

УДК 531-4:52-423

*Ю. А. Портнов<sup>1</sup>***ДИНАМИЧЕСКАЯ И СТАТИЧЕСКАЯ КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ ПОСТОЯННАЯ  
В СЕМИМЕРНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ УРАВНЕНИЯХ**

В данной статье рассматривается проблема введения космологической константы в геометризованные уравнения гравитации. Обосновывается идея о том, что космологическая константа должна быть обязательным слагаемым в уравнениях поля. На основании анализа гравитационных уравнений записанных для семимерного пространства-времени устанавливается, что эти уравнения имеют два вида космологической константы: динамическую и статическую. Автор дает обобщенную характеристику полученных констант. Решение гравитационных уравнений позволяет продемонстрировать плавный переход от эпохи расширения Фридмана к эпохе ускоренного расширения Вселенной.

**Ключевые слова:** космологическая постоянная, уравнения поля, семимерное пространство-время.

**PACS:** 04.80.Cc

**Введение**

В общей теории относительности вводится физическая величина – космологическая постоянная, которая характеризует свойства вакуума. Впервые космологическая постоянная появляется в трудах Альберта Эйнштейна с целью получения однородного статического решения в космологии [1]. Однако после построения Александром Фридманом теории динамической Вселенной и получения подтверждающих наблюдений необходимость в космологической постоянной отпала [2].

В лекции Д. Гросса "Грядущие революции в фундаментальной физике" говорилось, что до 1997 года достоверных указаний на отличие космологической постоянной от нуля не было [3], поэтому она рассматривалась в общей теории относительности как необязательная величина, наличие которой зависит от эстетических предпочтений автора. Величина космологической постоянной меньше чем  $10^{-29}$  г/см<sup>3</sup>, что позволяет пренебрегать эффектами, связанными с ее наличием, вплоть до масштабов скоплений галактик, то есть практически в любой рассматриваемой области, кроме космологии [4]. В космологии наличие космологической постоянной может существенно изменять некоторые этапы эволюции наиболее распространенных космологических моделей. В 1998 году двумя группами астрономов, изучавших сверхновые звезды, практически одновременно было объявлено об открытии ускорения расширения Вселенной, которое объясняется теорией с ненулевой космологической постоянной [5], [6]. К настоящему времени эта теория хорошо подтверждена наблюдениями WMAP [7]. Величина космологической постоянной соответствует плотности энергии вакуума  $5,98 \cdot 10^{-10}$  Дж/м<sup>3</sup>.

Но, если в уравнениях Эйнштейна для четырехмерного пространства-времени, введение космологической постоянной зависит от эстетических предпочтений автора или из данных наблюдений a posteriori, то в работе [8], для пространств больших размерностей  $n > 4$ , космологическая постоянная необходима для выполнения закона сохранения. С другой стороны, в работе [9] показано, что для объяснения динамики не только поступательного, но и вращательного движения тел можно использовать семимерное пространство-время. Применяя подобную концепцию, автор получает гравитационные уравнения которые также содержат космологическую постоянную, вводимую из соображений равенства между тензором кривизны и тензором энергии-импульса.

**Основная часть**

Для определения положения твердого тела в пространстве необходимы три координаты центра тела  $x, y, z$  и три угла Эйлера ориентирующие тело в пространстве  $\varphi$  - угол собственного вращения,  $\psi$  - угол прецессии,  $\theta$  - угол нутации. Тогда совокупность координат события  $(t, x, y, z, \varphi, \psi, \theta)$  будет полностью описывать положение любого твердого тела в пространстве-времени. В результате уравнения геодезических в семимерном пространстве-времени будут описывать не только поступательное движение, но и дадут уравнения гироскопов, описывающих вращательное движение, см. [9], [10], [11].

---

<sup>1</sup>E-mail: portnovyura@yandex.ru

При отсутствии материи в семимерном пространстве-времени метрика несимметричного тела имеет вид [11]:

$$\begin{aligned}
\tilde{g}_{00} &= 1, \\
\tilde{g}_{\alpha\alpha} &= -1, \\
\tilde{g}_{44} &= -\frac{I_6}{m}, \\
\tilde{g}_{45} &= \tilde{g}_{54} = -\frac{I_4 \cos \theta}{m}, \\
\tilde{g}_{55} &= -\frac{(I_4(\sin \varphi)^2 + I_5(\cos \varphi)^2)(\sin \theta)^2 + I_4(\cos \theta)^2}{m}, \\
\tilde{g}_{56} &= \tilde{g}_{65} = -\frac{(I_4 - I_5) \sin \theta \sin \varphi \cos \varphi}{m}, \\
\tilde{g}_{66} &= -\frac{I_4(\cos \varphi)^2 + I_5(\sin \varphi)^2}{m},
\end{aligned} \tag{1}$$

где  $I_4, I_5, I_6$  - моменты инерции пробного тела относительно осей вращения, прецессии и нутации,  $m$  - масса тела,  $\alpha$  пробегает значения 1, 2, 3. В той же работе [11] показано, что гравитационные уравнения в семимерном пространстве-времени принимают вид:

$$R_{mn} = \varkappa \left( T_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} T \right) + \Lambda_{mn}, \tag{2}$$

где  $\Lambda_{mn}$  - дополнительный тензор. Введение  $\Lambda_{mn}$  необходимо по той причине, что не все компоненты  $R_{mn}$  для метрики (1) в отсутствии материи  $T_{mn} = 0$  обращаются в ноль. Находя альтернативную форму записи уравнений (2) нетрудно получить:

$$R_{mn} - \frac{1}{5} g_{mn} R = \varkappa T_{mn} + \lambda_{mn}, \tag{3}$$

где тензор  $\lambda_{mn}$  равен:

$$\lambda_{mn} = \Lambda_{mn} - \frac{1}{5} g_{mn} \Lambda. \tag{4}$$

Его можно трактовать как некоторую нулевую энергию вакуума:

$$\tilde{T}_{mn} = \frac{1}{\varkappa} \lambda_{mn}. \tag{5}$$

Ввиду независимости тензора энергии-импульса нулевой энергии  $\lambda_{mn}$  от времени в дальнейшем будем его называть статической космологической постоянной.

Расчет значений компонент тензора нулевой энергии  $\tilde{T}_{mn}$ , для метрики (1) приводит к следующим компонентам тензора энергии-импульса пустого пространства:

$$\tilde{T}^{00} = -\tilde{T}^{11} = -\tilde{T}^{22} = -\tilde{T}^{33} = \frac{m (2I_4 I_5 - I_4^2 + 2I_4 I_6 - I_5^2 + 2I_5 I_6 - I_6^2)}{4I_4 I_5 I_6 \varkappa}. \tag{6}$$

Сопоставим полученные значения (6) с тензором энергии-импульса для идеальной жидкости:

$$T^{mn} = (\varepsilon c^2 + p) \frac{\tilde{u}^m \tilde{u}^n}{c^2} - g^{mn} p. \tag{7}$$

Подставляя значение компонент метрики (1) и сравнивая между собой (6) и (7), находим:

$$\varepsilon c^2 = \frac{m (2I_4 I_5 - I_4^2 + 2I_4 I_6 - I_5^2 + 2I_5 I_6 - I_6^2)}{4I_4 I_5 I_6 \varkappa}, \tag{8}$$

$$p_{11} = p_{22} = p_{33} = -\frac{m (2I_4 I_5 - I_4^2 + 2I_4 I_6 - I_5^2 + 2I_5 I_6 - I_6^2)}{4I_4 I_5 I_6 \varkappa}, \tag{9}$$

Индексы у давления показывают по каким координатам это давление создается. Рассматривая только пространственные давления (9), нетрудно убедиться, что уравнение состояния для плотности энергии и давления имеет вид:

$$p = -\varepsilon c^2, \tag{10}$$

что соответствует уравнению состояния вакуума как формы энергии с постоянной плотностью, независимо от системы отсчета. Следовательно, постулируя существование дополнительных степеней свободы у твердого тела и повышая тем самым размерность пространства, мы получаем ненулевую энергию, равномерно заполняющую пространство и по своим свойствам сопоставимую с темной энергией.

Рассчитаем, какую часть составляет полученная энергия пустого пространства от критической массы Вселенной. Из формулы (8), подставляя гравитационную постоянную  $\varkappa = \frac{8\pi G}{c^4}$ , находим, что плотность энергии найдется как:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{(2I_4I_5 - I_4^2 + 2I_4I_6 - I_5^2 + 2I_5I_6 - I_6^2)mc^2}{20G\pi I_4I_5I_6}. \quad (11)$$

По определению инерционный радиус несимметричного вращающегося тела равен:

$$R_{in} = \sqrt{\frac{3I_4I_5I_6}{m(2I_4I_5 - I_4^2 + 2I_4I_6 - I_5^2 + 2I_5I_6 - I_6^2)}}.$$

Используя определение инерционного радиуса выразим его из формулы (11):

$$R_{in} = \sqrt{\frac{3c^2}{20\varepsilon_\lambda G\pi}}. \quad (12)$$

В работе [12] показано, что экспериментально рассчитанная плотность энергии вакуума составляет  $\varepsilon_\lambda = (7 \pm 1) \cdot 10^{-30} \text{Г/см}^3$ , тогда расчет по формуле (12) дает значение равное  $R_{in} = 20$  млрд. св. лет.

Данное теоретически полученное значение по порядку величины совпадает с величиной полученной в работах Нейла Корниша, который провел детальный анализ тонких колебаний в космическом микроволновом фоне, и определил, что верхняя граница для радиуса Вселенной [13] составляет около 78 миллиардов световых лет.

На сегодняшний день единственно доступный способ обнаружения гравитации - это наблюдения за движением пробных тел. Поэтому говорить о наличии или отсутствии гравитации можно только с позиции поведения пробного тела. В случае исследования эволюции Вселенной в качестве такого пробного тела выступает сама Вселенная, поэтому не удивительно, что радиус инерции равняется радиусу самой Вселенной.

Известно, что критическая плотность энергии может быть найдена по формуле [14]:

$$\varepsilon_k = \frac{3H^2}{8G\pi}. \quad (13)$$

Найдем отношение плотностей энергии  $\varepsilon_\lambda$  и критической плотности  $\varepsilon_k$ :

$$\Omega_\lambda = \frac{\varepsilon_\lambda}{\varepsilon_k}. \quad (14)$$

После подстановки (11) и (13) в (14) получаем:

$$\Omega_\lambda = \frac{(2I_4I_5 - I_4^2 + 2I_4I_6 - I_5^2 + 2I_5I_6 - I_6^2)2mc^2}{15H^2I_4I_5I_6}. \quad (15)$$

Расчет  $\Omega_\lambda$  по формуле (15) с использованием найденного радиуса Вселенной  $R_{in}$  позволяет получить значение:

$$\Omega_\lambda = 75\%. \quad (16)$$

Измерения реликтового излучения Вселенной, проведенные спутником WMAP, показывают, что форма Вселенной очень близка к плоской. Но одной только видимой и темной материи не хватает для создания плоской Вселенной, недостающее количество энергии около 70% должна давать темная энергия [1], [12]. Однако недостающее значение энергии может быть получено, как показывают расчеты (16), посредством введения дополнительных степеней свободы тела и использования семимерного пространства-времени.

С другой стороны, анализируя уравнения поля, записанные в форме (3):

$$R_{mn} - \frac{1}{5}g_{mn}R = \varkappa T_{mn} + \lambda_{mn},$$

можно обнаружить, что они могут быть легко преобразованы к виду:

$$R_{mn} - \frac{1}{2}g_{mn}R + \frac{3}{10}g_{mn}R = \varkappa T_{mn} + \lambda_{mn}.$$

И если ввести в обозначение некоторую функцию:

$$\tilde{\Lambda}(R) = \frac{3}{10}R, \quad (17)$$

то легко получить традиционное гравитационное уравнение поля:

$$R_{mn} - \frac{1}{2}g_{mn}R = \varkappa T_{mn} + \lambda_{mn} - g_{mn}\tilde{\Lambda}(R), \quad (18)$$

с  $\tilde{\Lambda}$  космологической постоянной, которую в дальнейшем будем называть динамической космологической постоянной. Ввиду зависимости скаляра кривизны  $R$  от масштабного фактора  $a(t)$  в метрике Фридмана легко увидеть, что динамическая космологическая постоянная  $\tilde{\Lambda}$  также будет зависима от масштабного фактора  $a(t)$ . Это будет оказывать влияние на эволюцию Вселенной. В работе [15] показано, что наличие переменного  $\Lambda$  - члена влияет на процесс эволюции масштабного фактора  $a$  на ранней стадии расширения.

Рассмотрим метрику расширяющейся Вселенной:

$$g_{\alpha\beta} = a^2(t)\tilde{g}_{\alpha\beta}, \quad (19)$$

где индексы  $\alpha, \beta = 1..6$ . Компоненты тензор Риччи для метрики (19) равны:

$$R_0^0 = -\frac{6a''}{c^2a}, \quad (20)$$

$$R = -\frac{12a''}{c^2a} - \frac{30(a')^2}{c^2a^2} + \frac{m}{a^2} \left( \frac{I_4}{2I_5I_6} + \frac{I_5}{2I_4I_6} + \frac{I_6}{2I_4I_5} - \frac{1}{I_4} - \frac{1}{I_5} - \frac{1}{I_6} \right), \quad (21)$$

где штрих означает дифференцирование по времени. Компоненты статической космологической постоянной равны:

$$\lambda_0^0 = -\frac{m}{5a^2} \left( \frac{I_4}{2I_5I_6} + \frac{I_5}{2I_4I_6} + \frac{I_6}{2I_4I_5} - \frac{1}{I_4} - \frac{1}{I_5} - \frac{1}{I_6} \right). \quad (22)$$

Для описания барионной материи, заполняющей Вселенную, будем использовать тензор энергии-импульса пыли:

$$T_n^m = \varepsilon \tilde{u}^m \tilde{u}_n. \quad (23)$$

В синхронных координатах материя находится в состоянии покоя, поэтому единственная не нулевая компонента 7-скорости равна:  $u^0 = c$ . Подставляя найденные компоненты тензоров (20), (21), (22) и (23) в уравнение (3), получаем:

$$-\frac{18a''}{5c^2a} + \frac{6(a')^2}{5c^2a^2} = \varkappa \varepsilon c^2. \quad (24)$$

Опираясь на уравнение состояния  $p = \gamma\varepsilon$  можно найти зависимость между плотностью энергии  $\varepsilon$  и масштабом Вселенной  $a(t)$ :

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = -3(1 + \gamma)\frac{da}{a}. \quad (25)$$

Интегрируя зависимость (25) для барионной материи, находим:

$$\varepsilon(a) = C \cdot a^{-3}, \quad (26)$$

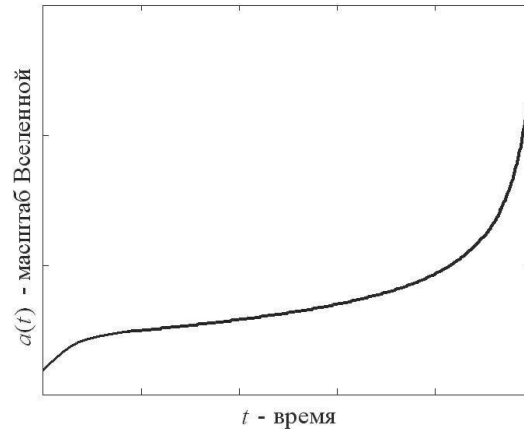


Рис. 1. Изменение масштаба Вселенной со временем

где  $C$  - некоторая постоянная. Подставим (26) и  $\varkappa = \frac{8\pi G}{c^4}$  в уравнение (24) и произведем упрощение. Полученное дифференциальное уравнение второго порядка примет вид:

$$a'' = \frac{15(a')^2}{9a} - \frac{20\pi GC}{9a^2}. \quad (27)$$

Применяя метод Рунге—Кутты, для решения дифференциального уравнения (27), получаем, что в узком диапазоне граничных условий и значений  $C$  эволюция масштабного фактора со временем протекает согласно зависимости рис. 1. Из графика изображенного на рис. 1 видно, что после замедленного расширения, согласно сценарию Фридмана, Вселенная переходит к ускоренному расширению, которое подтверждается наблюдательными данными в настоящее время.

### Итоги работы

1) В рамках модели семимерного пространства-времени показана необходимость включения в гравитационные уравнения двух видов космологических констант: статической  $\lambda_{mn}$  и динамической  $\tilde{\Lambda}(R)$ .

2) Расчитан инерционный радиус Вселенной, совпадающий по порядку величины с размерами Вселенной.

3) Наличие в гравитационных уравнениях статической  $\lambda_{mn}$  и динамической  $\tilde{\Lambda}(R)$  космологических постоянных оказывает влияние на эволюцию Вселенной, обеспечивая плавный переход от стадии расширения Фридмана к стадии ускоренного расширения.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вайнберг С. Проблема космологической постоянной // Успехи физических наук. 1989. Т. 158, № 4. С. 640–678.
2. Вейнберг С. Космология. М.: УРСС, 2013. 605 с.
3. Perlmutter S. et al. Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 high-redshift supernovae // Astrophysical Journal. 1999. Vol. 517. P. 565–586. (preprint astroph/9812133).
4. Kowalski Marek, Rubin David. Improved Cosmological Constraints from New, Old and Combined Supernova Datasets // Astrophysical Journal. 2008. Vol. 686. P. 749–778 (astro-ph/0804.4142v1).
5. Чернин А.Д. Темная энергия и всемирное антитяготение // УФН. 2008. Т. 178. С. 267–300.
6. Clifton Timothy, Ferreira Pedro. Does Dark Energy Really Exist? // Scientia American. 2009. Vol. 300. № 4. P. 48–55.
7. Глинер Э. Б. Раздувающаяся вселенная и вакуумоподобное состояние физической среды // УФН. 2002. Т. 172. № 2. С. 221–227.
8. Портнов Ю.А. Уравнение гравитационного поля в многомерном пространстве-времени // Инженерная физика. 2013. № 5. С. 3–6.
9. Portnov Yu.A. Gravity Prob B experiment in 7D space and time continuum // Review of Applied Physics. 2013. № 4. P. 96–98. (arXiv:1204.5175v1).
10. Portnov Yu.A. Gravitational Interaction in Seven-Dimensional Space-Time // Gravitation & Cosmology. 2011. Vol. 17, № 2. P. 152–160.
11. Портнов Ю.А. Уравнения поля в семимерном пространстве-времени. М.: МГУП им. Ивана Федорова, 2013. 154 с.

12. Зельдович Я.Б. Теория вакуума, быть может, решает загадку космологии // УФН. 1981. Т. 133. № 3. С. 480–503.
13. Cornish N. J., Spergel, D. N., Starkman, D. N. Constraining the Topology of the Universe // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 92. P. 201302. (astro-ph/0310233)
14. Постнов К.А. Лекции по общей астрофизике для физиков. М.: Изд. МГУ, 2001.
15. Наказной П.А. Основные свойства уравнений Эйнштейна с космологическим членом, зависящим от скаляра Риччи // ЖЭТФ. 2008. Т. 134. № 3(9). С. 481–489.

Поступила в редакцию 26.08.2014

Юрий Алексеевич Портнов, к. ф.-м. н., доцент, кафедра физики, Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), 125319, Россия, г. Москва, Ленинградский пр., 64.  
E-mail: portnovyura@yandex.ru

**Yu. A. Portnov**

### **Dynamic and static cosmological constant in a seven-dimensional gravitational equations**

*Keywords:* cosmological constant, the field equations, a seven-dimensional space-time.

PACS: 04.80.Cc

This article discusses the problem of the introduction of the cosmological the geometric constants in the equations of gravitation. The article substantiates the idea that the cosmological constant should to be a compulsory term in the field equations. On the basis of analysis of the gravitational equations written for a seven-dimensional space-time, it is determined that these equations have two the form of the cosmological constant: dynamic and static. Author gives the generalized characteristic of the obtained constants. Solution gravitational equations can demonstrate smooth the transition from the era of expansion Friedman to the era of accelerated the expansion of the Universe.

#### REFERENCES

1. Weinberg S. The problem of the cosmological constant, *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, 1989, vol. 158, no. 4, pp. 640–678.
2. Weinberg S. *Cosmology*, Oxford: university press, 2008, 605 p.
3. Perlmutter S. et al. Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 high-redshift supernovae *Astrophysical Journal*, 1999, vol. 517, pp. 565–586. (preprint astro-ph/9812133).
4. Kowalski Marek, Rubin David. Improved Cosmological Constraints from New, Old and Combined Supernova Datasets *Astrophysical Journal*, 2008, vol. 686, pp. 749–778 (astro-ph/0804.4142v1).
5. Chernin A.D., Dark energy and the world antigravitation, *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, 2008, vol. 178, pp. 267–300.
6. Clifton Timothy, Ferreira Pedro. Does Dark Energy Really Exist? *Scientific American*, 2009, vol. 300, no. 4, pp. 48–55.
7. Gliner E. B. Expanding universe and vacuumtube the state of the physical environment, *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, 2002, vol. 172, no. 2, pp. 221–227.
8. Portnov Yu.A. The equation of gravitational field in a multidimensional space-time *Engineering physics*, 2013, no. 5, pp. 3–6.
9. Portnov Yu.A. Gravity Prob B experiment in 7D space and time continuum *Review of Applied Physics*, 2013, no 4, pp. 96–98. (physics.gen-ph.1204.5175v1).
10. Portnov Yu.A. Gravitational Interaction in Seven-Dimensional Space-Time *Gravitation & Cosmology*, 2011, vol. 17, no. 2, pp. 152–160.
11. Portnov Yu.A., *The field equations in a seven-dimensional space-time*, Moscow: Moscow State University of Printing Arts, 2013, 154 p.
12. Zeldovich Y.B. Theory vacuum, perhaps, solves the mystery of cosmology, *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, 1981, vol. 133, no. 3. pp. 480–503.
13. Cornish, N. J., Spergel, D. N., Starkman, D. N. Constraining the Topology of the Universe *Phys. Rev. Lett.*, 2004, vol. 92, pp. 201302. (astro-ph/0310233)
14. Postnov K.A. *Lectures on General astrophysics for physicists*, Moscow: Publishing house of Moscow state University, 2001.
15. Nakaznoy P.A. Basic properties of the Einstein equations with cosmological member, depending on the Ricci scalar, *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2008, vol. 134, no 3(9), pp. 481–489.

Received 26.08.2014

Yuriy Alekseevich Portnov, Candidate of Physics and Mathematics, associate Professor, Department of physics, The Moscow State automobile & road technical University, Leningradskiy Prosp., 64, Moscow, 125319, Russia.  
E-mail: portnovyura@yandex.ru