчета средних значений на топологических ячейках.

2. Усредненные уравнения Ньютона

Рассмотрим теперь с точки зрения соотношения (1.5) вычисление усредненных сил в уравнении Ньютона (I.8.3). Используя (1.5), формально можно записать:

$$\frac{d^2 X^\alpha}{dt^2} = \bar{F}^\alpha = \frac{1}{M} \int_V F^\alpha(\mathbf{x}, t)I(\mathbf{e})|J|dV, \quad (2.1)$$

где $F^\alpha(\mathbf{x}, t)$ - компоненты суммы всех сил динамических полей в правой части уравнения (I.8.3), а M - нормировочный множитель, играющий роль массы частицы, общие принципы вычисления которого будут рассмотрены в следующем разделе. Используя тождество (1.5), получаем следующее соотношение:

$$\bar{F}^\alpha = \frac{1}{M} \int_V F^\alpha(\mathbf{x}, t)|\tilde{J}|dV = -\frac{4\pi}{M} \sum_k \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_k} [S^\alpha(\mathbf{x}, t)R^3(\mathbf{x}, t)]\varepsilon_k + \frac{1}{M} \int_{\partial V} S^\alpha |\tilde{J}| \mathcal{K}^\beta d\sigma_\beta, \quad (2.2)$$

где:

$$S^\alpha = R^{-3} \left(C_p^\alpha + \int_0^R F^\alpha R'^2 dR' \right), \quad (2.3)$$

где C_p^α - некоторая функция угловых координат, а интеграл берется по радиальной координате R , заданной однозначно внутри данной простой топологической ячейки с номером p . Как уже отмечалось, это соотношение справедливо для каждой простой топологической ячейки в отдельности.

Используя полученное решение, находим:

$$\overline{F}^\alpha = \overline{F}_{in}^\alpha + \overline{F}_{out}^\alpha = - \sum_k \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_k} \left(C_p^\alpha + \int_0^R F^\alpha R'^2 dR' \right) \varepsilon_k + \overline{F}_{out}^\alpha,$$

здесь

$$F_{in}^\alpha = - \sum_k \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_k} \left(C_p^\alpha + \int_0^R F^\alpha R'^2 dR' \right) \varepsilon_k = \sum_k F_k^\alpha$$

сумма сил F_k^α , действующих на отдельные частицы, как топологические ячейки, а величину:

$$\overline{F}_{out}^\alpha = \int_{\partial \mathcal{V}} S^\alpha | \tilde{J} | \mathcal{K}^\beta d\sigma_\beta$$

следует рассматривать как внешнюю силу, т.е. действующую со стороны всей оставшейся части Вселенной. Точками приложения сил F_k^α являются критические точки фундаментального потенциала \mathcal{F} .

Поскольку значения сил F_k^α вычисляются в точках, то функции $C_p^\alpha = C_p^\alpha(\varphi, \theta)$ на самом деле представляют собой постоянные, задаваемые в каждой простой топологической ячейке в отдельности. Значения этих постоянных можно получить, рассматривая значения силовых функций F_k^α в седловых точках. Эти точки лежат на границе простых ячеек, и значения F_k^α в них можно вычислить в каждой ячейке по отдельности. Общее правило вычисления постоянных C_p^α можно описать с помощью соотношений:

$$\lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_s} \left(C_p^\alpha + \left[\int_0^R F^\alpha R'^2 dR' \right]_p \right) \varepsilon_s = \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_s} \left(C_q^\alpha + \left[\int_0^R F^\alpha R'^2 dR' \right]_q \right) \varepsilon_s$$

где \mathbf{x}_s - координаты седловой точки, p и q - номера простых ячеек, на границах которых лежит данная седловая точка. Для иллюстрации общего правила вычисления этих постоянных рассмотрим предварительно пример, приведенный на рис. 1.

Интеграл от локальных силовых полей по радиальной координате можно рассматривать при этом как усреднение по топологической ячейке. Таким образом, данный подход дает абсолютно ясное представление о том, как в рамках теории геометрического усреднения, эквивалентной по сути теории квантового усреднения, появляются уравнения Ньютона для системы точечных частиц. Для завершения построения теории Ньютонской динамики в соответствии с представленными соотношениями необходимо указать то, как должны выбираться произвольные пока функции $C_0^\alpha(\varphi, \theta)$, а точнее их значения в критических точках функции \mathcal{F} .

3. Вычисление массы и вид массовой функции

Используя общий подход к вычислению средних значений по топологическим ячейкам, рассмотрим проблему выбора массовой функции $I(\mathbf{e})$, опираясь на общий принцип вычисления массы частиц. Массы частиц, в соответствии с формулой (1.5), являются средним значением функции $f(\mathbf{x}, t) \equiv 1$:

$$M = m_0 \int_{\mathcal{V}} |J| I(\mathbf{e}) dV = - \sum_k M_k + m_0 \int_{\partial \mathcal{V}} L^\alpha d\sigma_\alpha, \quad (3.1)$$

где

$$M_k = 4\pi m_0 \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_k} \left[\mu_k + \int_0^R I(\mathbf{e}) R^2 dR \right] \varepsilon_k, \quad (3.2)$$

где значения μ_k рассчитываются из условия совпадения величин M_k при вычислении их значений в седловых точках. Заметим, что в экстремумах по определению $R(\mathbf{x}_k, t) = 0$ и следовательно:

$$M_k = 4\pi m_0 \mu_k \varepsilon_k.$$

Поверхностный интеграл в правой части (3.1) по определению имеет следующий вид:

$$\int_{\partial V} L^\alpha d\sigma_\alpha = \int_{\partial V} \frac{1}{R^3} \left(\mu_0 + \int_0^R I(\mathbf{e}) R^2 dR \right) |J| \mathcal{K}^\alpha d\sigma_\alpha.$$

Поверхностный интеграл берется по изоповерхности функции \mathcal{F} и, следовательно, функции R . После отображения в координаты \mathbf{e} пространства маркеров, любая изоповерхность функции \mathcal{F} , ограничивающая простую ячейку отображается в сферу, радиус которой обозначим через $R_0 = \sqrt{2|\mathcal{F}_s - \mathcal{F}_0|}$, \mathcal{F}_0 - значение функции \mathcal{F} в экстремуме, лежащем внутри простой топологической ячейки, а \mathcal{F}_s - значение на изоповерхности, по которой берется интеграл. По самому определению отображения $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{e}$ единичный вектор, ортогональный изоповерхности в пространстве P^3 , отображается в постоянный вектор, ортогональный в пространстве маркеров сфере радиуса R_0 , в которую отображается изоповерхность. Поэтому, при замене переменных $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{e}$ можно записать:

$$|J| \mathcal{K}^\alpha d\sigma_\alpha = |J| \frac{\partial x^\alpha}{\partial e^a} e^a d\sigma_\alpha = \varepsilon R_0^3 \sin \theta d\varphi d\theta,$$

где $\varepsilon_0 = \pm 1$ - учитывает направление поля \mathcal{K}^α на границе, совпадающий со знаком заряда в экстремуме. Переменные φ и θ - угловые координаты на соответствующей сфере в пространстве маркеров. В результате последнее выражение можно представить в виде:

$$\int_{\partial V} L^\alpha d\sigma_\alpha = 4\pi \mu_0 \varepsilon + \varepsilon \int_{R=R_0}^R \int_0^R I(\mathbf{e}) R^2 dR \sin \theta d\varphi d\theta.$$

Двойной интеграл в правой части последнего соотношения представляет собой интеграл по всему объему простой ячейки от функции $I(\mathbf{e})$. Аналогичный интеграл содержится в определении величин M_k (3.2). Следовательно, информацию о выборе величины $I(\mathbf{e})$ можно попытаться извлечь из значений масс частиц.

Отметим, что можно провести аналогию между общими рассуждениями о том, как в Специальной теории относительности (СТО) должна вычисляться масса частиц согласно рассуждениям, приведенным в работе [3]. В этой работе приводятся аргументы, что масса частиц в СТО в некотором смысле перераспределяется между частицами в зависимости от модели их строения. Эти рассуждения находятся в соответствии с общей формулой (3.1).

Одним из наиболее важных фактов, касающихся масс частиц, является то, что их величина во много раз превышает массу электрона. Самой простейшей после электрона заряженной частицей (см. [1]) является мюон. Его масса m_μ равна $\mu \simeq 206.7m_e$, где m_e - масса электрона. Эта величина может служить ориентиром, с помощью которого можно подобрать подходящую функцию $I(\mathbf{e})$, чтобы вычисляемая масса частиц была близка к указанным значениям. Поскольку по значению интеграла трудно угадать вид самой функции, то необходимо привлечь и некоторые более общие соображения относительно ее формы. Такими соображениями могут быть предположения о ее общем физическом смысле.

Рассмотрим в начале случай простой топологической ячейки. По определению такая ячейка содержит один экстремум и, возможно, седловые точки на границе. Предположим, что рассматривается простая топологическая ячейка, ограниченная изоповерхностью, на которой нет седловых точек. В этом случае:

$$\mathcal{M} = m_0 \varepsilon \int_{R=R_0}^R \int_0^R I(\mathbf{e}) R^2 dR \sin \theta d\varphi d\theta,$$

где μ_0 постоянная интегрирования, а поверхностный интеграл берется по границе простой топологической ячейки. Одним из правдоподобных соображений, позволяющих найти вид $I(\mathbf{e})$ является предположение, что интеграл:

$$V = \int_{R=R_0}^R \int_0^R I(\mathbf{e}) R^2 dR \sin \theta d\varphi d\theta \quad (3.3)$$

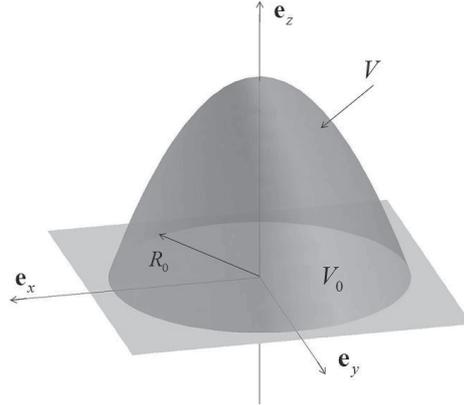


Рис. 2. Двумерный аналог области пространства маркеров, соответствующий простой ячейке

представляет собой криволинейный объем пространства геометрических маркеров, соответствующего простой ячейке. Это пространство, как указывалось ранее, является, вообще говоря, неевклидовым. Характер геометрии такого пространства определяется тем, что в координатах \mathbf{e} уравнение физической гиперповерхности V^3 можно записать в виде:

$$u = \mathcal{F} = \mathcal{F}_0 + \frac{\varepsilon}{2} \mathbf{e}^2 = \mathcal{F}_0 + \frac{\varepsilon}{2} R^2. \quad (3.4)$$

Это есть уравнение трехмерного параболоида, вложенного в четырехмерное евклидово пространство. Двумерный аналог представлен на рис. (2). На этом рисунке V обозначает криволинейный объем параболоида, а V_0 - объем сферы на декартовой карте пространства маркеров.

Исходя из (3.4), элемент объема пространства маркеров в простой или пустой ячейках можно записать в виде:

$$d\mathcal{V} = \sqrt{1 + R^2/R_0^2} R^2 dR d\varphi d\theta.$$

Здесь R_0 - радиус предельной сферы ячейки в пространстве маркеров. В этом случае можно предположить, что массовая функция $I(\mathbf{e})$ в основной части своей и представляет метрический множитель в объеме ячейки в координатах \mathbf{e} , т.е.:

$$I(\mathbf{e}) = \sqrt{1 + \frac{R^2}{R_0^2}}. \quad (3.5)$$

В этом случае легко вычислить интеграл V (3.3):

$$V = 4\pi R_0^3 \left[\frac{3}{8} \sqrt{2} + \frac{1}{8} \ln(\sqrt{2} - 1) \right]$$

Значение этого интеграла можно представить в следующем виде:

$$V = \frac{4}{3} \pi R_0^3 + R_0^3 (1 + 4\pi\alpha), \quad (3.6)$$

где

$$\alpha = \left[\frac{3}{8} \sqrt{2} + \frac{1}{8} \ln(\sqrt{2} - 1) - \frac{1}{3} \right] - \frac{1}{4\pi}. \quad (3.7)$$

Первое слагаемое в выражении (3.6) представляет собой объем пространства в случае, если пространство маркеров было бы плоским. Второе слагаемое описывает отклонение величины объема от плоского случая и представлено в указанном виде с целью выделить число α . Числовое значение α равно:

$$\alpha = \frac{1}{137.9770423} = 0.007247582520.$$

Эта величина отличается от значения постоянной тонкой структуры

$$\alpha_0 = \frac{1}{137.0359998} = 0.0072973525698(24)$$

лишь в пятом знаке после запятой. Это совпадение, хотя и выглядит пока с теоретической точки зрения достаточно случайным, тем не менее с числовой точки зрения говорит в пользу того, что выбор массовой функции в форме (3.5) представляется в целом правильным, а некоторое отличие от точного значения постоянной тонкой структуры может быть объяснено более общей теорией.

В результате массу простой ячейки (взятую по модулю) можно записать в виде:

$$\mathcal{M} = R_0^3 m_0 \left[\frac{4}{3} \pi + (1 + 4\pi\alpha) \right].$$

Теперь, используя полученные соотношения, можно записать общую формулу для вычисления массы частиц:

$$M = - \sum_k M_k + 4\pi m_0 \mu_0 + V, \quad (3.8)$$

$$M_k = 4\pi m_0 \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_k} \left[m_k + \int_0^R I(\mathbf{e}) R^2 dR \right] \varepsilon_k, \quad (3.9)$$

Ориентиром для дальнейших вычислений массы может быть следующее формальное совпадение массы мюона с числом:

$$m'_\mu = \frac{3}{2\alpha_0} \simeq 205.5539986,$$

которое меньше массы мюона ($m_\mu \simeq 206.7m_e$) чуть больше, чем на 1. В то же время число

$$m''_\mu = \frac{3}{2\alpha} \simeq 206.9655635$$

ближе к значению массы мюона.

Вычисление массы реальных частиц в данной работе проводится не будет, поскольку такие вычисления связаны с установлением топологической структуры частиц. Топологическая классификация частиц с общих позиций была рассмотрена в работе [1, 2]. Однако из-за ограниченности размеров данной статьи здесь эта классификация не приводится. Дальнейшей задачей будет рассмотрение общих принципов описания гравитационного поля в рамках данной концепции и некоторые основные следствия.

4. Плотность энергии фундаментального электромагнитного поля

Наиболее важным интегралом движения, который определяет локальные и глобальные свойства динамических систем, является интеграл энергии. Одной из важнейших проблем, связанных с энергией, является бесконечность собственной энергии точечных частиц, например, электрона, находящаяся в противоречии с конечностью массы электрона. В связи с этим необходимо выяснить - можно ли в рамках предлагаемой концепции решить эту проблему, не прибегая к экзотическим приемам вроде теории перенормировок.

Для этого рассмотрим выражение для плотности энергии фундаментального электрического поля, которое можно получить, исходя из уравнений фундаментальной электродинамики. Собственно говоря, вся совокупность уравнений фундаментальной электродинамики нам не понадобится. Важным является интеграл движения уравнений фундаментальной электродинамики, который можно сопоставить плотности энергии электромагнитного поля в теории Максвелла. Это означает, что необходимый интеграл энергии можно искать сразу в форме, аналогичной классической электродинамике, т.е. в виде:

$$W = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathcal{V}_i} D^\alpha E_\alpha dV. \quad (4.1)$$

Это выражение не содержит слагаемое, аналогичное энергии магнитной составляющей классического электромагнитного поля. Однако будет показано, что именно такая величина является интегралом движения, а соответствующая плотность удовлетворяет дифференциальному закону сохранения.

Задача, которую необходимо решить, можно сформулировать следующим образом. Необходимо при заданном фундаментальном поле индукции \mathbf{D} подобрать поле фундаментальной напряженности \mathbf{E} , при котором соотношение (4.1) будет являться интегралом движения. В качестве подходящей формы поля \mathbf{E} рассмотрим следующее соотношение:

$$\mathcal{E}^\alpha = f(\mathcal{F}) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^\alpha}, \quad (4.2)$$

где функция $f(\mathcal{F})$ - некоторая функция от фундаментального потенциала \mathcal{F} , которую необходимо определить. Исходя из этого и учитывая вид \mathbf{D} (I.2.7), можно установить, что соотношение

$$W = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathcal{V}_i} f(\mathcal{F}) \mathbf{D}^\alpha \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^\alpha} dV \quad (4.3)$$

является интегралом движения. Действительно, из (I.2.2), (I.2.7) и (I.2.8) имеем:

$$f(\mathcal{F}) \mathbf{D}^\alpha \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^\alpha} = \frac{f(\mathcal{F})}{4\pi R} |\mathcal{J}| = \frac{f(\mathcal{F})}{4\pi R I(R)} \mathcal{J}.$$

Подставляя последнее соотношение в (4.1), находим:

$$W = \int_{\mathcal{V}_i} \frac{f(\mathcal{F})}{4\pi R I(R)} \mathcal{J} dV. \quad (4.4)$$

Функция $I_f = f(\mathcal{F})(4\pi R I(R))^{-1}$ удовлетворяет уравнению (I.12.3). Поэтому W является интегралом движения. Среди всех интегралов движения вида (4.3) есть один наиболее простой, соответствующий $f(\mathcal{F})/I(R) = 4\pi R K$, где K - некоторая постоянная. В этом случае имеем:

$$W = K \int_{\mathcal{V}_i} \mathcal{J} dV = K M. \quad (4.5)$$

Это соотношение фактически эквивалентно известной формуле Эйнштейна $E = Mc^2$ при выборе $K = c^2$, где c - скорость света. Напряженность фундаментального поля при этом будем иметь следующий вид:

$$\mathcal{E}^\alpha = \frac{4\pi R}{I(R)} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x^\alpha} = \frac{4\pi R}{I(R)} \frac{d\mathcal{F}}{dR} \frac{\partial R}{\partial x^\alpha} = \frac{4\pi R^2}{I(R)} \frac{\partial R}{\partial x^\alpha} = \frac{1}{I(R)} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \Phi_f, \quad (4.6)$$

где

$$\Phi_f = \frac{4\pi}{3} R^3. \quad (4.7)$$

При таком выборе интеграла движения потенциал Φ_f фундаментального поля равен объему пространства маркеров на декартовой карте, заключенному внутри шара радиуса R .

Соотношение (4.5) примечательно тем, что приводит к наиболее важному результату релятивистской динамики, минуя собственно всю ее идеологию, построенную на инвариантности физики относительно преобразований Лоренца. Этот факт требует отдельного обсуждения, которое будет отложено на конец данной работы. Однако особая важность соотношения (4.5) для данной теории состоит в том, что оно устанавливает прямую связь между энергией фундаментального поля и массой частицы, а также прямую связь между плотностью масс и плотностью энергии фундаментального поля. Исходя из того, что соотношение должно выполняться для любой простой топологической ячейки, а при определенной модификации и для всех топологических ячеек, можно вместо интегралов писать дифференциальное соотношение между энергией и массой в форме:

$$\mathcal{W} = \frac{1}{4\pi} (\mathbf{D}, \mathbf{E}) = c^2 \mathcal{J}. \quad (4.8)$$

5. Гравитационное поле

Полученное соотношение для плотности массы и энергии материи (4.8) позволяет теперь перейти к общему описанию поля тяготения. Представление о поле тяготения определяются законом Ньютона, который, как хорошо известно, выполняется на больших масштабах с большой точностью. Трудности возникают в основном на сверхбольших масштабах. Поэтому естественно предположить, что в рамках данной концепции в уравнения Ньютона должно входить поле тяготения, которое описывается аналогично ньютоновскому полю тяготения. Это означает, что остаточный потенциал U в уравнении (I.8.4) должен быть связан с полем тяготения. Вместе с тем, поскольку поле тяготения имеет фундаментальный характер, то в рамках теории фундаментальных электромагнитных полей должно найтись соответствующее место и для гравитационного поля.

Основой для введения гравитационного поля может служить соотношение (I.12.6), представляющее общее определение плотности энергии и массы материи, которая входит в правую часть уравнения Пуассона:

$$\Delta\phi_g = 4\pi G\rho_m, \quad (5.1)$$

где ϕ_g - классический потенциал гравитационного поля, G - классическая гравитационная постоянная Ньютона, ρ_m - плотность всей массы материи. Идея привлечения данного соотношения состоит в том, что из самого определения якобиана J следует тождество:

$$J = \det\left(\frac{\partial e^a}{\partial x^\alpha}\right) = \text{div}(\varepsilon_{abc}e^a[\nabla e^b \times \nabla e^c]). \quad (5.2)$$

Здесь ε_{abc} - антисимметричный символ Леви-Чевитта. Это тождество можно рассматривать, как уравнение Пуассона, поскольку в левой части этого соотношения стоит якобиан, т.е. величина, равная с точностью до размерного множителя плотности массы или энергии материи. При этом поле:

$$g^\alpha = \varepsilon_{abc}e^a[\nabla e^b \times \nabla e^c], \quad (5.3)$$

можно рассматривать, с точностью до размерного множителя, как напряженность гравитационного поля. Однако для более точного сопоставления этих соотношений с классическим полем тяготения необходимо учесть наличие массовой функции $I(\mathbf{e}) = \sqrt{1 + R^2/R_0^2}$ в определении массы и плотности материи.

Кроме использования тождества (5.2) существует более фундаментальный подход. Этот подход, по сути эквивалентный предыдущему, основывается на использовании той же идеологии, что и введение полей фундаментальной электродинамики с помощью тождества (I.2.10). Заметим, что вместе с формальным тождеством (I.2.10) на пространстве маркеров для каждой простой или пустой топологической ячейки выполняется ещё одно очевидное тождество:

$$\frac{\partial e^a}{\partial e^a} = 3. \quad (5.4)$$

Преобразуя его в координаты на фоновом пространстве с помощью того же фундаментального отображения (I.2.2), получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left(|J| \frac{\partial x^\alpha}{\partial e^a} e^a \right) \equiv \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (|J|\mathcal{K}^\alpha) = 3|J|, \quad (5.5)$$

где $\mathcal{K}^\alpha = e^a \partial x^\alpha / \partial e^a$ имеет тот же вид, что и раньше (I.2.7). Умножим это тождество на массовую функцию так, чтобы справа появилась плотность массы в соответствии с определением (I.12.6). Используя определение плотности массы (энергии) (I.12.6), приходим к уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha} (I(\mathbf{e})|J|\mathcal{K}^\alpha) = 3\zeta(R)|J|I(\mathbf{e}). \quad (5.6)$$

Здесь

$$\zeta(R) = 1 + \frac{e^a}{3} \frac{\partial \ln I(\mathbf{e})}{\partial e^a} = \frac{1}{3} \frac{3 + 4R^2/R_0^2}{1 + R^2/R_0^2}, \quad (5.7)$$

а при выводе использовалось тождество:

$$|J|\mathcal{K}^\alpha \frac{\partial I(\mathbf{e})}{\partial x^\alpha} = |J|e^a \frac{\partial I(\mathbf{e})}{\partial e^a} = |J| \frac{R^2}{R_0^2 \sqrt{1 + R^2/R_0^2}}.$$

Умножая (5.6) на подходящий размерный множитель $4\pi G m_0/3$, где G - классическая постоянная тяготения Ньютона, а m_0 - размерный множитель массы, приходим к уравнению, имеющему вид уравнения Пуассона (5.1), но в более общем виде:

$$\operatorname{div} \mathbf{g} = 4\pi G \zeta(R) \rho_m, \quad (5.8)$$

где $\rho_m = m_0 \sqrt{1 + R^2/R_0^2} |J|$ - плотность массы, а поле \mathbf{g} с компонентами:

$$g^\alpha = \frac{4\pi m_0 G}{3} |J| I(\mathbf{e}) \mathcal{K}^\alpha = \frac{4\pi m_0 G}{3} |J| \sqrt{1 + R^2/R_0^2} \mathcal{K}^\alpha. \quad (5.9)$$

играет роль напряженности гравитационного поля. Подчеркнём, что эти соотношения выполняются для простой или пустой топологических ячеек, а общее представление о поле тяготения должно дополняться условиями “срачивания” полей отдельных ячеек на их границах. Кроме этого, необходимо указать, как это поле проявляет себя в усредненной динамике частиц, описываемой усредненными уравнениями Ньютона и уравнениями Шредингера.

6. Эффективная гравитационная постоянная и тёмная материя

Уравнение (5.8) представляет собой уравнение Пуассона, но в отличие от классического Ньютоновского поля в это уравнение входит эффективная гравитационная постоянная \tilde{G} :

$$\tilde{G} = \zeta(R) G = \frac{G}{3} \frac{3 + 4R^2/R_0^2}{1 + R^2/R_0^2}. \quad (6.1)$$

Постоянная тяготения \tilde{G} отличается от классической тем, что зависит от координат и времени, поскольку от координат зависит функция $R = \sqrt{2|\mathcal{F}_0 - \mathcal{F}(\mathbf{x}, t)|}$. Однако форма этой зависимости такова, что эффективная постоянная тяготения меняется от значения классической G в точке $R = 0$, где располагается экстремум \mathcal{F} со значением \mathcal{F}_0 и не превышает значения $4G/3$ на границах топологических ячеек, где R заметно отличается от нуля. Этот эффект зависимости \tilde{G} от R можно интерпретировать, как наличие скрытой массы, если считать, что преобразованию подвергается не постоянная G , а именно плотность массы:

$$\tilde{\rho}_m = \rho_m \zeta(R). \quad (6.2)$$

В этом случае увеличение плотности массы будет обнаруживаться на краях топологических ячеек. Следует подчеркнуть, что в таком простом виде это соотношение справедливо лишь для простых топологических ячеек.

Этот эффект можно сравнить с тем, что наблюдается в астрофизических экспериментах по исследованию эффекта «тёмной материи». Эффект тёмной материи проявляется в том, что именно на краях галактик скорость орбитального движения звезд вокруг центральных частей галактик превышает значения, которые предсказываются теорией тяготения Ньютона на основе вычисления тяготеющей массы совокупности звезд из термодинамических соображений при условии теплового равновесия звездной среды. С точки зрения соотношения (6.2), объяснение эффекта темной материи может состоять в том, что каждая галактика представляет собой топологическую ячейку, а видимое в гравитационных экспериментах увеличение массы определяется величиной:

$$\Delta M = \int_V \rho_m (\zeta(R) - 1) dV = \frac{1}{3} \int_V \rho_m \frac{R^2/R_0^2}{1 + R^2/R_0^2} dV = \frac{1}{3} \left(M - \int_V \frac{\rho_m}{1 + R^2/R_0^2} dV \right) > 0.$$

В связи с этим функцию:

$$\rho_{DM} = \rho_m (\zeta(R) - 1) = \frac{e^a}{3} \frac{\partial \ln I(\mathbf{e})}{\partial e^a}, \quad (6.3)$$

можно назвать плотностью темной материи. Из этого соотношения следует, что дополнительная гравитирующая масса любой топологической ячейки не будет превышать инерционную более, чем на 1/3 от ее значения. Наблюдаемые значения скрытой гравитирующей массы в галактиках имеют значения, превышающие инертную в 10 и более раз. Это говорит о том, что для галактик эффект должен описываться более общей массовой функцией, чем $I(\mathbf{e}) = \sqrt{1 + R^2/R_0^2}$, которая описывает

массу простых и пустых топологических ячеек. Если вспомнить, что масса - это по сути объем пространства маркеров всех ячеек вместе взятых, то при большом их объединении эффект может существенно возрасти, учитывая, что барионы, в соответствии с топологической классификацией частиц, являются многосвязными объектами (ручками Уилера) [1]. Многосвязные области могут существенно увеличивать скрытую массу. Возможны и другие геометрические эффекты. Поэтому относительно слабое увеличение гравитирующей массы простых и пустых топологических ячеек лишь указывает на то, что эффект темной материи не обнаруживается в локальных экспериментах. Исходя из этого, можно предположить, что уравнения для гравитационного поля (5.8) и (5.9) на больших масштабах остаются справедливыми, но при некоторой другой функции $I(\mathbf{e})$, вид которой необходимо вычислять, усредняя по всей совокупности топологических ячеек.

7. Вихревое гравитационное поле и электромагнитные поля

Еще одним важным аспектом рассматриваемой теории гравитационного поля является то, что она приводит к необходимости рассматривать «вихревые» гравитационные поля, которые тесно связаны с фундаментальными электромагнитными полями. Продифференцировав уравнение (5.8) по t , в результате получим следующее уравнение:

$$\operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} = 4\pi G \frac{\partial \rho_m}{\partial t} = -4\pi G \operatorname{div}(\rho_m \mathbf{V}).$$

Здесь использовалось уравнение неразрывности (I.12.7) для ρ_m . Отсюда следует уравнение, имеющее следующий вид:

$$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} = -4\pi G \rho_m \mathbf{V} + \operatorname{rot} \mathbf{Z}, \quad (7.1)$$

где \mathbf{Z} - некоторое вспомогательное поле. Это уравнение можно формально сравнить с уравнением Максвелла - дифференциальным аналогом уравнения электромагнитной индукции. При этом \mathbf{g} играет роль индукции гравитационного поля, поле $\mathbf{p} = 4\pi G \rho_m \mathbf{V}$ - роль плотности тока массы, а \mathbf{Z} - напряженности некоторого вихревого поля. В соответствии с этим поле \mathbf{Z} можно назвать гравиомагнитным полем. По своему смыслу поле $\mathbf{p} = 4\pi G \rho_m \mathbf{V}$ представляет собой плотность импульса среды, что вполне аналогично плотности тока заряда в классической электродинамике.

Отметим, что на существование описания гравитационного поля на основе аналогии между электродинамикой и ньютоновской гравитацией было обращено в работе [3]. В этой работе был рассмотрен целый ряд аналогий, связывающих электродинамику и гравитацию. Этот анализ важен для общего понимания свойств гравитационного поля. В этой работе также содержится указание на возможную прямую связь между электрическими полями и полем тяготения. В предлагаемой теории все эти связи и аналогии возникают естественным образом.

Полученное уравнение (5.8) имеет несколько важных отличий от классического уравнения Пуассона. Во-первых, напряженность гравитационного поля, согласно (5.9), не является чисто градиентным полем, как это определяется в теории тяготения Ньютона, и содержит вихревую компоненту. Во-вторых, согласно тому же соотношению (5.9), гравитационное поле в данном подходе оказывается связанным с фундаментальным электромагнитным полем, что объединяет эти взаимодействия в одно фундаментальное поле, связанное с геометрией физического пространства, как трехмерной гиперповерхности, вложенной в евклидово пространство W^4 размерности 4.

Формулы прямой связи параметров фундаментального электромагнитного поля и параметров гравитационного можно получить непосредственно из определения последнего соотношением (5.9). Имеем:

$$g^\alpha = \frac{4\pi G}{3} \rho_m \mathcal{K}^\alpha = \frac{4\pi G}{3} I(\mathbf{e}) R^3 \mathcal{D}^\alpha = G m_0 I(\mathbf{e}) \Phi_f \mathcal{D}^\alpha. \quad (7.2)$$

Отсюда следует, что компоненты поля напряженности гравитационного поля связаны с точностью до множителя $m_0 G I(\mathbf{e}) \Phi_f$ с индукцией фундаментального электромагнитного поля \mathcal{D} . Таким образом, фундаментальные электромагнитные поля являются источниками всех явлений, которые наблюдаются в форме различных типов взаимодействий - электромагнитного, гравитационного и ядерных взаимодействий (сильного и слабого). Фундаментальные поля проявляют себя как ядерные силы в случае многосвязности физической гиперповерхности пространства (сильное взаимодействие) и в случае возникновения топологических перестроек границы топологических ячеек (слабое взаимодействие), как это было описано в [1].

8. Уравнение движения в поле тяготения

Последний вопрос, который важен с точки зрения общей идеологии описания гравитационного поля, является установление динамического варианта фундаментального гравитационного поля, по аналогии с динамическими электромагнитными полями. Динамические поля появляются в теории при переходе к усредненным уравнениям движения топологических ячеек. Для выявления нужных соотношений необходимо вернуться к усредненным уравнениям Ньютона (I.8.3). Все слагаемые в правой части этого уравнения имеют очевидный смысл, кроме одного слагаемого, которое связано с остаточным потенциалом U , функциональный вид которого не может быть задан, исходя из общих соображений. Рассмотрим усредненную силу, связанную с этим потенциалом. Имеем:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\mathcal{V}} \int_{\mathcal{V}} I(\mathbf{e}) |J| \nabla U dV. \quad (8.1)$$

Воспользуемся тождеством (5.5) для якобиана $|J|$. Тогда находим:

$$\begin{aligned} F_\alpha &= \frac{1}{3\mathcal{V}} \int_{\mathcal{V}} I(\mathbf{e}) \nabla_\beta (|J| \mathcal{K}^\beta) \nabla_\alpha U dV = \\ &= -\frac{1}{3\mathcal{V}} \int_{\mathcal{V}} I(\mathbf{e}) |J| \left[\mathcal{K}^\beta \nabla_\beta \nabla_\alpha U + e^\alpha \frac{\partial \ln I(\mathbf{e})}{\partial e^\alpha} \nabla_\alpha U \right] dV + \frac{1}{3\mathcal{V}} \int_{\partial \mathcal{V}} \nabla_\alpha U |J| \mathcal{K}^\beta ds_\beta. \end{aligned}$$

Рассмотрим остаточный потенциал следующего вида:

$$U = U_0 + h_\alpha x^\alpha + \mu r^2 + O(r^3), \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2. \quad (8.2)$$

Для такого потенциала сила \mathbf{F} будет иметь такой:

$$F^\alpha = -\frac{\mu}{4\pi G \mathcal{V}} \int_{\mathcal{V}} g^\alpha dV + \frac{1}{3\mathcal{V}} h_\alpha \int_{\mathcal{V}} \rho_{DM} dV + \frac{1}{3\mathcal{V}} \int_{\partial \mathcal{V}} \nabla_\alpha U |J| \mathcal{K}^\beta ds_\beta \quad (8.3)$$

Здесь g^α - напряженность гравитационного поля из (7.2), а ρ_{DM} - эффективная плотность «темной материи» из (6.3). Таким образом, сила тяготения, входящая в уравнения Ньютона состоит из трех слагаемых. Первая составляющая:

$$F_G^\alpha = -\frac{\mu}{4\pi G \mathcal{V}} \int_{\mathcal{V}} g^\alpha dV$$

- есть усредненное по объему топологической ячейки ускорение свободного падения, т.е. по сути есть обычная сила тяготения, отнесенная к массе топологической ячейки. Вторая составляющая силы:

$$F_{DM}^\alpha = \frac{1}{3\mathcal{V}} h_\alpha \int_{\mathcal{V}} \rho_{DM} dV = \frac{1}{3\mathcal{V}} h_\alpha M_{DM}$$

- дополнительная сила, интерпретируемая как тяготение темной материи. Последнее слагаемое в (8.3), имеющее вид интеграла по границе, можно рассматривать как дополнительную внешнюю силу, которая мала на больших масштабах.

Полученные соотношения дают общее представление о том, как в усредненных уравнениях Ньютона остаточный потенциал приобретает форму силы тяготения, включая дополнительные силы, связанные с эффектом скрытой массы или «темной материи». В представленном варианте остаточный потенциал был выбран в форме разложения в ряд Тейлора в окрестности начала координат. В более общей постановке задачи это разложение может иметь иной вид, но главные составляющие силы будут иметь примерно такой же вид и интерпретацию. То, что именно первые два слагаемых в разложении Тейлора (8.2) играют основную роль, можно усмотреть в том, что это соотношение работает в каждой топологической ячейке по отдельности, т.е. в ограниченном объеме. Поэтому можно предположить, что остальные слагаемые в разложении малы, но, по всей видимости, могут быть обнаружены в эксперименте. Однако их действие маскируется на больших масштабах неравномерным распределением массы в небесных телах.

9. Заключение

Предложенная в данной работе теория позволяет построить единое представление о всех основных полях и взаимодействиях современной физики, основываясь на предположении, что геометрия трёхмерной физической гиперповерхности, вложенной в четырёхмерное евклидово пространство, описывается одной функцией высоты - фундаментальным потенциалом \mathcal{F} . Эта концепция позволяет построить теорию топологической интерпретации электрического заряда и на ее основе вывести уравнения электродинамики, квантовой теории и теории тяготения. Кроме этого, как было показано в [1], эта концепция позволяет объяснить строение основных типов элементарных частиц и, как следствие, основных ядерных взаимодействий - слабого и сильного. В данной работе были представлены основные идеи по включению в эту общую схему гравитационных полей и дано общее описание явления скрытой массы или «темной материи». Однако данная теория не является целиком замкнутой, поскольку в ней не содержится крайне важный элемент - вывод уравнений, которому удовлетворяет функция \mathcal{F} , играющая основополагающую роль. Фактически, представленная концепция отвечает на вопрос, как геометрические свойства пространства, связанные с \mathcal{F} , как функции высоты физической гиперповерхности, используются в современных теориях, в качестве элементов описания полей и частиц. Эти построения дают возможность связывать элементы геометрической и топологической структуры пространства с реальными экспериментальными фактами, но не дают объяснения - почему наблюдаемая динамика именно такова, как мы ее видим в эксперименте. Для вывода уравнений для \mathcal{F} , по всей видимости, необходимо привлечь некоторые общие соображения или экспериментальные факты относительно физических свойств самой физической гиперповерхности и ее динамических свойств, как элемента четырёхмерного объемлющего пространства W^4 . Таких сведений в настоящее время пока слишком мало, чтобы сделать надежный вывод о форме уравнения для \mathcal{F} . Важным фактом, который должен играть существенную роль в выводе такого уравнения является то, что это уравнение должно допускать многозначные решения для функции \mathcal{F} , которые бы описывали неодносвязные области пространства, соответствующие барионам (см. [1]). Такого типа уравнения описаны, например, в работах [4,5]. Однако, возможно, для описания \mathcal{F} необходимо решать уравнения динамики некоторой материи или поля в пространстве W^4 , с дополнительным условием выделения в нем некоторой гиперповерхности так, как это делается при описании поверхностных волн в классической гидродинамике. Все эти вопросы требуют отдельного анализа и исследования.

Работа выполнена при поддержке Министерства Образования и Науки РФ (в рамках Государственного задания и проекта № 14.Z50.31.0015)

Список литературы

1. Zhuravlev V.M. A topological interpretation of quantum theory and elementary particle structure // Gravitation and Cosmology, 2011. Vol. 17. №3. pp. 201–217.
2. Журавлев В.М. Электродинамика с целочисленными зарядами, топология и структура элементарных частиц // Сб. Критич. технол. и фундамент. пробл. физики конденсир. сред - Ульяновск, УлГУ, 2001. С.42-72.
3. Бриллюэн Л.. Новый взгляд на теорию относительности. М.: Мир, 1972. 142 с.
4. Журавлев В.М. Многомерные нелинейные волновые уравнения с многозначными решениями. // ТМФ, 2013. Т.174. №2. С. 236–246.
5. Журавлев В.М. Многомерные нелинейные волновые уравнения и комплексные квазилинейные уравнения первого порядка // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия, 2013. №4. С. 56-67.

Поступила в редакцию 10.10.2014

Журавлев Виктор Михайлович, д. ф.-м. н., профессор, кафедра Теоретической физики, Ульяновский государственный университет, 432017, Россия, г. Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42.
E-mail: zhvictorm@gmail.com

V. M. Zhuravlev

Geometry, topology and physical fields. Part II. Mass and gravitation

Keywords: Topological interpretation of electric charge and mass, geometrization of electrodynamics, quantum theory, the theory of gravity

PACS: 02.40.-k, 03.65.-w, 04.50.Kd, 11.90.+t

In the second part of the paper sets out the issues calculating average values of physical quantities in terms of topological cells. The general principles of calculating the mass of the particle are represented. It is proposed a geometric interpretation of the fine structure constant. Constructed description of the gravitational field and study its basic properties as a part of the concept. Demonstrated the existence of hidden mass effect or «dark matter» in the framework of the proposed theory

REFERENCES

1. Zhuravlev V.M. A topological interpretation of quantum theory and elementary particle structure. *Gravitation and Cosmology*, 2011, Vol. 17. №3. pp. 201–217.
2. Zhuravlev V.M. Elektrodinamika s tselochislennymi zaryadami, topologiy i struktura elementarnykh chastitc. *Sbornik «Kriticheckie tekhnologii i problemy fiziki kondensirovannykh sred»*, Ulyanovsk, Ulyanovsk State University, 2001. PP. 42–72.
3. L. Brillouin. Relativity reexamined. New Jork: Academic Press, 1970. 142 p. Translated under the title *Novyy vzglyad na teoriyu otноситel'nosti*. L. Brilluyen. Moscow: Mir, 1972. 142 c.
4. Zhuravlev V.M. Mnogomernye nelineynye volnovye uravneniya s mnogoznachnymi resheniyami. *Theoretical and mathematical physics*, 2013. Vol. 174 – N2. pp. 236–246.
5. Zhuravlev V.M. Mnogomernye nelineynye volnovye uravneniya i kompleksnye kvasikineynye uravneniya pervogo poryadka. *Prostranstvo, vremya i fundamental'nye vzaimodrystviya*. Kazan, 2013. №4. pp. 56–67.

Received 10.10.2014

Zhuravlev Victor Mikhailovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Theoretical Physics department, Ulyanovsk State University, ul. Leo Tolstoy, 42, Ulyanovsk, 432017, Russia.
E-mail: zhvictorm@gmail.com